

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Чернігівський національний технологічний університет

Вища математика

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ
ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЗАОЧНОГО ВІДДІЛЕННЯ
ВСІХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Затверджено
на засіданні кафедри вищої та
прикладної математики,
протокол № 2 від 16.09.2015 р.

Чернігів ЧНТУ 2015

Вища математика. Методичні вказівки до розрахунково-графічної роботи для студентів заочного відділення всіх спеціальностей./Укл.: Балюнов О.О. – Чернігів: ЧНТУ, 2015. – 17 с.

Укладачі: БАЛЮНОВ ОЛЕКСІЙ ОЛЕКСАНДРОВИЧ, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої та прикладної математики

Відповідальний за випуск: БАЛЮНОВ ОЛЕКСІЙ ОЛЕКСАНДРОВИЧ, завідувач кафедри вищої та прикладної математики ЧНТУ, кандидат фізико-математичних наук

Рецензент: СИНЕНКО МАРИНА АНАТОЛІЇВНА, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої та прикладної математики ЧНТУ

Зміст

Вступ	4
1 Лінійна алгебра	5
2 Векторна алгебра та аналітична геометрія	7
3 Диференціальне числення функції однієї змінної	12
Рекомендована література	27

Вступ

Даний збірник завдань укладений у відповідності з чинною Навчальною програмою з вищої математики. Збірник завдань призначений для студентів заочної форми навчання і містить завдання до індивідуальних розрахунково–графічних робіт з вищої математики за темами: "лінійна алгебра", "аналітична геометрія", "векторна алгебра" та "диференціальне числення функції однієї змінної". Представлені задачі є класичними, невід'ємною частиною математичної культури.

На даному етапі в навчальному процесі все більш важливого значення набуває самостійна робота студента. Індивідуальна розрахунково–графічна робота – одна із її важливих складових, яка разом із контрольною роботою є найбільш ефективною формою перевірки рівня засвоєння студентами знань, умінь та навичок з розв'язування задач з вищої математики.

Водночас, під час виконання індивідуальних домашніх завдань, студент має змогу поглибити теоретичні знання, засвоїти основні формули та методи розв'язання задач.

Виконуючи домашню контрольну роботу студент повинен самостійно розв'язати запропоновані викладачем індивідуальні домашні завдання свого варіанта, який відповідає номеру студента у списку навчальної групи. Розв'язання завдань з поясненнями подається на аркушах формату А4 (запис в яких виконується з одного боку), або у шкільному зошиті. Умову завдань необхідно переписувати повністю без скорочень, після чого надавати розв'язання цього завдання, супроводжуючи його необхідним поясненням і з посиланням на відповідні формули, теореми, правила тощо. Побудови графіків потрібно виконувати олівцем на тому ж аркуші, де і відповідне розв'язання, або на папері з масштабною сіткою. На титульній сторінці розрахунково-графічної роботи вказують номер варіанту, прізвище та ініціали студента, групу, прізвище та ініціали викладача.

Мета даної збірки завдань – надати студентам і викладачам новий перелік типових завдань із вказаних розділів вищої математики, що сприяло б кращому засвоєнню теоретичного матеріала та розвиненню основних стандартних навичок із практики розв'язування.

Методичні вказівки можуть бути використані під час аудиторних занять як довідковий матеріал та в якості посібника при проведенні самостійних та модульно-тестових робіт.

1 Лінійна алгебра

Задача 1. Дано дві матриці A і B . Обчислити: а) $|A|$; б) AB ; в) BA ; г) A^{-1} ; д) мінори і алгебраїчні доповнення елементів a_{i2} та a_{3j} , де i, j – числа 1 і 2 відповідно.

$$1. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; 2. A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix};$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}; 4. A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix};$$

$$5. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}; 6. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$7. A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}; 8. A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix};$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}; 10. A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix};$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}; 12. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix};$$

$$13. A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}; 14. A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix};$$

$$15. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}; 16. A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix};$$

$$17. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}; 18. A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

$$19. A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}; 20. A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

$$21. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{pmatrix}; 22. A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$23. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad 24. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -8 & -4 \\ 7 & 0 & -5 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Перевірити на сумісність і розв'язати систему рівнянь а) по формулам Крамера; б) методом Гауса; в) матричним методом.

$$1. \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6; \end{cases}$$

$$2. \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3; \end{cases}$$

$$3. \quad \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3; \end{cases}$$

$$4. \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7; \end{cases}$$

$$5. \quad \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9; \end{cases}$$

$$6. \quad \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5; \end{cases}$$

$$7. \quad \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12; \end{cases}$$

$$8. \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33, \\ 7x_1 - 5x_2 = 24, \\ 4x_1 + 11x_3 = 39; \end{cases}$$

$$9. \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12, \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33, \\ 4x_1 + x_3 = -7; \end{cases}$$

$$10. \quad \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6, \\ 5x_2 + 4x_3 = -20, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 22; \end{cases}$$

$$11. \quad \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10; \end{cases}$$

$$12. \quad \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1; \end{cases}$$

$$13. \quad \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8; \end{cases}$$

$$14. \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4; \end{cases}$$

$$15. \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22; \end{cases}$$

$$16. \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15; \end{cases}$$

$$17. \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3; \end{cases}$$

$$18. \quad \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9; \end{cases}$$

$$19. \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19; \end{cases}$$

$$20. \quad \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16; \end{cases}$$

$$21. \quad \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19; \end{cases}$$

$$22. \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1; \end{cases}$$

$$23. \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8; \end{cases}$$

$$24. \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8; \end{cases}$$

Задача 3. Розв'язати систему лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь.

$$1. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0; \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0; \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0; \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0; \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0; \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0; \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_3 = 0; \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 5x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 = 0; \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 5x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - x_3 = 0; \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 0; \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0; \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0; \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0; \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 8x_1 - x_2 + 7x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0; \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0; \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0; \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0; \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0; \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 0; \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0; \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ 5x_1 - 8x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0; \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 0; \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 4x_3 = 0; \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 7x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0; \end{cases}$$

2 Векторна алгебра та аналітична геометрія

Задача 4. Піраміда задана координатами вершин А, В, С, Д. Обчислити а) площу вказаної грані; б) об'єм піраміди; в) скалярний добуток векторів АВ і ВС.

1. А(3, 4, 5), В(1, 2,1), С(-2, -3, 6), Д(3, -6,-3); АСД.
2. А(-7,-5,6), В(-2,5,-3), С(3,-2,4), Д(1,2,2); ВСД.
3. А(1,3,1), В(-1,4,6), С(-2, -3, 4), Д(3, 4,-4); АСД.
4. А(2,4,1), В(-3,-2,4), С(3,5,-2), Д(4,2,-3); АВД.
5. А(-5,-3,-4), В(1, 4,6), С(3,2,-2), Д(8,-2,4); АСД.
6. А(3, 4, 2), В(-2,3,-5), С(4, -3, 6), Д(6,-5,3); АВД.
7. А(-4,,6,3), В(3,-5,1), С(2, 6,-4), Д(2,4,-5); АСД.

8. A(7,5,8), B(-4,-5,3), C(2, -3,5), D(5,1,-4); ВСД.
9. A(3,-2,6), B(-6,-2,3), C(1,1,-4), D(4,6,-7); АВД.
10. A(-5,-4, -3), B(7,3,-1), C(6,-2,0), D(3, 2,-7); ВСД.
11. A(3,-5,-2), B(-4,2,3), C(1,5,7), D(-2,-4,5); АСД.
12. A(7,4,9), B(1,-2,-3), C(-5,-3,0), D(1, -3,4); АВД.
13. A(-4,-7,-3), B(-4,-5,7), C(2,-3,3), D(3,2,1); ВСД.
14. A(-4,-5,-3), B(3,1, 2), C(5,7,-6), D(6,-1,5); АСД.
15. A(5,2,4), B(-3,5,-7), C(1,-5,8), D(9, -3,5); АВД.
16. A(-6, 4,5), B(5,-7,3), C(4,2,-8), D(2,8,-3); АСД.
17. A(5,3,6), B(-3,-4,4), C(5,-6,8), D(4, 0,-3); ВСД.
18. A(5,-4,4), B(-4,-6,5), C(3,2,-7), D(6,2,-9); АВД.
19. A(-7,-6,-5), B(5,1,-3), C(8,-4,0), D(3, 4,-7); ВСД.
20. A(7,-1,-2), B(1,7,8), C(3,7,9), D(-3, -5,2); АСД.
21. A(5, 2,7), B(7,-6,-9), C(-7,-6,3), D(1,-5,2); АВД.
22. A(-2,-5,-1), B(-6,-7,9), C(4, -5,1), D(2,1,4); ВСД.
23. A(-6,-3,-5), B(5,1,7), C(3, 5,-1), D(4, -2,9); АСД.
24. A(7,4,2), B(-5,3,-9), C(1,-5, 3), D(7, -9,1); АВД.

Задача 5. Дано точки $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$, $A_3(x_3, y_3, z_3)$, $A_4(x_4, y_4, z_4)$. Скласти рівняння а) прямої A_1A_2 ; б) площини $A_1A_2A_3$; в) прямої A_4M , перпендикулярної до площини $A_1A_2A_3$; г) прямої A_3P , паралельної до прямої A_1A_2 ; д) обчислити кут між прямими A_1A_2 і A_2A_3 .

1. $A_1(3, 1, 4)$, $A_2(-1, 6,1)$, $A_3(-1, 1, 6)$, $A_4(0, 4,-1)$;
2. $A_1(3, -1, 25)$, $A_2(-1, 0,1)$, $A_3(1, 7, 3)$, $A_4(8, 5, 8)$;
3. $A_1(3, 5, 4)$, $A_2(5, 8, 3)$, $A_3(1, 2,-2)$, $A_4(-1, 0, 2)$;
4. $A_1(2, 4, 3)$, $A_2(1, 1,5)$, $A_3(4, 9, 3)$, $A_4(3, 6, 7)$;
5. $A_1(9, 5, 5)$, $A_2(-3, 7,1)$, $A_3(5, 7, 8)$, $A_4(6, 9,2)$;
6. $A_1(0, 7, 1)$, $A_2(2, -1,5)$, $A_3(1, 6, 3)$, $A_4(3, -9, 8)$;
7. $A_1(5, 5, 4)$, $A_2(1, -1,4)$, $A_3(3, 5, 1)$, $A_4(5, 8,-1)$;
8. $A_1(6, 1, 1)$, $A_2(4, 6,6)$, $A_3(4, 2, 0)$, $A_4(1, 2, 6)$;
9. $A_1(7, 5, 3)$, $A_2(9, 4,4)$, $A_3(4, 5, 7)$, $A_4(7, 9, 6)$;
10. $A_1(6, 8, 2)$, $A_2(5, 4,7)$, $A_3(2, 4, 7)$, $A_4(7, 3, 7)$;
11. $A_1(4, 2, 5)$, $A_2(0, 7,1)$, $A_3(0, 2, 7)$, $A_4(1, 5, 0)$;
12. $A_1(4, 4, 10)$, $A_2(7, 10,2)$, $A_3(2, 8, 4)$, $A_4(9, 6, 9)$;
13. $A_1(4, 6, 5)$, $A_2(6, 9,4)$, $A_3(2, 10, 10)$, $A_4(7, 5, 9)$;
14. $A_1(3, 5, 4)$, $A_2(8, 7,4)$, $A_3(5, 10, 4)$, $A_4(4, 7, 8)$;
15. $A_1(10, 9, 6)$, $A_2(2, 8,2)$, $A_3(9, 8, 9)$, $A_4(7, 10, 3)$;
16. $A_1(1, 8, 2)$, $A_2(5, 2,6)$, $A_3(5, 7, 4)$, $A_4(4, 10, 9)$;
17. $A_1(6, 6, 5)$, $A_2(4, 9,5)$, $A_3(4, 6, 11)$, $A_4(6, 9, 3)$;
18. $A_1(7, 2, 2)$, $A_2(-5, 7,-7)$, $A_3(5, -3, 1)$, $A_4(2, 3, 7)$;
19. $A_1(8, -6, 4)$, $A_2(10, 5,-5)$, $A_3(5, 6, -8)$, $A_4(8, 10, 7)$;
20. $A_1(1, -1, 3)$, $A_2(6, 5,8)$, $A_3(3, 5, 8)$, $A_4(8, 4, 1)$;
21. $A_1(1, -2, 7)$, $A_2(4, 2,10)$, $A_3(2, 3, 5)$, $A_4(5, 3, 7)$;
22. $A_1(4, 2, 10)$, $A_2(1, 2,0)$, $A_3(3, 5, 7)$, $A_4(2, -3, 5)$;

23. $A_1(2, 3, 5)$, $A_2(5, 3, -7)$, $A_3(1, 2, 7)$, $A_4(4, 2, 0)$;
 24. $A_1(5, 3, 7)$, $A_2(-2, 3, 5)$, $A_3(4, 2, 10)$, $A_4(1, 2, 7)$;

3 Диференціальне числення функції однієї змінної

Задача 6. Знайти границю.

1. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$; б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$;
2. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 + x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 5x - 10}{x^3 - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 7x}{2x^3 - 4x^2 + 5}$;
3. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^2 + x + 6}{x^3 - 27}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x^2 + 7}{x^4 + 2x^3 + 1}$;
4. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^3 - 8}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^3 + 5}$;
5. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 4}{x^2 - 5x + 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - x^2 + x + 1}{x^4 + 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 + 28x}{5x^3 + 3x^2 + x - 1}$;
6. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^2 - x + 12}{x^3 - 27}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 1}{x^4 - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 10x + 3}{2x^2 + 5x - 3}$;
7. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x^2 + 2x - 1}{27x^3 - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 3}{5x^2 + 3x - 3}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 + x^2 + x}{x^4 + 3x - 2}$;
8. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 7x + 3}{5x^2 - 3x + 4}$;
9. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{-x^2 + x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 3x + 1}{3x^2 + x - 5}$;
10. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^3 + 64}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 10}{7x^3 + 2x + 1}$;
11. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{4x^2 + 19x - 5}{2x^2 + 11x + 5}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x - 7}{2x^2 - x + 10}$;
12. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 + x - 2}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x + 1}{x^4 - x^3 + 2x}$;
13. а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 1}{2x^2 - 7x + 5}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 9}{2x^2 - x + 4}$;

$$\begin{aligned}
14.a) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 11x - 3}{x^2 + 2x - 3} ; \quad б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 9x + 10} ; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 7}{3x^2 + x + 1} ; \\
15.a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 7x - 6}{2x^2 - 7x + 3} ; \quad б) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 2x} ; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 2}{3x^3 - x - 4} ; \\
16.a) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2 + 7x - 2}{3x^2 + 8x + 4} ; \quad б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1} ; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{18x^2 + 5x}{-9x^2 - 3x + 8} ; \\
17.a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 4x - 1}{3x^2 + x - 2} ; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + 5x}{3x^2 + 7x} ; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 6x^2 + 2}{x^4 + 4x - 3} ; \\
18.a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{3x^2 + 2x - 2} ; \quad б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^4 - 5x^2 + 1}{x^2 - 1} ; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 4x - 5}{4x^2 - 3x + 2} ; \\
19.a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 4x - 3}{2x^2 + 3x + 1} ; \quad б) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 + 5x - 1}{x^2 - 5x + 6} ; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - 4x^2 + 3}{2x^4 + 1} ; \\
20.a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 12} ; \quad б) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - x - 30}{x^3 + 125} ; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 2}{6x^2 + 5x + 1} ; \\
21.a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{x^2 + 3x - 10} ; \quad б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 64} ; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 4x}{x^3 - 3x + 2} ; \\
22.a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + x - 5}{x^2 - 2x + 1} ; \quad б) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{x^2 - \frac{1}{4}} ; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^4 + 4x + 1}{2x^4 + 3x^2 + x} ; \\
23.a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5x^2 + 11x - 2}{3x^2 - x - 10} ; \quad б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^2 - 4x} ; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x^2 - 2}{6x^3 - 4x + 3} ; \\
24.a) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 5x - 14}{2x^2 - 9x - 35} ; \quad б) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 11x + 10}{x^2 - 5x + 14} ; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^2 + 3x}{7x^2 + 2x + 1} .
\end{aligned}$$

Задача 7. Дослідити функцію на неперервність в точках.

1. $f(x) = 2^{\frac{1}{x-3}} + 1; x_1=3; x_2=4.$
2. $f(x) = 5^{\frac{1}{x-3}} - 1; x_1=3; x_2=4.$
3. $f(x) = \frac{x+7}{x-2}; x_1=2; x_2=3.$
4. $f(x) = \frac{x-5}{x+3}; x_1=-2; x_2=-3.$
5. $f(x) = 4^{\frac{1}{3-x}} + 2; x_1=3; x_2=2.$
6. $f(x) = 9^{\frac{1}{2-x}}; x_1=0; x_2=2.$
7. $f(x) = 2^{\frac{1}{x-5}} + 1; x_1=5; x_2=4.$
8. $f(x) = 5^{\frac{1}{x-3}} - 2; x_1=3; x_2=4.$
9. $f(x) = 6^{\frac{1}{x-3}} + 3; x_1=3; x_2=4.$
10. $f(x) = 7^{\frac{1}{5-x}} + 1; x_1=5; x_2=4.$
11. $f(x) = \frac{x-3}{x+4}; x_1=-5; x_2=-4.$
12. $f(x) = \frac{x+5}{x-2}; x_1=3; x_2=2.$

$$13. f(x) = 5^{\frac{2}{x-3}} + 1; x_1=3; x_2=4.$$

$$14. f(x) = 4^{\frac{2}{x-1}} - 3; x_1=1; x_2=2.$$

$$15. f(x) = 2^{\frac{5}{1-x}} - 1; x_1=0; x_2=1.$$

$$16. f(x) = 8^{\frac{4}{x-2}} - 1; x_1=3; x_2=2.$$

$$17. f(x) = 5^{\frac{4}{3-x}} + 1; x_1=3; x_2=2.$$

$$18. f(x) = \frac{3x}{x-4}; x_1=5; x_2=4.$$

$$19. f(x) = \frac{2x}{x^2-1}; x_1=1; x_2=2.$$

$$20. f(x) = 2^{\frac{3}{x+2}} + 1; x_1=-2; x_2=-1.$$

$$21. f(x) = 4^{\frac{3}{x-2}} + 2; x_1=3; x_2=2.$$

$$22. f(x) = 3^{\frac{2}{x+1}} - 2; x_1=-1; x_2=0.$$

$$23. f(x) = 5^{\frac{3}{x+4}} + 1; x_1=-5; x_2=-4.$$

$$24. f(x) = \frac{x-4}{x+2}; x_1=-2; x_2=-1.$$

Задача 8. Продиференціювати функцію.

$$1. a) y = \sqrt[3]{3x^4 + 2x - 5} + \frac{4}{(x-2)^2}, \quad б) y = \sin^3 2x \cos 8x^5, \quad в) y = \frac{e^{\arccos^3 x}}{\sqrt{x+5}}.$$

$$2. a) y = \sqrt[3]{(x-3)^4} - \frac{3}{2x^3 - 3x + 1}, \quad б) y = \cos^5 3x \operatorname{tg}(4x+1)^3, \quad в) y = \frac{(x-4)^2}{e^{\operatorname{arctg} x}}.$$

$$3. a) y = \sqrt{(x-4)^5} + \frac{5}{(2x^2 + 4x - 1)^2}, \quad б) y = \operatorname{tg}^4 x \arcsin 4x^5, \quad в) y = \frac{e^{-x^3}}{\sqrt{x^2 + 5x - 1}}.$$

$$4. a) y = \sqrt[3]{7x^2 - 3x + 5} - \frac{5}{(x-1)^3}, \quad б) y = \arcsin^3 2x \operatorname{ctg} 7x^4, \quad в) y =$$

$$\frac{e^{-\operatorname{ctg} 5x}}{3x^2 - 4x + 2}.$$

$$5. a) y = \sqrt[4]{3x^2 - x + 5} - \frac{3}{(x-5)^4}, \quad б) y = \operatorname{ctg} 3x \arccos 3x^2, \quad в) y =$$

$$\frac{\sqrt{7x^3 - 5x + 2}}{e^{\cos x}}.$$

$$6. a) y = \sqrt{3x^4 - 2x^3 + x} + \frac{4}{(x+2)^3}, \quad б) y = \arccos^2 4x \ln(x-3), \quad в) y = \frac{e^{\operatorname{tg} 3x}}{\sqrt{3x^2 - x + 4}}.$$

$$7. a) y = \sqrt[3]{(x-7)^5} + \frac{5}{4x^2 + 3x - 5}, \quad б) y = \ln^5 x \operatorname{arctg} 7x^4, \quad в) y = \frac{e^{\sin x}}{(x-5)^7}.$$

$$8. a) y = \sqrt[5]{(x+4)^6} - \frac{2}{2x^2 - 3x + 7}, \quad б) y = \operatorname{arctg}^3 4x \cdot 3^{\sin x}, \quad в) y =$$

$$\frac{\sqrt[3]{2x^2 - 3x + 1}}{e^{-x}}.$$

$$9. a) y = -\sqrt{5x^2 - 4x + 3} + \frac{3}{(x-4)^7}, \quad б) y = 2^{\cos x} \operatorname{arccotg} 5x^3, \quad в) y = \frac{\sqrt{x^3 + 4x - 5}}{e^{x^3}}.$$

$$\begin{array}{lll}
10. a) y = \sqrt[3]{4x^2 - 3x - 4} - \frac{2}{(x-3)^5}, & \bar{b}) y = 4^{-x} \ln^5((x+2)), & \vartheta) y = \frac{e^{ctg 5x}}{(x+4)^3}. \\
11. a) y = \sqrt{x^2 + 8x - 3} + \frac{7}{(x-1)^3}, & \bar{b}) y = 3^{tgx} \arcsin 7x^4, & \vartheta) y = \frac{\sqrt[3]{-x^2 + 2x + 3}}{e^x}. \\
12. a) y = \sqrt[5]{3x^2 + 4x - 5} + \frac{4}{(x-4)^4}, & \bar{b}) y = 5^x \arccos 2x^5 & \vartheta) y = \frac{e^{3x}}{\sqrt{3x^2 - 4x - 7}}. \\
13. a) y = \sqrt[3]{5x^4 - 2x - 1} + \frac{8}{(x-5)^2}, & \bar{b}) y = \sin^4 3x \operatorname{arctg} 2x^3, & \vartheta) y = \frac{e^{-\sin 2x}}{(x+5)^4}. \\
14. a) y = -\sqrt[7]{-7x^2 + 5x - 3} + \frac{3}{(x+2)^5}, & \bar{b}) y = \cos^3 4x \operatorname{arctg} \sqrt{x}, & \vartheta) y = \frac{e^{\cos 5x}}{\sqrt{x^2 - 5x - 2}}. \\
15. a) y = \sqrt[4]{(x-1)^5} - \frac{4}{7x^2 - 3x + 2}, & \bar{b}) y = \operatorname{tg}^3 2x \arcsin x^5, & \vartheta) y = \frac{(2x+5)^3}{e^{\lg x}}. \\
16. a) y = \sqrt[5]{(x-2)^6} - \frac{3}{7x^3 - x^2 - 4}, & \bar{b}) y = \operatorname{ctg}^7 x \arccos 2x^3, & \vartheta) y = \frac{e^{-\operatorname{tg} 3x}}{4x^2 - 3x + 5}. \\
17. a) y = -\sqrt[3]{x^4 + 3x + 4} + \frac{3}{(x+4)^2}, & \bar{b}) y = e^{-\sin x} \operatorname{tg} 7x^6, & \vartheta) y = \frac{e^{-\sin 4x}}{(2x-5)^6}. \\
18. a) y = \frac{2}{(x-1)^3} - \frac{8}{6x^2 + 3x - 7}, & \bar{b}) y = e^{\cos x} \operatorname{ctg} 8x^3, & \vartheta) y = \frac{3x^2 - 5x + 10}{e^{-x^4}}. \\
19. a) y = \sqrt{-2x^2 + 5x + 1} + \frac{3}{(x-3)^4}, & \bar{b}) y = \cos^5 x \arccos 4x, & \vartheta) y = \frac{e^{-x}}{(2x^2 - x + 4)^2}. \\
20. a) y = \sqrt[3]{-x^2 + 4x + 5} - \frac{5}{(x+1)^3}, & \bar{b}) y = \sin^3 7x \operatorname{arctg} 5x^2, & \vartheta) y = \frac{e^{4x}}{(3x+5)^3}. \\
21. a) y = \sqrt[4]{5x^2 - 4x + 1} - \frac{7}{(x-5)^2}, & \bar{b}) y = \sin^2 3x \operatorname{arctg} 3x^5, & \vartheta) y = \frac{(2x-3)^7}{e^{-2x}}. \\
22. a) y = \sqrt[5]{x^2 - 7x + 3} - \frac{4}{(x-7)^5}, & \bar{b}) y = \cos^{\sqrt[5]{x}} \operatorname{arctg} x^4, & \vartheta) y = \frac{e^{ctg 5x}}{(3x-5)^4}. \\
23. a) y = \sqrt{(x-3)^7} + \frac{9}{7x^2 - 5x - 8}, & \bar{b}) y = \operatorname{tg}^6 2x \cos 7x^2, & \vartheta) y = \frac{(3x+1)^4}{e^{4x}}. \\
24. a) y = \sqrt[3]{(x-8)^4} - \frac{2}{1+3x-4x^2}, & \bar{b}) y = \operatorname{ctg}^3 4x \arcsin \sqrt{x}, & \vartheta) y = \frac{5x^2 + 4x - 2}{e^{-x}}.
\end{array}$$

Задача 9. Знайти границю за правилом Лопітала.

$$1. a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg}^2 2x} .$$

$$2. a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{\ln x} - x}{x-1} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} x^4 \sin \frac{a}{x} .$$

$$3. a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \ln x \ln(x-1) .$$

$$4. a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4 \sin^2 \left(\frac{\pi x}{6} \right)}{1 - x^2} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right) ;$$

$$5. a) \lim_{x \rightarrow a} \arcsin \frac{x-a}{a} \operatorname{ctg}(x-a) ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin x} ;$$

$$6. a) \lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right) ;$$

$$7. a) \lim_{x \rightarrow \infty} (a^{\frac{1}{x}} - 1)x ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \operatorname{tg} \frac{x}{2} ;$$

$$8. a) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right) ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3} ;$$

$$9. a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 - \sin x^2} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \pi/2a} \frac{1 - \sin ax}{(2ax - \pi)^2} ;$$

$$10. a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{2 \sin x + x} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x} ;$$

$$11. a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{e^{x^2} - 1}}{2 \operatorname{arctg} x^2 - \pi} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1+2x)} ;$$

$$12. a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 7x + 6} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{c^x - 1} ;$$

$$13. a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1 - x^3} ;$$

$$14. a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^5} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x} ;$$

$$15. a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sin \frac{\pi x}{2}} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos ax}{1-\cos bx} ;$$

$$16. a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{x^n - a^n} ;$$

$$17. a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{x}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x} ;$$

$$18. a) \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1/\cos^2 x - 2\operatorname{tg} x}{1 + \cos 4x} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} (x \ln x) ;$$

$$19. a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin mx)}{\ln(\sin x)} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right) ;$$

$$20. a) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^{2x}) \operatorname{ctg} x ;$$

$$21. a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \operatorname{ctg} x ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x\sqrt{1-x^2}} ;$$

$$22. a) \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - x^3 - 1}{\sin^2 2x} ;$$

$$23. a) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{3}{x} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x - e^{-x}} ;$$

$$24. a) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 5x} ;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^5} ;$$

Задача 10. Побудувати графік функції (провести повне дослідження).

$$1. a) y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1},$$

$$б) y = e^{2x-x^2}.$$

$$2. a) y = \frac{x+1}{(x-1)^2},$$

$$б) y = x + \ln(x^2 - 4).$$

$$3. a) y = e^{\frac{1}{5+x}},$$

$$б) y = \frac{2(x+1)^2}{x-2}.$$

$$4. a) y = \frac{x}{9-x},$$

$$б) y = x \ln^2 x.$$

$$\begin{array}{ll}
5. a) y = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x}, & \bar{b}) y = \frac{4e^{x^2} - 1}{e^{x^2}}. \\
6. a) y = \frac{x^2}{4x^2 - 1}, & \bar{b}) y = x^2 e^{\frac{-x^2}{2}}. \\
7. a) y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}, & \bar{b}) y = x e^{\frac{1}{x}}. \\
8. a) y = x + \frac{\ln x}{x}, & \bar{b}) y = \frac{2 + x}{(x + 1)^2}. \\
9. a) y = x - \ln(1 + x^2), & \bar{b}) y = \frac{(1 - x)^3}{(x - 2)^2}. \\
10. a) y = \frac{x^3}{x^2 - x + 1}, & \bar{b}) y = x e^x. \\
11. a) y = x^2 - 2 \ln x, & \bar{b}) y = x^2 e^{\frac{1}{x}}. \\
12. a) y = x^3 e^{\frac{-x^2}{2}}, & \bar{b}) y = \frac{x^2}{(x + 2)^2}. \\
13. a) y = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 2x}, & \bar{b}) y = (x + 2)e^{1-x}. \\
14. a) y = \frac{(x - 2)^2}{x + 1}, & \bar{b}) y = \frac{\ln x}{x}. \\
15. a) y = -\ln \frac{1 + x}{1 - x}, & \bar{b}) y = \left(\frac{x - 2}{x + 1} \right)^2. \\
16. a) y = \ln(x^2 + 1), & \bar{b}) y = \frac{x^3}{9 - x^3}. \\
17. a) y = \frac{x^2 + 6}{x^2 + 1}, & \bar{b}) y = (x + 1)e^{2x}. \\
18. a) y = x \ln x, & \bar{b}) y = \frac{4x}{4 + x^2}. \\
19. a) y = (x - 1)e^{3x+1}, & \bar{b}) y = \frac{x^4}{x^3 - 1}.
\end{array}$$

$$20. a) y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1},$$

$$b) y = \ln(x^2 - 2x + 6).$$

$$21. a) y = \frac{2x - 1}{(x - 1)^2},$$

$$b) y = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right).$$

$$22. a) y = \frac{x^5}{x^4 - 1},$$

$$b) y = x^3 e^{x+1}.$$

$$23. a) y = \frac{x^3 + 4}{x^2},$$

$$b) y = x - \ln(x^2 + 1).$$

$$24. a) y = \frac{x^3}{x^4 - 1},$$

$$b) y = 1 - \ln^3 x.$$

Рекомендована література

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М.: Наука, 1985. – 446с.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука, 1988. – 432с.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М.: Наука, 1984. – 190с.
4. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч. 1: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Высшая школа, 1980. – 320с.
5. Задорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу. – М.: Высшая школа, 1966. – 460с.
6. Кузнецов Л.А. Сборник задач по высшей математике: Типовые расчёты. – М.: Высшая школа, 1983. – 176с.
7. Овчинников П.П. та ін. Вища математика: Підручник. У 2ч. – К.: Техніка, 2000. – 592с.
8. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: Учеб. пособие в 3 ч. Ч.1 / А.П. Рябушко, В.В. Бархатов, В.В. Державец, И.Е. Юреть: Под общ. ред. А. П. Рябушко. – Минск: Вышэйшая школа, 1990. – 270с.
9. Вища математика. Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи для студентів заочної форми навчання усіх спеціальностей, Частина 1 / Укл.: Лапа Т.В., Мовша О.М. – Чернігів: ЧДТУ, 2012. – 115 с.