

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЧЕРНІГІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

## **ВИЩА МАТЕМАТИКА**

Завдання та методичні вказівки  
до виконання розрахунково-графічних робіт  
II семестр  
для студентів напряму підготовки (спеціальності)  
6.170103 «Управління інформаційною безпекою», 125 «Кібербезпека»  
денної форми навчання

Обговорено і рекомендовано  
на засіданні кафедри  
кібербезпеки та математичного моделювання  
*Протокол №5*  
*від «18» жовтня 2017 р.*

Чернігів ЧНТУ 2017

**Вища математика.** Завдання та методичні вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт, II семестр для студентів напрямку підготовки (спеціальності) 6.170103 «Управління інформаційною безпекою», 125 «Кібербезпека» денної форми навчання / Укл.: Ткач Ю.М. – Чернігів: ЧНТУ, 2017. – 26 с.

Укладачі: Ткач Юлія Миколаївна, завідувач кафедри кібербезпеки та математичного моделювання, кандидат технічних наук, доцент

Рецензент: Мехед Дмитро Борисович, доцент кафедри кібербезпеки та математичного моделювання, кандидат педагогічних наук, доцент

## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	4
КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ.....	7
ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ .....	8
ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ.....	9
ДОДАТОК А .....	20
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	21

## ПЕРЕДМОВА

Метою викладання навчальної дисципліни “Вища математика” є формування базових математичних знань для розв’язування задач у професійній діяльності, вміння аналітичного мислення та математичного формулювання прикладних задач.

Основними завданнями вивчення дисципліни “Вища математика” є

- надання студентам знань з основних розділів вищої математики;
- підготовка студентів до вивчення загальнопрофесійних та спеціальних дисциплін;
- розвиток у студентів навичок використання математичних методів дослідження під час підготовки курсових та дипломних робіт;
- підготовка студентів до науково-дослідної роботи, розробка та аналіз математичних моделей, застосування математичних методів під час розв’язання конкретних завдань галузі.

Запропоновані завдання для індивідуальної (розрахунково-графічної) роботи студентів включають методичні вказівки до виконання, завдання для розрахунку, критерії оцінювання. За допомогою розрахунково-графічної роботи та запропонованих завдань досягається більш глибоке опанування теорії, що здійснюється за допомогою розвитку логічного мислення через вирішення задач та дає змогу студентам осмислити нові для них поняття. Завдання для розрахунку скомпоновані відповідно до розділів робочої програми «Вища математика», II семестр навчання, що полегшує і робить більш зручною організацію навчального процесу і викладачам, і студентам.

Завдання для розрахунково-графічної роботи студентів можуть використовуватися як для аудиторної, так і домашньої роботи. Вони спрямовані на розвиток у студентів організаційних та аналітичних здібностей, а також уміння користуватися теоретичними посиленнями у вирішенні практичних ситуацій та вміння користуватися статистикою і спеціальною літературою. Завдання для розрахунково-графічної роботи студентів можуть

значною мірою полегшити вивчення дисципліни студентами очної форми навчання.

Під час виконання розрахунково-графічної роботи студенти повинні ознайомитися та вивчити лекційний матеріал, запропонований викладачем. Основою для вивчення є літературні джерела, наведені в даній методичній розробці. За наявності незрозумілих питань студентам рекомендується звернутись за консультаціями до викладача з метою отримання всіх необхідних пояснень щодо організації розрахунково-графічної роботи, виконання розрахункових завдань та пошуку додаткових літературних джерел. Викладачем надаються додаткові роз'яснення та індивідуальні консультації для підвищення компетентності студентів та розширення спектру їх знань з даної дисципліни.

### СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви змістових модулів і тем		Кількість годин для денної/заочної форми навчання									
		Всього		У тому числі							
				Лек.		Прак.		Лаб.		Сам.роб.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>Модуль 1</b>											
<b>Змістовий модуль 1. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА</b>											
1	Елементи теорії матриць і визначників	20	2	2							16
2	Матриці та дії над ними	20	2	2							16
3	Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь.	22	4	2							16
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>		<b>62</b>	<b>8</b>	<b>6</b>							<b>48</b>
<b>Змістовий модуль 2. ЕЛЕМЕНТИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ТА ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ</b>											
4	Елементи векторної алгебри	24	4	4							16
5	Елементи аналітичної геометрії	26	6	4							16
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>		<b>50</b>	<b>10</b>	<b>8</b>							<b>32</b>
<b>Змістовий модуль 3. ВСТУП ДО МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ</b>											
6	Функція	20	2	2							16

Продовження таблиці

7	Границя послідовності та функції	22	2	4		16
8	Неперервність функції	26	4	4		18
<b>Разом за змістовим модулем 3</b>		<b>68</b>	<b>8</b>	<b>10</b>		<b>50</b>
<b>I семестр</b>		<b>180</b>	<b>26</b>	<b>24</b>		<b>130</b>
<b>Модуль 2</b>						
<b>Змістовий модуль 4. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ</b>						
9	Похідна. Основні правила диференціювання		2	2		10
10	Основні теореми диференціального числення		2	2		10
11	Застосування диференціального числення до дослідження функцій		2	2		10
12	Поняття функції багатьох змінних, границя, неперервність		2	2		10
13	Частинні похідні та диференціал функції багатьох змінних		2	2		10
14	Екстремуми функції багатьох змінних		2	2		10
<b>Разом за змістовим модулем 4</b>			<b>12</b>	<b>12</b>		<b>60</b>
<b>Змістовий модуль 5. ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ</b>						
15	Невизначений інтеграл		2	2		10
16	Основні методи інтегрування		2	2		10
17	Визначений інтеграл		2	2		10
18	Застосування визначеного інтеграла		2	2		10
<b>Разом за змістовим модулем 5</b>			<b>8</b>	<b>8</b>		<b>40</b>
<b>Змістовий модуль 6. ЗВИЧАЙНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ. РЯДИ</b>						
19	Диференціальні рівняння		4	2		15
20	Ряди та їх застосування		2	2		15
<b>Разом за змістовим модулем 6</b>			<b>6</b>	<b>4</b>		<b>30</b>
<b>II семестр</b>		<b>180</b>	<b>26</b>	<b>24</b>		<b>130</b>
<b>Усього годин за рік</b>		<b>360</b>	<b>52</b>	<b>48</b>		<b>260</b>

## КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

Розрахунково-графічні завдання виконуються за окремим графіком. Студент самостійно готується до такого заняття за індивідуальним завданням. Обсяг розрахунково-графічної роботи визначається навчальним планом з дисципліни.

З даного курсу розрахунково-графічної роботи проводиться у формі виконання індивідуальних завдань з розв'язування різноманітних задач.

### Шкала оцінювання знань студентів при виконанні розрахунково-графічної роботи

<b>Рівень виконання розрахункової роботи</b>	<b>Кількість балів</b>	
- завдання розв'язані повністю і правильно, містять пояснення до розрахунків; - здійснено посилання на нормативну базу; - показано вміння самостійно формулювати висновки за результатами проведеного дослідження; - присутній творчий підхід та використано новітні інформаційні технології.	9...	10
- завдання виконані повністю, але при розв'язуванні допущені незначні помилки; - не аргументовано викладено матеріал; - у висновках містяться помилки та недоречності	6...	8
- завдання розв'язані, але містять грубі помилки; - завдання розв'язані не у повному обсязі та допущено значні помилки; - не сформульовані висновки за результатами розрахунків	3...	5
- завдання виконані частково і неякісно; - записані тільки формули	0...	2

У зв'язку з тим що, розрахунково-графічна робота містить завдання для розрахунку з різних тем, і може бути виконана після вивчення всіх тем курсу, оцінюється вона після закінчення другого модуля і оцінка за виконання розрахунково-графічної роботи, додається до підсумкової модульної оцінки, переведеної за шкалою ECTS.

## **ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ**

Робота оформляється на листах А4 з однієї сторони, поля: з лівого боку – 20 мм, з правого боку – 10 мм, зверху – 20 мм, знизу – 20 мм. Завдання повинні бути виконані акуратно, розбірливим почерком (або надруковані), з детальними поясненнями та всіма проміжними розрахунками. В кінці розрахункового завдання пишеться висновок (відповідь).

Вимоги до комп'ютерного набору розрахункової роботи:

- текстовий редактор – WORD;
- гарнітура шрифту – TimesNewRoman;
- кегль шрифту (розмір) – 14;
- міжрядковий інтервал – полуторний;
- абзац – 1,25 см;
- розташування тексту роботи – вирівнювання по ширині;
- міжрядковий інтервал між заголовком (назвою розділу чи підрозділу) і текстом повинна дорівнювати 1 інтервалу.

Приклад оформлення титульної сторінки розрахунково-графічної роботи наведено у Додатку А.

Повністю оформлена і виконана розрахункова робота подається на кафедру в термін, що визначений у плані-графіку виконання розрахункової роботи для перевірки її викладачем. Якщо робота виконана не вчасно без поважних причин, то студенту ставиться 0 балів («незадовільно») і він повинен виконати додатково один з варіантів, який вкаже викладач. Розрахункова робота оцінюється після особистої співбесіди з викладачем. В разі зауважень з боку викладача, робота повинна бути доопрацьована в зазначений термін і подана на перевірку. До підсумкового контролю допускаються лише студенти, що вчасно здали і захистили свою роботу.

Варіант розрахунково-графічної роботи видається студенту викладачем (згідно порядкового номеру в списку академічної групи або в інший спосіб).



## ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

**1. Знайдіть похідну  $\frac{dy}{dx}$  функції**

1. а)  $y = x^{\arcsin x}$ , б)  $y = \frac{(-5)^x \cdot \sqrt[3]{x^2 + 1}}{e^x (-2)^x}$ .

2. а)  $y = \lg x^{\frac{x}{2}}$ , б)  $y = \frac{3^x (-x-1)(+1)^4}{\sqrt{x} (-3)^x}$ .

3. а)  $y = (-3+1)^{\sin x}$ , б)  $y = \frac{(-1)^x \cdot \sqrt[4]{x^2 + x}}{4^x (-x-2)^x}$ .

4. а)  $y = (\cos 2x)^{\ln \operatorname{tg}(\frac{x}{2})}$ , б)  $y = \frac{2^x (-5)(+1)^x}{\sqrt{5x} (-x-3)^x}$ .

5. а)  $y = (\ln \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}$ , б)  $y = \sqrt[3]{(-1)^x (-2)^x}$ .

6. а)  $y = x^{e^{3x}}$ , б)  $y = \frac{(-2)^x \cdot \sqrt[3]{x^5 + 1}}{(-5)^x}$ .

7. а)  $y = (\operatorname{tg} 5x)^{x-1}$ , б)  $y = \frac{(+t)^x}{(+2)^x (+t)^4}$ .

8. а)  $y = (-5+1)^{\operatorname{ctg} x}$ , б)  $y = \frac{x(-2+1)^x}{\sqrt{1-x^2}}$ .

9. а)  $y = x^{2^{\operatorname{tg} x}}$ , б)  $y = \sqrt[3]{\frac{x(+x^2)}{(-x)^x}}$ .

10. а)  $y = (-8+1)^{\operatorname{tg} x}$ , б)  $y = (-1)^x (x+3)(x+x^2)^x$ .

11. а)  $y = (-3-x)^{x^2+1}$ , б)  $y = \sqrt{\frac{x(-1)^x}{x^3-2}}$ .

12. а)  $y = (-x-3)^{\cos x}$ , б)  $y = \frac{(-2)^x}{(-1)^x (-3)^x}$ .

13. а)  $y = x^{\operatorname{arctg} x}$ , б)  $y = \frac{2^x \operatorname{tg} x \sqrt[5]{x}}{\sqrt{3x-4}}$ .

$$14. \text{ a) } y = (\sin x)^{x^2}, \text{ б) } y = \frac{(-4)^{\sqrt{x^3+3}}}{e^x (-2)^{\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x}}.$$

$$15. \text{ a) } y = (\cos x)^{\ln x}, \text{ б) } y = (\ln x)^{\cos x} \cdot (\cos x)^{\sin x}.$$

$$16. \text{ a) } y = x^{2^x}, \text{ б) } y = \frac{(x-7)^{\sqrt[5]{6x^4+2^{3x}}}}{e^{-9x^2} \cdot (x+2)^{\sqrt[5]{x}}}$$

$$17. \text{ a) } y = (gx)^{e^{gx}}, \text{ б) } y = \sqrt[7]{(\sin 5x + 6x^4)(x+15)^{\sqrt[3]{x}}}$$

$$18. \text{ a) } y = (\arcsin x)^{\sin x}, \text{ б) } y = \frac{(t^5)^{\sqrt[2]{x}}}{(x+1)^{\sqrt[3]{x}} (5^{\cos x})^{\sqrt[4]{x}}}$$

$$19. \text{ a) } y = (\cos x)^{\operatorname{tg} x}, \text{ б) } y = (2x+1)^{\cos x} (e^{gx} + \sqrt{3})(x^5 - x^2)^{\sqrt[3]{x}}$$

$$20. \text{ a) } y = x^{4^x}, \text{ б) } y = \frac{3^{e^{tgx}} (2+1)^{\sqrt[8]{x}}}{\sqrt{x^2 - \sqrt{5^x}}}$$

$$21. \text{ a) } y = (3+1)^{\sin x}, \text{ б) } y = \frac{(-1)^{\sqrt[3]{x}} \cdot \sqrt[4]{x^2+x}}{4^x (x-2)^{\sqrt[3]{x}}}$$

$$22. \text{ a) } y = x^{\frac{1}{x}}, \text{ б) } y = (x^2+7) \left( \ln(x) - \frac{2}{x} \right) \cdot \sqrt{3^{2x}+2}$$

$$23. \text{ a) } y = x^{\sqrt{\ln x}}, \text{ б) } y = \frac{(-3)^{\sqrt[7]{x}} (x+2)^{3x}}{8x-1}$$

$$24. \text{ a) } y = (\ln x)^{\operatorname{tg} x}, \text{ б) } y = \frac{(x+4)^{\sqrt[3]{x}} \sqrt{(x-5)^{3x}}}{(x-1)^{\sqrt[3]{x}} (x+5)^{\sqrt[3]{x}}}$$

$$25. \text{ a) } y = x^{-x} \cdot e^{-2x}, \text{ б) } y = \sqrt{\frac{x (-3)^{\sqrt[4]{x}} (-3)^{2x}}{7x+1}}$$

$$26. \text{ a) } y = (x-3)^{\arccos x}, \text{ б) } y = (-3)^{\sqrt[7]{x}} \cdot (x+2)^{3x} \cdot 8^{\cos 3x}$$

$$27. \text{ a) } y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{tg} x}, \text{ б) } y = \sqrt{(x+6)^{\sqrt[3]{x}}} \cdot (-4)^{7x} \cdot \sin(x-2)^{\sqrt[3]{x}}$$

$$28. \text{ a) } y = (x+2)^{\sin x}, \text{ б) } y = \frac{2^x \operatorname{tg} x \sqrt[5]{x}}{\sqrt{3x-4}}$$

$$29. \text{ a) } y = x^{\sin x} + (\ln x)^{\sqrt[3]{x}}, \text{ б) } y = \frac{x (x^2+1)^{\sqrt[3]{x}}}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$30. \text{ a) } y = x^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}, \text{ б) } y = (\sin 3x - 4)^{\sqrt[3]{x}} (x+2)^{\sqrt[6]{x}} \cdot (gx+3)^{\sqrt[3]{x}}$$

2. Знайдіть похідну  $\frac{dy}{dx}$  функції, заданої неявно

1.  $x^2y + y^2x = x^3y^3$ .

2.  $y = \arctg x - \arctg y$ .

3.  $\sin y = x^2 + y^2$ .

4.  $y \cos x = \sin y$ .

5.  $3^x + 3^y = 3^{x+y}$ .

6.  $x^3 + y^2 - 4xy = 0$ .

7.  $\ln(x+y) = x^2y = 1$ .

8.  $x \sin y = x^2 + y^3$ .

9.  $2^x - 2^y = 2^{x-y}$ .

10.  $\cos x - \sin y = x - y$ .

11.  $\cos y = \sin y$ .

12.  $y \cos x = x^3 - y^3$ .

13.  $y^3 + x^3y + xy^5 = 0$ .

14.  $x^4 + y^3 = x^3y^{10}$ .

15.  $y = x - \arcsin y$ .

16.  $x^3y + y^3x = x - y^2$ .

17.  $x^2y^2 + 2yx + x^3 = y^3$ .

18.  $\sin(x+y) = x - y$ .

19.  $x^2 + y^4x = x^3 - 2y$ .

20.  $x \operatorname{tg} y - y \operatorname{tg} x = xy$ .

21.  $x^3y - y^3x = y$ .

22.  $y \sin x + x \sin y = y$ .

23.  $y^3 - 5y + 6x = x^4$ .

24.  $3^{x+y} + 3^{x-y} = y^3$ .

25.  $x^3y^2 + 2^{x-y} = y$ .

26.  $5^x - 5^y = 5^{x+y}$ .

27.  $e^{xy} - x^2 + y^2 = 0$ .

28.  $y \sin x + \cos(x-y) = \cos y$ .

29.  $\ln \frac{x}{y} - x + 2y = 0$ .

30.  $e^{xy} - (x+3y) = 0$ .

### 3. Проведіть повне дослідження функції та побудуйте її графік:

$$1. y = x^2 + \frac{2}{x}$$

$$2. y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$$

$$3. y = \frac{16}{x^2 - 4}$$

$$4. y = \frac{x}{1 + x^2}$$

$$5. y = \frac{x^3}{3 - x^2}$$

$$6. y = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$$

$$7. y = \frac{x - 1}{x - 2}$$

$$8. y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

$$9. y = \frac{4x - 12}{x - 2}$$

$$10. y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$$

$$11. y = \frac{x}{x^2 - 4}$$

$$12. y = \frac{x^4}{x^3 - 1}$$

$$13. y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$$

$$14. y = \frac{4x^2}{3 - x}$$

$$15. y = x + \frac{7}{x} - \frac{3}{x^2}$$

$$16. y = \frac{8}{x^2 - 4}$$

$$17. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

$$18. y = \frac{x^4}{x + 1}$$

$$19. y = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$$

$$20. y = \frac{x^2}{2x - 1}$$

$$21. y = \frac{x}{x^2 - 4}$$

$$22. y = x^3 e^{-x}$$

$$23. y = x^2 \ln x$$

$$24. y = \frac{x}{\ln x}$$

$$25. y = \frac{4x^3 - x^4}{5}$$

$$26. y = \frac{1 - x^3}{x^2}$$

$$27. y = x^2 e^{\frac{1}{x}}$$

$$28. y = 12x - x^3$$

$$29. y = x\sqrt{1 - x}$$

$$30. y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$$

4. Знайдіть частинні похідні  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$  та повний диференціал  $dz$  функції  $z(x, y)$

1. а)  $z = 3x^6 + 2x^2y^5 - 4x + 5y^3$ ; б)  $z = xy \log_y x$ .

2. а)  $z = -x^4 + 3xy^4 - 5x^3 + 2$ ; б)  $z = \operatorname{tg} \ln(x^2 - y^2)$ .

3. а)  $z = -3x^3 + 2x^3y^5 - 5y^2 + 1$ ; б)  $z = \arcsin 2^{\frac{x}{y}}$ .

4. а)  $z = 7x^8y - 32xy^4 - 3y + 5$ ; б)  $z = \arcsin x^y$ .

5. а)  $z = 6x^6y^3 - 2xy^3 + 4x - 3$ ; б)  $z = xy^3 \ln \sin(x - 2y)$ .

6. а)  $z = 2x^4 - y^3 - 3xy^4 + 4y + 2$ ; б)  $z = \sin^3 x \cos(x + 3y)$ .

7. а)  $z = x^3 - 2y^4 + x^5y + 7x - 1$ ; б)  $z = (x + y) \operatorname{arctg} \sqrt{xy}$ .

8. а)  $z = -x^2y^4 - 2x + y^8 + 2x - 6$ ; б)  $z = 3^{x-y} \ln(x^2 + y^2)$ .

9. а)  $z = -3xy^2 + x^3y - 3y + 3$ ; б)  $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{\ln y}$ .

10. а)  $z = 5x^5y^2 - x + y^6 + 10$ ; б)  $z = \arccos \frac{\ln x}{\sqrt{y}}$ .

11. а)  $z = 7x^4y^2 - 3y^3 + 3x - 4$ ; б)  $z = e^{xy^2} (x^2 - y)$ .

12. а)  $z = -4x^4y^5 - 6x + y^4 - 8$ ; б)  $z = 4^{x^2+y^2} (x^4 - y^4)$ .

13. а)  $z = -x^2y^3 - 4x - 3y^2 + 7$ ; б)  $z = \sin^5(x^3 + xy - y^3)$ .

14. а)  $z = 2x^7y^4 + 3x^2 - y^4 - 1$ ; б)  $z = \cos^3(x^2 - y^2)$ .

15. а)  $z = -x^4y^4 + 5x^6 - 3y^3 - 2$ ; б)  $z = x^x \cos y + e^{\sin y}$ .

16. а)  $z = 4x^2y^2 - 2x^5 - y + 10$ ; б)  $z = 2^{(x+y) \sin(x-y)}$ .

17. а)  $z = -x^9y^4 + 2x^3 + 4y^3 + 7$ ; б)  $z = \frac{y \ln x}{x \ln y}$ .

18. а)  $z = 3x^2y^5 + 7x^3 - y^{-2} - 5$ ; б)  $z = \frac{y^2 \ln x}{x \ln(x^2 + 1)}$ .

19. а)  $z = 5x^3y^{-3} - 2x^2 + y^4 + 4$ ; б)  $z = \frac{y^2 + x^2}{(x + y)^3}$ .

$$20. \text{ a) } z = -x^4 y^2 - 2x\sqrt{y} + 4x - 2; \text{ б) } z = \frac{\ln(x - 2y)}{\ln(y + 2x)}.$$

$$21. \text{ a) } z = 4x^3 y^2 + 7\sqrt{x} - y^5 - 6; \text{ б) } z = x \sin x \cos y.$$

$$22. \text{ a) } z = -7x^7 y^6 + 6x^3 \sqrt{y} + 4x^3; \text{ б) } z = (x + y^2) \sqrt{x + 4y}.$$

$$23. \text{ a) } z = x^4 y^2 - x^2 + 4y^{-3} - 8; \text{ б) } z = \frac{\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} y}{x + y}.$$

$$24. \text{ a) } z = -2x^2 y^5 - \sqrt{2x} y^3 + 4y; \text{ б) } z = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} y}{x^2 + y^2}.$$

$$25. \text{ a) } z = 3x^4 y^5 + 5x - 2y + 2; \text{ б) } z = \frac{\ln(x - y)}{\ln(x^3 + y^3)}.$$

$$26. \text{ a) } z = 4x^{-2} y^{-3} - 5x - 4y^5 + 8; \text{ б) } z = \frac{\ln \ln \operatorname{ctg} y}{x^2}.$$

$$27. \text{ a) } z = 9x^{-2} y^6 + 3x^4 - 2y + 3; \text{ б) } z = \sqrt{\sin^2 x - \cos^2 y}.$$

$$28. \text{ a) } z = -x^2 y^{-3} + 8y^3 + 6x - 1; \text{ б) } z = \sqrt{\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 y}.$$

$$29. \text{ a) } z = 3x^3 y^5 - 6xy^2 + 2x - 7; \text{ б) } z = \sin(x + 3y).$$

$$30. \text{ a) } z = 4x^3 y^7 + 4xy^2 + 4y - 6; \text{ б) } z = \ln \cos(x - 3y).$$

## 5. Знайдіть інтеграли

1. а)  $\int \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x}} dx$ ; б)  $\int (-3x) \cos 2x dx$ ; в)  $\int \frac{3x^2 + 20x + 9}{(x^2 + 4x + 3)(x + 5)} dx$ ; г)  $\int \cos^4 3x \cdot \sin^2 3x dx$ ;

д)  $\int \frac{dx}{\sqrt{4 + 8x - x^2}}$ .

2. а)  $\int \sqrt[4]{x^7} (-\sqrt{x}) dx$ ; б)  $\int (x^2 - 1) \sin 3x dx$ ; в)  $\int \frac{12}{(x^2 - 4x + 3)(x - 2)} dx$ ; г)  $\int \cos 3x \cdot \cos x dx$ ; д)

$\int \frac{(x-1) dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}$ .

3. а)  $\int \sqrt[3]{x^3} (+3\sqrt{x}) dx$ ; б)  $\int (x^2 + 4) e^{-x} dx$ ; в)  $\int \frac{2x^2 + 8x + 9}{(x^2 + x - 2)(x + 3)} dx$ ; г)  $\int \frac{\operatorname{tg} 2x}{4 + \operatorname{tg}^2 2x} dx$ ; д)

$\int \frac{\sqrt{1 - x^2} dx}{x}$ .

4. а)  $\int \sqrt[3]{x^2} (-4\sqrt{x}) dx$ ; б)  $\int (x^2 - 3) e^{2x} dx$ ; в)  $\int \frac{43x - 67}{(x^2 - x - 12)(x - 1)} dx$ ; г)  $\int \cos 7x \cdot \cos 5x dx$ ; д)

$\int \frac{1 - \sqrt{x+1}}{(\sqrt[3]{x+1}) \sqrt{x+1}} dx$ .

5. а)  $\int \sqrt[3]{x^4} (+\sqrt[3]{x}) dx$ ; б)  $\int \sqrt{2x-1} \ln(x-1) dx$ ; в)  $\int \frac{12x}{(x^2 + 6x + 5)(x + 3)} dx$ ; г)  $\int \sin 5x \cdot \cos 3x dx$ ;

д)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 1}}$ .

6. а)  $\int \sqrt[6]{x^5} (-\sqrt[3]{x}) dx$ ; б)  $\int x \ln(x-1) dx$ ; в)  $\int \frac{x+6}{3x^2 + 2x + 1} dx$ ; г)  $\int \frac{1}{\sin^3 x \cos^7 x} dx$ ; д)

$\int \frac{(x+3) dx}{\sqrt{7 - 2x - x^2}}$ .

7. а)  $\int \frac{x^3 + 1}{\sqrt[7]{x^2}} dx$ ; б)  $\int \ln(x^2 + 2x + 2) dx$ ; в)  $\int \frac{x}{x^2 + 2x + 5} dx$ ; г)  $\int \frac{1}{1 + 16 \sin^2 x} dx$ ; д)  $\int \frac{\sqrt{x^2 - 1} dx}{x}$ .

$$8. \text{ a) } \int \frac{\sqrt{x-x+1}}{\sqrt[3]{x^4}} dx; \text{ б) } \int \ln(x^2 - 2x + 5) dx; \text{ в) } \int \frac{3x-2}{5x^2+3x-2} dx; \text{ г) } \int \frac{\cos^3 x}{\sqrt[3]{\sin^4 x}} dx; \text{ д) } \int \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{(x+1)+1}\sqrt{x+1}} dx.$$

$$\int \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{(x+1)+1}\sqrt{x+1}} dx.$$

$$9. \text{ a) } \int \frac{x+\sqrt{x}-2}{\sqrt[5]{x^4}} dx; \text{ б) } \int (x+x^2) \cos x dx; \text{ в) } \int \frac{x+4}{2x^2-6x-8} dx; \text{ г) } \int \frac{\sin^3 x}{\sqrt[3]{\cos^4 x}} dx; \text{ д) } \int \frac{dx}{\sqrt{2-3x-2x^2}}.$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x-2x^2}}.$$

$$10. \text{ a) } \int \sqrt[3]{x^7} (x^{-5}\sqrt{x}) dx; \text{ б) } \int (x-7x) e^{-x} dx; \text{ в) } \int \frac{4x-1}{4x^2-4x+5} dx; \text{ г) } \int \frac{\cos^2 x}{\sin^6 x} dx; \text{ д) } \int \frac{(x+2) dx}{\sqrt{x^2+6x+10}}.$$

$$\int \frac{(x+2) dx}{\sqrt{x^2+6x+10}}.$$

$$11. \text{ a) } \int (\sqrt{x^4+1}) \sqrt[3]{x^4} dx; \text{ б) } \int (x+2) e^{-2x+1} dx; \text{ в) } \int \frac{3x^2+1}{(x^2-1)(x-1)} dx; \text{ г) } \int \sin 3x \cdot \sin 2x dx; \text{ д) } \int \frac{\sqrt{4+x^2} dx}{x}.$$

$$\int \frac{\sqrt{4+x^2} dx}{x}.$$

$$12. \text{ a) } \int \sqrt[4]{x^5} (x^{-6}\sqrt{x}) dx; \text{ б) } \int \arctg(x) dx; \text{ в) } \int \frac{x+2}{x^3-x^2} dx; \text{ г) } \int \sin 3x \cdot \cos x dx; \text{ д) } \int \frac{\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[6]{x+1}}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}} dx.$$

$$\int \frac{\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[6]{x+1}}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}} dx.$$

$$13. \text{ a) } \int \sqrt[3]{x^8} (x + \sqrt[3]{x}) dx; \text{ б) } \int x \ln(x+3) dx; \text{ в) } \int \frac{2x^2-2x-1}{x^2-x^3} dx; \text{ г) } \int \frac{\sin 2x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx; \text{ д) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+8}}.$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+8}}.$$

$$14. \text{ a) } \int e^{\sin \sqrt{x}} \cdot \cos \sqrt{x} \frac{dx}{2\sqrt{x}}; \text{ б) } \int \sqrt[4]{x} \ln x dx; \text{ в) } \int \frac{x^2+x+2}{x^3+x^2} dx; \text{ г) } \int \frac{1}{7+8\sin x+6\cos x} dx; \text{ д) } \int \frac{(x-3) dx}{\sqrt{6+2x-x^2}}.$$

$$\int \frac{(x-3) dx}{\sqrt{6+2x-x^2}}.$$



15. a)  $\int \sin^2(-x) dx$ ; б)  $\int (x-1) \operatorname{tg}^2(x-1) dx$ ; в)  $\int \frac{3x^2+2}{x(x+1)} dx$ ; г)  $\int \frac{\sin^3 x}{\sqrt[3]{\cos^4 x}} dx$ ; д)  $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx$ .

$$\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx.$$

16. a)  $\int (-2 \sin x) dx$ ; б)  $\int x \operatorname{tg}^2(x) dx$ ; в)  $\int \frac{3x+13}{(x^2+2x+5)(x-1)} dx$ ; г)  $\int \frac{3 \sin^3 x}{\cos^4 x} dx$ ; д)  $\int \frac{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+1})}{\sqrt[6]{x^5}} dx$ .

$$\int \frac{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+1})}{\sqrt[6]{x^5}} dx.$$

17. a)  $\int (-\sin 2x) dx$ ; б)  $\int (x-1) \cos^2 x dx$ ; в)  $\int \frac{12-6x}{(x^2-4x+13)(x+1)} dx$ ; г)  $\int \frac{\operatorname{tg} x}{9-4 \operatorname{tg}^2 x} dx$ ; д)  $\int \frac{dx}{\sqrt{2+8x-2x^2}}$ .

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2+8x-2x^2}}.$$

18. a)  $\int (\cos x + 3) dx$ ; б)  $\int (-x) \sin^2 2x dx$ ; в)  $\int \frac{x^2-6x+8}{x^3+8} dx$ ; г)  $\int \cos 2x \cdot \cos 3x dx$ ; д)  $\int \frac{e^{-x}}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$ .

$$\int \frac{e^{-x}}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx.$$

19. a)  $\int (-1) \sqrt{x+3} dx$ ; б)  $\int x \arcsin x^2 dx$ ; в)  $\int \frac{4x+2}{x^4+4x^2} dx$ ; г)  $\int \sin 5x \cdot \sin 7x dx$ ; д)  $\int \sqrt{4-x^2} dx$ .

$$\int \sqrt{4-x^2} dx.$$

20. a)  $\int \frac{x^3-8}{x-2} dx$ ; б)  $\int x \arcsin x^4 dx$ ; в)  $\int \frac{2x^2+2x+20}{(x^2+2x+5)(x-1)} dx$ ; г)  $\int \frac{3-\sin x}{3+\cos x} dx$ ; д)  $\int \frac{x+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[6]{x}}{x(\sqrt{x+1})} dx$ .

$$\int \frac{x+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[6]{x}}{x(\sqrt{x+1})} dx.$$

21. a)  $\int \sqrt{\sqrt{x}} dx$ ; б)  $\int \sqrt[3]{4-3x} \ln(-3x) dx$ ; в)  $\int \frac{x^2+3x+2}{x^3-1} dx$ ; г)  $\int \frac{\sin^3 x}{\sqrt[5]{\cos^2 x}} dx$ ; д)  $\int \frac{dx}{\sqrt{4+8x-x^2}}$ .

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4+8x-x^2}}.$$

22. a)  $\int \frac{\sqrt{x^2+1}+1}{x^2+1} dx$ ; б)  $\int x \ln(x-x) dx$ ; в)  $\int \frac{7x-10}{x^3+8} dx$ ; г)  $\int \cos^4 x \cdot \sin^3 x dx$ ; д)  $\int \frac{x-1}{\sqrt{x^2+4x+5}} dx$ .

$\int \frac{x-1}{\sqrt{x^2+4x+5}} dx$ .

23. a)  $\int e^x (-e^{-x}) dx$ ; б)  $\int \ln(x^2+4x+5) dx$ ; в)  $\int \frac{9(x-1)}{(x^2-4x+13)(x+1)} dx$ ; г)  $\int \frac{1}{9+\cos^2 x} dx$ ; д)  $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} dx$ .

$\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} dx$ .

24. a)  $\int \frac{x^4}{x^2+1} dx$ ; б)  $\int \ln(x^2-6x+13) dx$ ; в)  $\int \frac{4x-x^2-12}{x^3+8} dx$ ; г)  $\int \sin 4x \cdot \cos 2x dx$ ; д)  $\int \frac{1-\sqrt{x+1}}{(x+1)\sqrt[3]{x+1}} dx$ .

$\int \frac{1-\sqrt{x+1}}{(x+1)\sqrt[3]{x+1}} dx$ .

25. a)  $\int \frac{6^{x-1}+8^x}{2^x} dx$ ; б)  $\int (x+2x^2) \cos 4x dx$ ; в)  $\int \frac{3-9x}{x^3-1} dx$ ; г)  $\int \sin x \cdot \cos 9x dx$ ; д)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-4x+1}} dx$ .

$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-4x+1}} dx$ .

26. a)  $\int \frac{\sqrt{3-x}+\sqrt{3+x}}{\sqrt{9-x^2}} dx$ ; б)  $\int (x^2-6)^x dx$ ; в)  $\int \frac{4x^3+2x^2+1}{x(x-1)^2} dx$ ; г)  $\int \frac{1}{2+5\cos^2 x} dx$ ; д)  $\int \frac{x+3}{\sqrt{7-2x-x^2}} dx$ .

$\int \frac{x+3}{\sqrt{7-2x-x^2}} dx$ .

27. a)  $\int \frac{dx}{\sqrt{9-16x^2}}$ ; б)  $\int x \arccos 3x dx$ ; в)  $\int \frac{2x^3+5x^2-1}{x^3+x^2} dx$ ; г)  $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^5 x} dx$ ; д)  $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$ .

28. a)  $\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$ ; б)  $\int x \operatorname{arctg}(x^2) dx$ ; в)  $\int \frac{3x^2-17x+2}{(x^2+5x+6)(x-1)} dx$ ; г)  $\int \sqrt[3]{\cos^2 x} \cdot \sin^3 x dx$ ; д)  $\int \frac{\sqrt{x+1}-1}{(x+1)\sqrt[3]{x+1}} dx$ .

$\int \frac{\sqrt{x+1}-1}{(x+1)\sqrt[3]{x+1}} dx$ .

29. a)  $\int tg^2 x dx$ ; б)  $\int x \ln(x^2 + 3) dx$ ; в)  $\int \frac{2x^4 - 3}{(x^2 - 5x + 4)(x + 3)} dx$ ; г)  $\int \sin^{-5} x \cdot \cos^{-5} x dx$ ; д)

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2 - 3x - 2x^2}}.$$

30. a)  $\int \sin^3 x dx$ ; б)  $\int x \arccos x^2 dx$ ; в)  $\int \frac{6x^4 - 30x^2 + 30}{(x^2 - 1)(x + 2)} dx$ ; г)  $\int \frac{1}{16 + tg x} dx$ ; д)

$$\int \frac{(x+2) dx}{\sqrt{x^2 + 6x + 10}}.$$

## ДОДАТОК А

Титульна сторінка розрахунково-графічної роботи

**Чернігівський національний технологічний університет**  
**Кафедра кібербезпеки та математичного моделювання**

# **Розрахунково-графічна робота**

## **з дисципліни „Вища математика”**

*варіант № \_\_\_\_\_*

виконав(ла)  
студент(ка)

\_\_\_\_\_  
(прізвище, ім'я, по-батькові)  
перевірив

\_\_\_\_\_  
оцінка \_\_\_\_\_ балів

Підпис викладача \_\_\_\_\_

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

### Базова

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Наука, 1980. - 336 с.
2. Бугров Я. С., Никольский С. М. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексной переменной. - М.: Наука, 1981. - 464 с.
3. Бугров Я. С., Никольский С. М. Высшая математика. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. - М.: Наука, 1980. - 224 с.
4. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1973. - 366 с.
5. Высшая математика. Сборник задач / Под ред. П. Ф. Овчинникова. - М.: ВШ, 1991. - 455 с.
6. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: ВШ, 1979. - 400 с.
7. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: ВШ, 1977, 1999. - 480 с.
8. Гусак А. А. Задачи и упражнения по высшей математике. В 2 ч. - Минск.: ВШ., 1988. - Ч. 1. - 248 с. - Ч. 2. - 232 с.
9. Давидов М. О. Курс математичного аналізу. В 3 ч. - Ч.1. Функції однієї змінної. - К.: ВШ, 1990. - 384 с. - Ч.2. Функції багатьох змінних. Диференціальні рівняння. - К.: ВШ, 1991. - 368 с. - Ч.3. Теорія функцій дійсної та комплексної змінної. - К.: ВШ, 1991. - 350 с.
10. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. - М.: ВШ, 1980. - Ч. 1. - 320 с. - Ч. 2. - 365 с.
11. Ефимов Н. В. Математический анализ. Специальные разделы. - М.: ВШ, 1980. - 356 с.
12. Жевняк Р. М., Карпук А. А. Высшая математика. В 5 ч. - Минск.: ВШ. - Ч. 1.

- 1984. - 223 с. - Ч. 2. - 1985. - 221 с. - Ч. 3. - 1986. - 208 с. - Ч. 4. - 1988. - 240 с. - Ч. 5. - 1988. - 253 с.
13. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Уравнения в частных производных математической физики. - М.: ВШ, 1970. - 712 с.
14. Кузнецов Л. А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты). - М.: ВШ, 1983. - 175 с.
15. Мармоза А. Т. Практикум по математической статистике. - К.: ВШ, 1990. - 190 с.
16. Михайленко В. М., Федоренко Н. Д. Спеціальні розділи математики. - К.: ВШ, 1992. - 216 с.
17. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. В 2 т. М.: Наука, 1985. - Т. 1. - 432 с. - Т. 2. - 560 с.
18. Сборник задач по математике для втузов / под ред. А. В. Ефимова и Б. П. Демидовича. В 2 ч. - М.: ВШ, 1981. - Ч. 1. - 464 с. - Ч. 2. - 367 с.
19. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике. В 3 ч / Под общ. ред. А. П. Рябушко. - Минск.: Выш. шк. - Ч. 1. - 1990. - 270 с. - Ч. 2. - 1991. - 352 с.
20. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1966. - 724 с.
21. Фарлоу С. Дж. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров. - М., Мир, 1985. - 383 с.
22. Чудесенко В. Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики (типовые расчеты). - М., ВШ, 1983. - 112 с.
23. Шкіль М. І, Колесник Т. В. Вища математика. В 3 т. - К., Либідь, 1994. - Т. 1. - 280 с. - Т. 2. - 352 с. - Т. 3. - 352 с.

## Допоміжна

24. Задания к самостоятельной работе по теории вероятностей для студентов всех специальностей / Сост.: Л. А. Островецкий, Е. И. Юрченко. Отв. ред. Ю. И. Жарий - К.: КПИ, 1989. - 28 с.
25. Лінійна алгебра: Індивідуальні завдання для студентів усіх спеціальностей / Укл.: С. П. Корнієнко, В. М. Лось. - Чернігів: ЧДТУ, 2004. - 31 с.
26. Лінійна алгебра: Методичні вказівки для студентів усіх спеціальностей / Укл.: С. П. Корнієнко, В. М. Лось. - Чернігів: ЧДТУ, 2004. - 42 с.
27. Лінійна алгебра. Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт / Укл.: С. П. Казнадей, В. П. Мурашківська. Відп. ред. Ю. В. Костарчук. - Чернігів: ЧТІ, 1997. - 100 с.
28. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Методические указания для студентов всех специальностей / Сост.: Л. А. Руновская, Л. Н. Слободская. Отв. ред. Ю. И. Жарий К.: КПИ, 1992. - 60 с.
29. Комплексні числа. Методичні вказівки та завдання до розрахунково-графічної роботи з розділу дисципліни "Вища математика" для студентів усіх спеціальностей / Укл.: О. М. Мовша, О. О. Мурач. – Чернігів: ЧДТУ, 2006. - 21 с.
30. Комплексные числа и функции комплексной переменной. Задания по высшей математике / Сост.: Е. И. Юрченко, Н. А. Мешок, Л. Г. Мешок, А. Ф. Роговой. Отв. ред. Ю. И. Жарий. - К.: КПИ, 1990. - 36 с.
31. Методические указания к изучению курса "Высшая математика" для студентов по теме "Обыкновенные дифференциальные уравнения" / Сост.: Н. А. Мешок, А. Ф. Роговой, Л. А. Руновская. Отв. ред. Ю. В. Костарчук. - К.: КПИ, 1990. - 44 с.
32. Методические указания к изучению курса "Высшая математика" и тексты типовых расчетов по теме "Интегральное исчисление функций одной

- переменной" / Сост.: О. Н. Агеева, И. К. Гохкаленко, В. А. Григоренко. Отв. ред. Ю. В. Костарчук. - К.: КПИ, 1991. - 48 с.
33. Методические указания к изучению курса "Высшая математика" и тексты типовых расчетов по теме "Ряды" / Сост.: О. Н. Агеева, И. К. Гохкаленко. Отв. ред. Ю. И. Жарий. - К.: КПИ, 1991. - 60 с.
34. Методические указания к изучению курса "Высшая математика" по теме "Операционное исчисление" / Сост.: Л. А. Островецкий, И. К. Гохкаленко. Отв. ред. Ю. И. Жарий. - К.: КПИ, 1990. - 40 с.
35. Методические указания к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / Сост.: Е. И. Юрченко, Л. А. Островецкий. Отв. ред. Ю. И. Жарий. - К.: КПИ, 1988. - 60 с.
36. Неопределенный интеграл. Методические указания / Сост. Е. И. Юрченко, М. Е. Дифучина. Отв. ред. Ю. В. Костарчук. - К.: КПИ, 1992. - 68 с.

### **Інформаційні ресурси**

1. Вища математика <http://erudyt.net/elektronni-pidruchniki/vishha-matematika/dubovyk-yuryk-vyscha-matematyka-navch-posibnyk.html>
2. Вища математика <http://www.ex.ua/74569279>
3. [www.me.gov.ua](http://www.me.gov.ua) – Міністерство економіки України