РОЗДІЛ І. МЕХАНІКА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

УДК 311+512
DOI: 10.25140/2411-5363-2018-1(1)-9-17

Олександр Дубягін

МІЖРІВНЕВЕ ЗАМІЩЕННЯ – КАНОНІЧНА ФОРМА МІЖРІВНЕВОГО БАЛАНСУ

Актуальність теми дослідження. *Міжрівневе заміщення є основою для формування в агрегатній формі моделі та системи показників міжрівневого балансу, а останніми всебічно оцінюються наслідки керуючого впливу на структурований об'єкт і ефективність самого впливу.*

Постановка проблеми. *Наявні методики оцінки не враховують фактор пересування одиниць об'єкта з одного рівня ознаки на інший, через що структурний аналіз результатів впливу є неповним.*

Аналіз останніх досліджень і публікацій. *Міжрівневе заміщення є новим поняттям. Раніше нами були запропоновані модель і система показників міжрівневого балансу, побудовані лише у значеннях рівневої чисельності одиниць об'єкта.*

Виділення недосліджених частин загальної проблеми. *Модель міжрівневого балансу і система показників балансу, представлені в агрегатній формі.*

Постановка завдання. *Формалізація поняття «міжрівневе заміщення» як канонічної форми міжрівневого балансу у вигляді парних показників агрегованого абсолютного сальдо міжрівневого пересування та міжрівневого обороту одиниць структурованого об'єкта.*

Виклад основного матеріалу. *Міжрівневе заміщення одиниць об'єкта призводить до рівневих (позарівневих) втрат або до рівневого (позарівневого) поповнення об'єкта щодо ознаки, вимірюваної в цих одиниць в шкалі відношень на певному рівні (поза рівня) у станах «після» і «до» зовнішнього впливу. Загальний результат останнього аналітично можна представити узагальненим співвідношенням балансу. В агрегатній формі воно визначається через елементарні складові балансу, якими є чисельність пересувань і рівневі значення ознаки.*

Висновки відповідно до статті. *Математична форма міжрівневого заміщення є ключовою у формуванні моделі міжрівневого балансу та системи балансових показників пересування.*

Ключові слова: *міжрівневе заміщення; міжрівневий баланс; модель; оборот; сальдо; структурований об'єкт.*
Табл.: 1. Рис.: 2. Бібл.: 1.

Актуальність теми дослідження. Запровадження канонічної форми міжрівневого балансу у виді міжрівневого заміщення є актуальною науковою задачею вдосконалення запропонованої автором методики: створення в агрегатній формі моделі та системи показників балансу, що уможливлює кількісну оцінку наслідків керуючого впливу на структурований об'єкт і оцінку ефективності самого впливу.

Постановка проблеми. Кількісна оцінка наслідків керуючого впливу на об'єкт, який змінює свою рівневу структуру щодо ознаки, вимірюваної в його одиниць в шкалі відношень, зазвичай здійснюється через визначення узагальнюючих статистичних показників в обох станах об'єкта, «до» і «після» впливу, та не враховує фактор переміщення одиниць об'єкта, які є носіями ознаки, з одного рівня останньої на інший її рівень. Подібний аналіз стає можливим завдяки синтезуванню моделі «міжрівневого балансу», адаптованої до вимірювання наслідків керуючого впливу на об'єкт, тобто такої моделі, в якій чисельність одиниць об'єкта, представлених на тому чи іншому рівні ознаки в кожному з обох станів об'єкта, є вагою до відповідного рівня ознаки. Така форма моделі є агрегатною та для її започаткування пропонується увести, а в основу аналізу наслідків впливу рекомендується покласти нове поняття – «міжрівневе заміщення», представлене як канонічна форма міжрівневого балансу. Остання є ключовою для визначення балансових показників міжрівневого пересування одиниць об'єкта – показників, якими всебічно оцінюються наслідки керуючого впливу на об'єкт.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Міжрівневе заміщення є новим поняттям в запропонованій автором методиці та результатом її інтерпретації в контексті агрегованих показників міжрівневого балансу. Щодо авторської методики, вона продиктована спробою кількісно пояснити зміну структури об'єкта через переміщення його окремих одиниць з одного рівня ознаки на інший її рівень, що призвело до запровадження балансового методу для оцінки наслідків керуючого впливу. Реалізація методу стала можливою завдяки уведенню такого поняття, як «міжрівневий рух одиниць об'єкта», та створенню класифікації руху, що втілилося в балансову модель останнього та в систему показників міжрівневого балансу (руху), яка уможливлює вичерпну оцінку структурних зрушень керованого об'єкта, де ключову роль мають відіграти балансові показники міжрівневого пересування. Аналогом моделі міжрівневого балансу є модель міжгалузевого балансу, запропонована Л. Л. Леонтьєвим [1, с. 8–18].

Виділення недосліджених частин загальної проблеми. Такими є модель міжрівневого балансу і система показників балансу, представлені в агрегатній формі.

Постановка завдання (мета статті). Мета статті – обґрунтувати через міжрівневе заміщення, як через канонічну форму міжрівневого балансу, структуру співвідношення балансу, що закономірно пов'язує структуру об'єкта зі структурою руху його одиниць, а основне завдання – на базі цієї форми сформулювати основу для створення агрегованих балансових показників пересування.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо, до яких змін у значеннях ознаки призводить взаємодія на тому чи іншому її рівні рухомих одиниць об'єкта. Звісно, що це – взаємодія одиниць, прибулих на цей рівень з інших рівнів, й одиниць, вибулих з цього рівня на інші рівні. Таке переміщення може розглядатися як пересування навздогін і назустріч. Перше з них поділено на регресивне та прогресивне, друге – на регресивно-прогресивне та прогресивно-регресивне.

Спочатку розглянемо наслідки міжрівневого пересування в тріаді рівнів $\{i; p; j\}$ (пари рівнів, якщо $i = j$; $i = 1, 2, \ldots, k$; $p = 1, 2, \ldots, k$; $j = 1, 2, \ldots, k$). Для цього зобразимо на рисунках 1 і 2 схему пересування на довільно взятому рівні p. Рівень p «взаємодіє» з іншими рівнями (зображено в нижній частині кожного з фрагментів (а) і (б)): рівнем i, з якого n_{ip} одиниць об'єкта вибувають на рівень p; рівнем j, на який n_{pj} одиниць об'єкта прибувають з рівня p. Якщо $i = j$, що є властивим лише для пересування назустріч, то взаємодія рівня p відбувається з тим же самим рівнем щодо вибуття та прибуття.

Наявність рухомих одиниць об'єкта на його рівні p, прибулих і вибулих разом і представлених в один з чотирьох способів їх взаємодії на рівні, означає, що на цьому рівні відбувається відповідне заміщення вибулих з нього одиниць прибулими на нього одиницями (***міжрівневе заміщення***), а разом з цим – і зміна значення ознаки, вимірюваної в цих одиниць у станах «після» і «до», наслідком чого можуть стати ***міжрівневі втрати*** або ***міжрівневе поповнення*** об'єкта щодо цієї ознаки. У взаємодії будь-яких трьох рівнів i, p, j (двох, коли $i = j$) втрати (поповнення) можна представити як ***p-рівневі***, якщо ознака вимірюється на рівні p (значенням l_p), й як ***поза p-рівневі***, якщо ознака вимірюється на рівнях i й j (поза рівня p, значеннями l_i і l_j), відповідно наступними рівняннями:

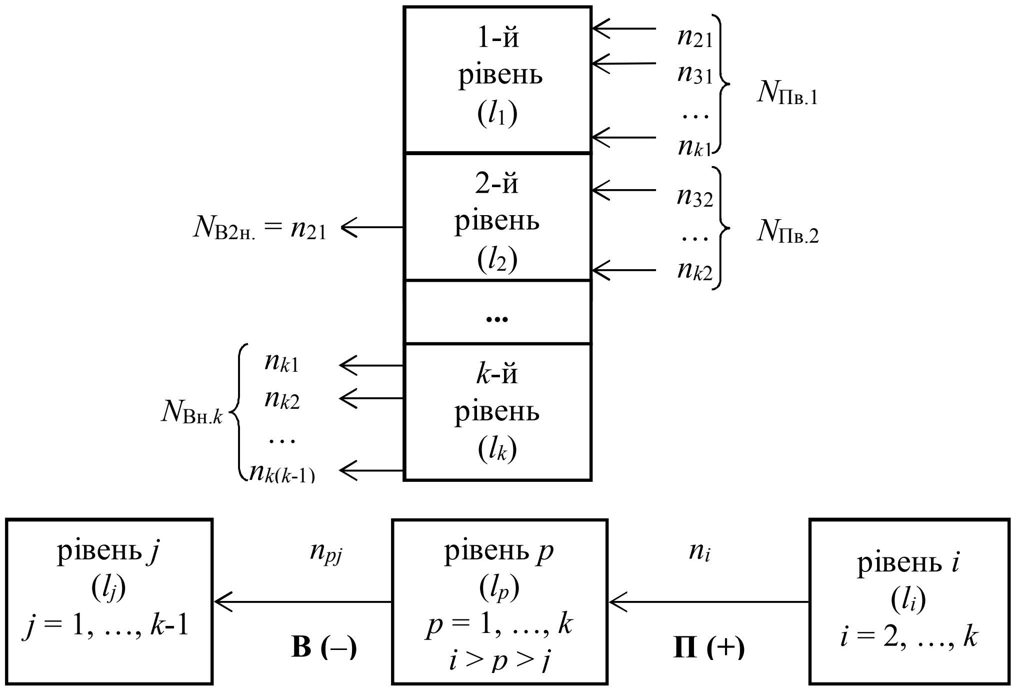
$$\Delta L_p^{\langle ij \rangle} = L_{\Pi ip} - L_{\text{B}pj} = n_{ip} l_p - n_{pj} l_p = (n_{ip} - n_{pj}) l_p; \tag{1/1}$$

$$\Delta L_{ij}^{\langle p \rangle} = L_{\Pi pj} - L_{\text{B}ip} = n_{pj} l_j - n_{ip} l_i, \tag{1/2}$$

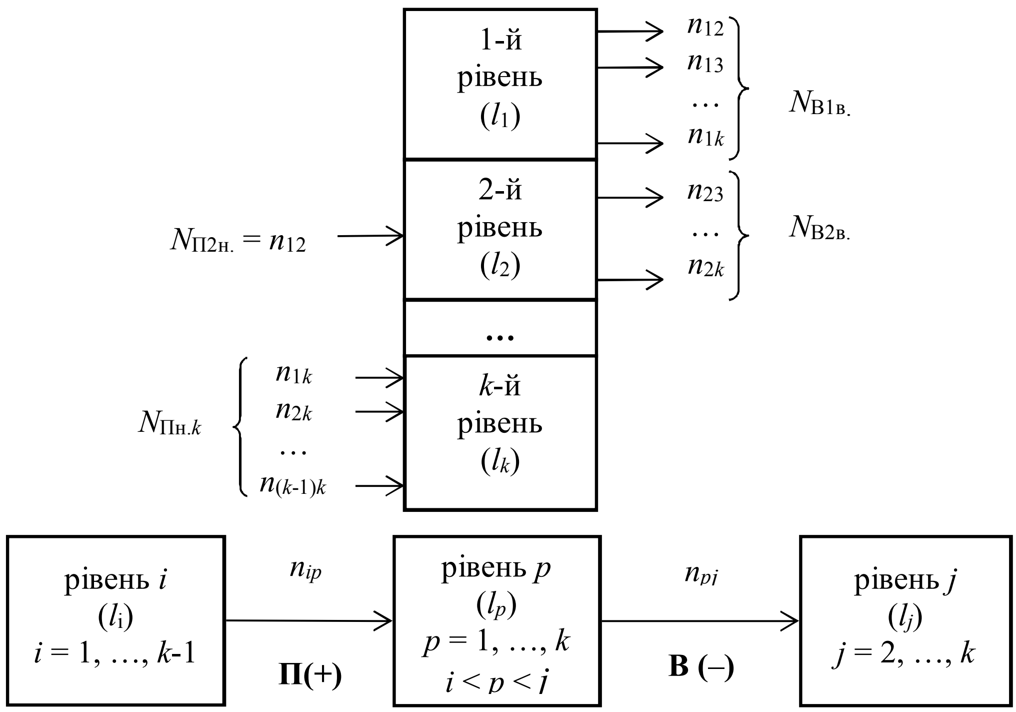
де $L_{\Pi ip}$ і $L_{\text{B}pj}$ – значення ознаки, вимірюваної відповідно в n_{ip} і в n_{pj} одиниць об'єкта на рівні p, а $L_{\Pi pj}$ і $L_{\text{B}ip}$ – значення ознаки, вимірюваної відповідно в n_{pj} і в n_{ip} одиниць об'єкта поза рівня p, на рівнях j й i.

Величина $\Delta L_p^{\langle ij \rangle}$ ($\Delta L_{ij}^{\langle p \rangle}$) являє собою парний рівневий показник *агрегованого абсолютного сальдо міжрівневого пересування*, представленого *в p-рівневих* (*поза p-рівневих*) *значеннях ознаки* у взаємодії рівня p з рівнями i й j, інакше – *p-рівневе* (*поза p-рівневе*) *сальдо*. Сальдо є результатом міжрівневого заміщення одиниць об'єкта на рівні p (поза ним) та характеризує в агрегатній формі їх «чисте» пересування (різниця чисельності прибулих і вибулих), що мають місце через прибуття (вибуття) на рівень p з рівня i n_{ip}

одиниць та через вибуття (прибуття) з нього на рівень j n_{pj} одиниць: регресивне навздогін (рис. 1, *а*, $i > p > j$); прогресивне навздогін (рис. 1, *б*, $i < p < j$); регресивно-прогресивне назустріч (рис. 2, *а*, $i > p < j$); прогресивно-регресивне назустріч (рис. 2, *б*, $i < p > j$).



а



б

Рис. 1. Схема пересування: регресивного (а) і прогресивного (б) навздогін, представленого чисельністю одиниць об'єкта на його рівні «р», n_{ip} прибулих («П») на нього з рівня «і» та n_{pj} вибулих («В») з нього на рівень «j»

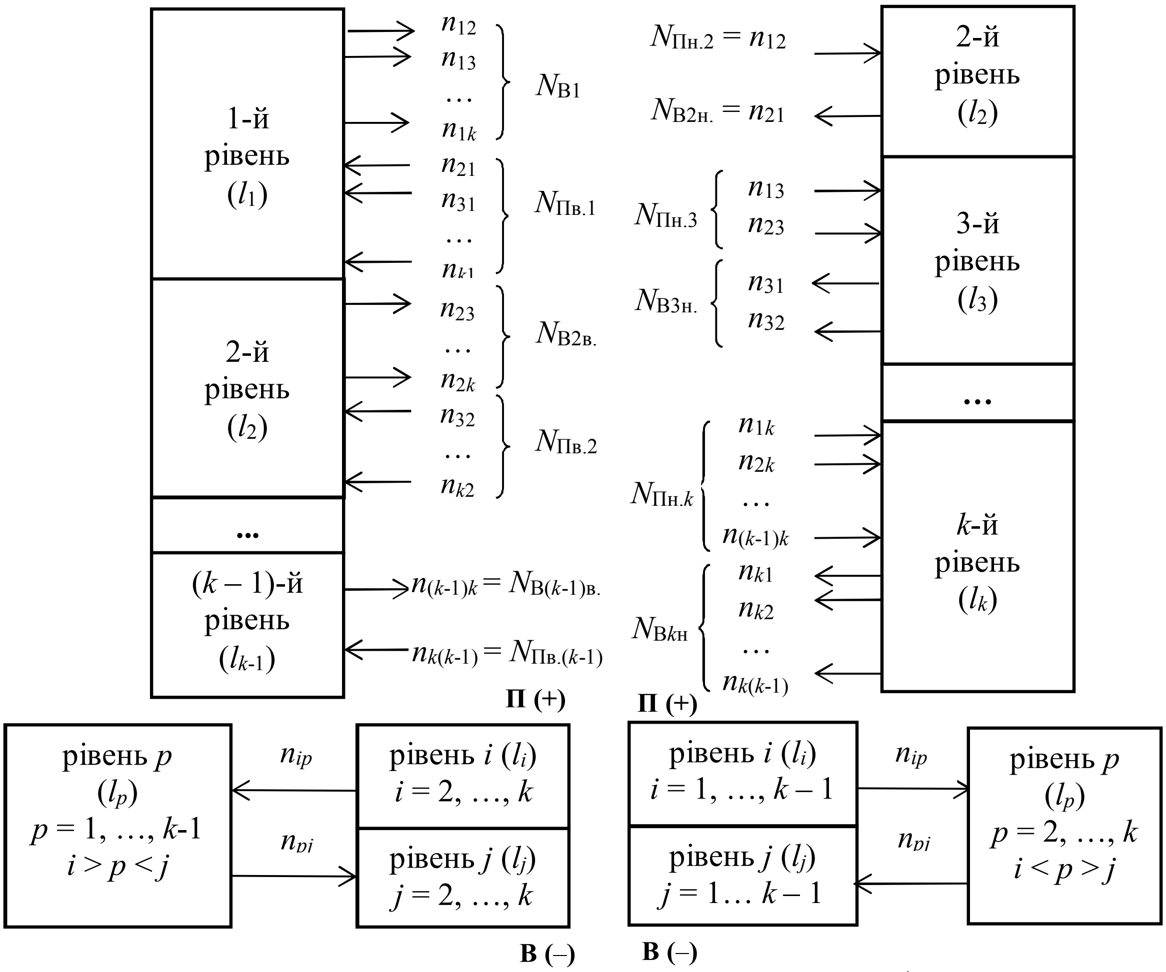


Рис. 2. Схема пересування: регресивно-прогресивного (а) і прогресивно-регресивного (б) назустріч, представленого чисельністю одиниць об'єкта на його рівні «р», n_{ip} прибулих («П») на нього з рівня «і» та n_{pj} вибулих («В») з нього на рівень «j»

Таке міжрівневе заміщення призводить до рівневих втрат ($n_{ip} < n_{pj}$, $\Delta L_p^{\langle ij \rangle} < 0$) або рівневого поповнення ($n_{ip} > n_{pj}$, $\Delta L_p^{\langle ij \rangle} > 0$) і до позарівневих втрат ($\Delta L_{ij}^{\langle p \rangle} < 0$) або позарівневого поповнення ($\Delta L_{ij}^{\langle p \rangle} > 0$) об'єкта щодо ознаки, вимірюваної в n_{ip} і n_{pj} його одиниць на рівні p у станах «після» та «до» (рівневі зміни) та поза рівня p, на рівні i у стані «до» та на рівні j у стані «після», (позарівневі зміни) відповідно.

Отже, показник $\Delta L_p^{\langle ij \rangle}$ ($\Delta L_{ij}^{\langle p \rangle}$) інакше можна охарактеризувати як *рівневі* (*позарівневі*) *втрати* або *рівневе* (*позарівневе*) *поповнення* об'єкта щодо ознаки, вимірюваної на рівні p (поза нього) в n_{ip} і n_{pj} його одиниць, які зазнають пересування на рівні p.

Щоб подивитися на наслідки пересування через взаємодію рівня p з усіма іншими рівнями, представимо результат такої взаємодії у значеннях зведених агрегатів, спочатку в масштабах окремого рівня, а потім у масштабах об'єкта загалом, у тому числі з урахуванням напряму пересування одиниць останнього.

Суми $\sum_j n_{pj} l_p$ і $\sum_i n_{ip} l_p$ значень ознаки, вимірюваної в n_{pj} і n_{ip} одиниць об'єкта на рівні p, такому що $p \neq j$ та $p \neq i$, що представлено на рисунках з обох боків від цього рівня відповідними p-рівневими значеннями чисельності $N_{\text{В}p\text{в.}}$ і $N_{\text{Пн.}p}$ прогресивно ($p > j$ та $p > i$) або $N_{\text{В}p\text{н.}}$ і $N_{\text{Пв.}p}$ регресивно ($p < j$ та $p < i$) рухомих одиниць об'єкта, математично можна виразити такими рівняннями:

$$\begin{cases} L_{\text{В}p\text{в.}} = \sum_{j=p+1}^{k} L_{\text{В}pj} = \sum_{j=p+1}^{k} n_{pj}\, l_p = N_{\text{В}p\text{в.}} l_p, & (1) \\ L_{\text{В}p\text{н.}} = \sum_{j=1}^{p-1} L_{\text{В}pj} = \sum_{j=1}^{p-1} n_{pj}\, l_p = N_{\text{В}p\text{н.}} l_p, & (2) \\ L_{\text{Пн.}p} = \sum_{i=1}^{p-1} L_{\text{П}ip} = \sum_{i=1}^{p-1} n_{ip}\, l_p = N_{\text{Пн.}p} l_p, & (3) \\ L_{\text{Пв.}p} = \sum_{i=p+1}^{k} L_{\text{П}ip} = \sum_{i=p+1}^{k} n_{ip}\, l_p = N_{\text{Пв.}p} l_p. & (4) \end{cases} \qquad (2/1)$$

Суми $\sum_i n_{ip} l_i$ і $\sum_j n_{pj} l_j$ значень ознаки, вимірюваної в n_{ip} і n_{pj} одиниць об'єкта поза рівня p, такого що $p \neq i$ та $p \neq j$, що представлено на рисунках з обох боків від цього рівня відповідними p-рівневими значеннями чисельності $N_{\text{Пн.}p}$ і $N_{\text{В}p\text{в.}}$ прогресивно ($p > i$ та $p > j$) або $N_{\text{Пв.}p}$ і $N_{\text{В}p\text{н.}}$ регресивно ($p < i$ та $p < j$) рухомих одиниць об'єкта, математично можна виразити такими рівняннями:

$$\begin{cases} L_{\text{Вв.}\langle p\rangle} = \sum_{i=1}^{p-1} L_{\text{В}ip} = \sum_{i=1}^{p-1} n_{ip}\, l_i, & (1) \\ L_{\text{Вн.}\langle p\rangle} = \sum_{i=p+1}^{k} L_{\text{В}ip} = \sum_{i=p+1}^{k} n_{ip}\, l_i, & (2) \\ L_{\text{П}\langle p\rangle\text{н.}} = \sum_{j=p+1}^{k} L_{\text{П}pj} = \sum_{j=p+1}^{k} n_{pj}\, l_j, & (3) \\ L_{\text{П}\langle p\rangle\text{в.}} = \sum_{j=1}^{p-1} L_{\text{П}pj} = \sum_{j=1}^{p-1} n_{pj}\, l_j. & (4) \end{cases} \qquad (2/2)$$

Абсолютні рівневі балансові показники пересування одиниць об'єкта, виражені в p-рівневих і в поза p-рівневих значеннях ознаки через складові пересування за напрямом, представлені рівняннями систем (2/1) і (2/2), а також через значення сальдо міжрівневого пересування, представленого рівняннями (1/1) і (1/2), розмістимо в окремій таблиці.

Таблиця

Абсолютні рівневі показники сальдо міжрівневого пересування за напрямом (часткові)

Напрям пересування	Формула	
	У p-рівневих значеннях ознаки	У поза p-рівневих значеннях ознаки
1	2	3
Прогресивно-регресивне назустріч	$\Delta L_{p\text{н.}}\big\|_{p=\overline{2,k}} = L_{\text{Пн.}p} - L_{\text{В}p\text{н.}} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{p-1} \Delta L_p^{\langle ij\rangle}\big\|_{j<p} & (1) \\ \sum_{j=1}^{p-1} \Delta L_p^{\langle ij\rangle}\big\|_{i<p} & (2) \end{cases}$ (3/1)	$\Delta L_{\langle p\rangle\text{н.}}\big\|_{p=\overline{1,k-1}} = L_{\text{П}\langle p\rangle\text{н.}} - L_{\text{Вн.}\langle p\rangle} = \begin{cases} \sum_{i=p+1}^{k} \Delta L_{ij}^{\langle p\rangle}\big\|_{j>p} & (1) \\ \sum_{j=p+1}^{k} \Delta L_{ij}^{\langle p\rangle}\big\|_{i>p} & (2) \end{cases}$ (3/2)
Регресивно-прогресивне назустріч	$\Delta L_{p\text{в.}}\big\|_{p=\overline{1,k-1}} = L_{\text{Пв.}p} - L_{\text{В}p\text{в.}} = \begin{cases} \sum_{i=p+1}^{k} \Delta L_p^{\langle ij\rangle}\big\|_{j>p} & (1) \\ \sum_{j=p+1}^{k} \Delta L_p^{\langle ij\rangle}\big\|_{i>p} & (2) \end{cases}$ (4/1)	$\Delta L_{\langle p\rangle\text{в.}}\big\|_{p=\overline{2,k}} = L_{\text{П}\langle p\rangle\text{в.}} - L_{\text{Вв.}\langle p\rangle} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{p-1} \Delta L_{ij}^{\langle p\rangle}\big\|_{j<p} & (1) \\ \sum_{j=1}^{p-1} \Delta L_{ij}^{\langle p\rangle}\big\|_{i<p} & (2) \end{cases}$ (4/2)
Прогресивне навздогін	(5/1) $\Delta L_{p\frac{\text{н.}}{\text{в.}}} = L_{\text{Пн.}p} - L_{\text{В}p\text{в.}} = \begin{cases} \sum_{j=p+1}^{k} \Delta L_p^{\langle ij\rangle}\big\|_{i<p}, 1 \le p < k & (1) \\ \sum_{i=1}^{p-1} \Delta L_p^{\langle ij\rangle}\big\|_{j>p}, 1 < p \le k & (2) \end{cases}$	(5/2) $\Delta L_{\langle p\rangle\frac{\text{н.}}{\text{в.}}} = L_{\text{П}\langle p\rangle\text{н.}} - L_{\text{Вв.}\langle p\rangle} = \begin{cases} \sum_{j=p+1}^{k} \Delta L_{ij}^{\langle p\rangle}\big\|_{i<p}, 1 \le p < k & (1) \\ \sum_{i=1}^{p-1} \Delta L_{ij}^{\langle p\rangle}\big\|_{j>p}, 1 < p \le k & (2) \end{cases}$

Закінчення табл.

1	2	3
Регресивне навздогін	(6/1) $\Delta L_{p\frac{\text{в.}}{\text{н.}}} = L_{\text{Пв.}p} - L_{\text{В}p\text{н.}} = \begin{cases} \sum_{i=p+1}^{k} \Delta L_{p}^{\langle ij \rangle}\Big\vert_{j<p}, 1 \le p < k \; (1) \\ \sum_{j=1}^{p-1} \Delta L_{p}^{\langle ij \rangle}\Big\vert_{i>p}, 1 < p \le k \quad (2) \end{cases}$	(6/2) $\Delta L_{\langle p \rangle\frac{\text{в.}}{\text{н.}}} = L_{\text{П}\langle p \rangle\text{в.}} - L_{\text{Вн.}\langle p \rangle} = \begin{cases} \sum_{i=p+1}^{k} \Delta L_{ij}^{\langle p \rangle}\Big\vert_{j<p}, 1 \le p < k \; (1) \\ \sum_{j=1}^{p-1} \Delta L_{ij}^{\langle p \rangle}\Big\vert_{i>p}, 1 < p \le k \quad (2) \end{cases}$

Сукупні втрати або сукупне поповнення об'єкта, обумовлені пересуванням його одиниць у відповідному напрямі, визначаються у вигляді абсолютного групового сальдо через складові сукупного пересування за напрямом і через рівневе сальдо наступним чином:

$$\Delta L_{\text{н.}} = L_{\text{Пн.}} - L_{\text{Вн.}} = \begin{cases} \sum_{p=2}^{k} \Delta L_{p\text{н.}}, & (1) \\ \sum_{p=1}^{k-1} \Delta L_{\langle p \rangle\text{н.}}; & (2) \end{cases} \tag{7}$$

$$\Delta L_{\text{в.}} = L_{\text{Пв.}} - L_{\text{Вв.}} = \begin{cases} \sum_{p=1}^{k-1} \Delta L_{p\text{в.}}, & (1) \\ \sum_{p=2}^{k} \Delta L_{\langle p \rangle\text{в.}}; & (2) \end{cases} \tag{8}$$

$$\Delta L_{\frac{\text{н.}}{\text{в.}}} = L_{\text{Пн.}} - L_{\text{Вв.}} = \begin{cases} \sum_{p=1}^{k} \Delta L_{p\text{н./в.}}, & (1) \\ \sum_{p=1}^{k} \Delta L_{\langle p \rangle\text{н./в.}}; & (2) \end{cases} \tag{9}$$

$$\Delta L_{\frac{\text{в.}}{\text{н.}}} = L_{\text{Пв.}} - L_{\text{Вн.}} = \begin{cases} \sum_{p=1}^{k} \Delta L_{p\text{в./н.}}, & (1) \\ \sum_{p=1}^{k} \Delta L_{\langle p \rangle\text{в./н.}}. & (2) \end{cases} \tag{10}$$

Щодо рівневого та групового сальдо сукупного пересування одиниць об'єкта, ці показники можна визначити так:

$$\Delta L_{p} = L_{\text{П}p} - L_{\text{В}p} = \begin{cases} \Delta L_{p\text{н.}} + \Delta L_{p\text{в.}}, & (1) \\ \Delta L_{p\text{н./в.}} + \Delta L_{p\text{в./н.}}; & (2) \end{cases} \tag{11/1}$$

$$\Delta L_{\langle p \rangle} = L_{\text{П}\langle p \rangle} - L_{\text{В}\langle p \rangle} = \begin{cases} \Delta L_{\langle p \rangle\text{н.}} + \Delta L_{\langle p \rangle\text{в.}}, & (1) \\ \Delta L_{\langle p \rangle\text{н./в.}} + \Delta L_{\langle p \rangle\text{в./н.}}; & (2) \end{cases} \tag{11/2}$$

$$\Delta L = L_{\text{П}} - L_{\text{В}} = \begin{cases} \sum_{p=1}^{k} \Delta L_{p} \\ \sum_{p=1}^{k} \Delta L_{\langle p \rangle} \end{cases} = \begin{cases} \Delta L_{\text{н.}} + \Delta L_{\text{в.}}, & (1) \\ \Delta L_{\text{н./в.}} + \Delta L_{\text{в./н.}}. & (2) \end{cases} \tag{12}$$

Маємо зауважити, що абсолютні показники сальдо сукупного пересування одиниць об'єкта, рівневі ($\Delta L_{p} = L_{p1} - L_{p0}$ або $\Delta L_{\langle p \rangle} = L_{\langle p \rangle 1} - L_{\langle p \rangle 0}$) і загальний ($\Delta L = L_{1} - L_{0}$), визначені як різниця значень ознаки, вимірюваної в цих одиниць у стані «після» в порівнянні зі станом «до», завжди дають той же самий результат, що й показники (11/1), (11/2) і (12) відповідно, а тому їх можна ототожнити та представити як рівневі(-е) та загальні(-е) втрати (поповнення) об'єкта. Це пояснюється рівністю сукупних значень ознаки, вимірюваної в нерухомих одиниць об'єкта (тих, які залишилися на рівні («З»), і тих, які не перейшли з рівня («Н»)) в обох його станах: $L_{p1} = L_{\text{П}p} + L_{\text{З}p}$, $L_{\langle p \rangle 1} = L_{\text{П}\langle p \rangle} + L_{\text{З}p}$, $L_{1} = L_{\text{П}} + L_{\text{З}}$ і $L_{p0} = L_{\text{В}p} + L_{\text{Н}p}$, $L_{\langle p \rangle 0} = L_{\text{В}\langle p \rangle} + L_{\text{Н}p}$, $L_{0} = L_{\text{В}} + L_{\text{Н}}$; $L_{\text{З}p} = L_{\text{Н}p}$, $L_{\text{З}} = L_{\text{Н}} \Rightarrow L_{p1} - L_{p0} = L_{\text{П}p} - L_{\text{В}p}$, $L_{\langle p \rangle 1} - L_{\langle p \rangle 0} = L_{\text{П}\langle p \rangle} - L_{\text{В}\langle p \rangle}$, $L_{1} - L_{0} = L_{\text{П}} - L_{\text{В}}$.

Якщо у виразах (1/1) і (1/2) знак «–» замінити на знак «+», то результат додавання агрегатів, що представляють *p*-рівневі та поза *p*-рівневі значення ознаки, можна сформулювати як ***міжрівневий оборот*** одиниць об'єкта. На відміну від міжрівневого сальдо, яке характеризує «чисте» пересування одиниць об'єкта на тому чи іншому рівні або поза ним, міжрівневий оборот представляє їх «валове» пересування (спільна чисельність прибулих і вибулих).

Щоб отримати абсолютні показники обороту, аналогічні показникам сальдо, сформованим вище, в рівняннях (3)-(12) знак «–» маємо замінити на знак «+», а символ «Δ» – на символ «Σ». Тоді замість поняття «сальдо», що було представлено цими виразами, доречним у новостворених конструкціях стає поняття «оборот» (формули в силу повторювання їх складових не наводяться). На відміну від сальдо об'єкта, у визначенні обороту його одиниць беруть участь лише складові пересування.

Як видно з рівнянь, сформованих вище, втрати або поповнення об'єкта (оборот його одиниць), як наслідок міжрівневого заміщення його одиниць, можна виразити через парний показник сальдо (обороту), представлений або в рівневих, або в позарівневих значеннях ознаки, вимірюваної в цих одиниць в шкалі відношень. Це дає підстави вважати міжрівневе заміщення канонічною формою міжрівневого балансу.

Оскільки абсолютні показники сальдо (обороту) представляють чисте (валове) пересування одиниць об'єкта на різних рівнях їх систематизації, від парних показників до загальних, і, як було показано вище, вони закономірно пов'язані між собою, то співвідносячи їх в тій чи іншій комбінації відповідно до правил, сформульованих раніше, можна сформувати категорію відносних балансових показників пересування, поділивши їх таким чином: за критерієм «призначення» – на коефіцієнти рівневого приросту, коефіцієнти рівневого обороту, відносне сальдо пересування і коефіцієнт ефективності пересування; за критерієм «ступінь агрегування» – на парні, частинні та часткові; за критерієм «межі руху» – на рівневі, групові (загальні). Їх формулювання – предмет подальшого дослідження.

Отже, з наведених співвідношень видно, що будь-який балансовий показник може бути визначений через складові міжрівневого сальдо (обороту), яке (який) є універсальним показником міжрівневого заміщення, що підтверджує висновок, зроблений раніше стосовно канонічної форми останнього в міжрівневому балансі, узагальнене співвідношення якого, виражене в агрегатній формі, має наступний вигляд:

$$\Delta L = \begin{cases} \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{k} n_{ij} l_j - \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} n_{ij} l_i\,, & (1) \\ \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} n_{ij} l_j - \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{k} n_{ij} l_i\,. & (2) \end{cases} \tag{13}$$

Воно характеризує величину на яку змінюється спільне значення ознаки, вимірюваної в N одиниць об'єкта, при переході останнього зі стану «до» у стан «після» та пояснюється структурою руху цих одиниць, представленою в рівневих (вираз (1)) або в позарівневих (вираз (2)) значеннях ознаки. Інакше – це агреговане абсолютне сальдо об'єкта, що характеризує загальні втрати або поповнення останнього.

Висновки відповідно до статті. Балансовий метод аналізу результатів керуючого впливу на структурований об'єкт дозволяє повною мірою оцінити «міжрівневий рух» його одиниць, яким пояснюється зміна структури об'єкта щодо ознаки, вимірюваної в цих одиниць в шкалі відношень. Запропоноване поняття «міжрівневе заміщення», сформульоване у вигляді показників сальдо міжрівневого пересування й обороту рухомих одиниць об'єкта як канонічна форма міжрівневого балансу, дозволяє сформувати систему балансових показників пересування, які забезпечують всебічну оцінку наслідків керуючого впливу на об'єкт. Наступним кроком такої оцінки має стати створення процедури регулювання втратами (поповненням) об'єкта й оцінки її ефективності.

Список використаних джерел

1. *Терехов Л. Л.* Экономико-математические методы / Л. Л. Терехов. – М. : Статистика, 1968. – 360 с.

References

1. Terekhov, L. L. (1968). *Ekonomiko-matematicheskie metody [Economic and mathematical methods].* Moscow: Statistika [in Russian].

UDC 311+512

Alexander Dubyagin

INTER-LEVEL SUBSTITUTION – THE CANONICAL FORM OF THE INTER-LEVEL BALANCE

Urgency of the research. *Inter-level substitution is the basis for the formation in the aggregate form of a model and system of indices of the inter-level balance, and the latter comprehensively assess the consequences of the control effect on the structured object and the effectiveness of the impact itself.*

Target setting. *Existing evaluation methods do not take into account the factor of movement of object units from one level of the characteristic to another, which is why the structural analysis of the results of the impact is incomplete.*

Actual scientific researches and issues analysis. *Inter-level substitution is a new concept. Earlier, the author proposed a model and a system of indices of inter-level balance, constructed only in the values of the number of object units at the level.*

Uninvestigated parts of general matters defining. *The model of inter-level balance and a system of balance indicators, presented in aggregate form.*

The research objective. *Formalization of the concept of "inter-level substitution" as a canonical form of the inter-level balance in the form of paired indicators of aggregated absolute balance of inter-level movement and inter-level turnover of units of a structured object.*

The statement of basic materials. *The inter-level substitution of object units leads to level (extra-level) losses or to a level (extra-level) replenishment of the object based on the characteristic measured in these units in the relationship scale at a certain level (outside the level) in the "after" and "before" conditions of external impact. The overall result of the latter can be analytically represented as a generalized balance ratio. In the aggregate form, it is determined through the elementary components of the balance, which are the number of displacements and the level values of the characteristic.*

Conclusions. *The mathematical form of the inter-level substitution is the key in the formation of the inter-level balance model and the system of balance indicators of movement.*

Keywords: *inter-level substitution; inter-level balance; model; turnover; balance; structured object.*

Table: 1. Fig.: 2. References: 1.

УДК 311+512

Александр Дубягин

МЕЖУРОВНЕВОЕ ЗАМЕЩЕНИЕ – КАНОНИЧЕСКАЯ ФОРМА МЕЖУРОВНЕВОГО БАЛАНСА

Актуальность темы исследования. *Межуровневое замещение является основой для формирования в агрегатной форме модели и системы показателей межуровневого баланса, а последними всесторонне оцениваются последствия управляющего воздействия на структурированный объект и эффективность самого воздействия.*

Постановка проблемы. *Существующие методики оценки не учитывают фактор передвижения единиц объекта с одного уровня признака на другой, из-за чего структурный анализ результатов воздействия является неполным.*

Анализ последних исследований и публикаций. *Межуровневое замещение является новым понятием. Ранее автором были предложены модель и система показателей межуровневого баланса, построенные только в значениях уровневой численности единиц объекта.*

Выделение неисследованных частей общей проблемы. *Модель межуровневого баланса и система показателей баланса, представленные в агрегатной форме.*

Постановка задачи. *Формализация понятия «межуровневое замещение» как канонической формы межуровневого баланса в виде парных показателей агрегированного абсолютного сальдо межуровневого передвижения и межуровневого оборота единиц структурированного объекта.*

Изложение основного материала. *Межуровневое замещение единиц объекта приводит к уровневым (внеуровневым) потерям или к уровневому (внеуровневому) пополнению объекта по признаку, измеряемому у этих единиц в шкале отношений на определенном уровне (вне уровня) в состояниях «после» и «до» внешнего воздействия. Общий результат последнего аналитически можно представить обобщенным соотношением баланса. В агрегатной форме оно определяется через элементарные составляющие баланса, каковыми являются численность перемещений и уровневые значения признака.*

Выводы соответствии со статьей. *Математическая форма межуровневого замещения является ключевой в формировании модели межуровневого баланса и системы балансовых показателей передвижения.*

Ключевые слова: *межуровневое замещение; межуровневый баланс; модель; оборот; сальдо; структурированный объект.*

Табл.: 1. Рис.: 2. Библ.: 1.

Дубягін Олександр Борисович – кандидат технічних наук, доцент, м. Чернігів, Україна.
Дубягин Александр Борисович – кандидат технических наук, доцент, г. Чернигов, Украина.
Dubyagin Alexander – PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Chernihiv, Ukraine.
E-mail: aleksandrdubagin@gmail.com
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9512-242X
ResearcherID: G-9774-2014