

*Олег Деркач*

## НЕСТАЦІОНАРНІ ДЕМПФІРУВАНІ КОЛІВАННЯ СПОРУДИ З УРАХУВАННЯМ ВЗАЄМОДІЇ З ОСНОВОЮ

**Актуальність теми дослідження.** Здатність конструкцій чинити опір дії нестационарних навантажень, зокрема сейсмічних, є визначальним фактором їх надійності.

**Постановка проблеми.** Задача визначення динамічної реакції елементів споруд пов'язана з необхідністю урахування розсіювання енергії в матеріалі споруди та її взаємодії з ґрунтовою дисипативною основою.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** З опублікованих даних експериментальних досліджень динамічної поведінки матеріалів основи та споруди видно, що вони мають частотно-залежні пружні та дисипативні властивості. У публікаціях показано, що за певних умов концепція частотно-залежного комплексного модуля добре описує поведінку матеріалів основи і споруди.

**Виділення недосліджених частин загальної проблеми.** Недослідженім залишається питання безпосереднього використання частотно-залежних властивостей матеріалів основи в розрахунках нестационарних коливань споруд, які взаємодіють з основою.

**Постановка завдання.** Завдання цієї роботи полягає в розробці методики врахування реальних даних про динамічну поведінку матеріалів споруди та основи при розрахунках нестационарних коливань споруди з урахуванням взаємодії з основою.

**Виклад основного матеріалу.** За допомогою методики скінченно-елементного моделювання у частотному просторі інтегральних перетворень Фур'є побудовано математичну модель системи, яка складається зі споруди та основи. У частотному просторі розраховано реакцію системи на дію сейсмічного навантаження. Перехід до часового простору здійснено на останньому кроці розрахунків за допомогою оберненого швидкого перетворення Фур'є.

**Висновки відповідно до статті.** Розглянута методика скінченно-елементного моделювання у частотному просторі інтегральних перетворень Фур'є дозволяє врахувати реальні пружні та дисипативні властивості матеріалів споруди та основи при розрахунках нестационарних коливань споруди, що взаємодіє з дисипативною основою, при дії навантаження довільного спектрального складу.

**Ключові слова:** нестационарні коливання; метод скінченних елементів; взаємодія споруди з основою; розсіювання енергії; перетворення Фур'є.

*Rus.: 4. Bibl.: 10.*

**Актуальність теми дослідження та постановка проблеми.** Здатність конструкцій опиратися дії нестационарних навантажень, таких як сейсмічні, є визначальним фактором їх надійності. Задача визначення динамічної реакції елементів конструкцій пов'язана з необхідністю урахування розсіювання енергії в матеріалі споруди та її взаємодії з ґрунтовою основою. Таким чином, актуальною є проблема врахування реальних фізичних властивостей матеріалів споруд та основ при розрахунках реакції споруд на дію навантаження довільного спектрального складу.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Задачі розрахунку динаміки споруд з урахуванням взаємодії з основою розглядалися у багатьох роботах, зокрема [1-3]. У роботі [3] описано методику скінченно-елементного моделювання коливань споруди при дії сейсмічного навантаження з урахуванням пружно-дисипативної взаємодії з основою. Метод скінченних елементів дозволяє моделювати споруди будь-якої складності, а основу розглядати як масив. У ранніх роботах стосовно розрахунку динамічного відгуку споруди з урахуванням пружної взаємодії з основою, наприклад [4], споруда та основа ідеалізувалися одновимірними тілами.

У роботі [5] експериментально досліджено вплив основи на динамічний відгук споруди. Показано, що врахування розсіювання енергії в матеріалі основи є суттєвим фактором, який впливає на результат розрахунку динамічного відгуку споруди.

Методики експериментального визначення пружних і дисипативних властивостей матеріалів основ розглядаються в роботах [6; 7]. Виявляється, що за певних умов [6] модель лінійного спадкового середовища добре описує пружні й дисипативні властивості основ. Як відомо, перевагою моделі лінійного в'язкопружного тіла в розрахунках динаміки споруд і основ є те, що пружні та дисипативні властивості матеріалів споруди й основи описуються за допомогою комплексного модуля пружності. Проте частотно-незалежні комплексні сталі матеріалу адекватно описують пружні й дисипативні влас-

тивості матеріалу лише при одночастотних режимах коливань, що не дозволяє розглянути відгук споруди у широкому спектрі частот, наприклад при сейсмічних навантаженнях. Запропонована у роботах [8, 9] методика скінченно-елементного моделювання у частотному просторі інтегральних перетворень Фур'є позбавлена цього недоліку. Показано, що аналіз нестационарних коливань з урахуванням розсіювання енергії в матеріалі може бути проведено тільки у частотному просторі. При цьому пружні й дисипативні властивості матеріалу описуються частотно-залежними комплексними модулями пружності в заданому діапазоні частот, що дозволяє застосувати концепцію частотно-залежного комплексного модуля до розрахунку нестационарних коливань елементів конструкції довільної складності при навантаженні довільного спектрального складу.

**Постановка завдання.** Завданням цієї роботи є застосування методики скінченно-елементного моделювання у частотному просторі інтегральних перетворень Фур'є до розрахунку реакції споруди на дію сейсмічного кінематичного навантаження з урахуванням пружної і дисипативної взаємодії з основою. Мета цієї роботи – визначити реакцію споруди на дію сейсмічного навантаження, прикладеного до основи, з урахуванням розсіювання енергії в матеріалах споруди та основи.

**Виклад основного матеріалу.** Математична модель системи (рис. 1, а) складається з двох підконструкцій: 1) скінченно-елементної моделі споруди з фундаментом (рис. 1, б), яка поділена на 80 стержневих скінченних елементів; 2) моделі ґрунтової основи з 16 скінченних елементів (рис. 1, в). Матриці жорсткості стержневого скінченного елемента, який працює на згин, розтяг-стиск і кручення наведено у роботі [10, с. 61].

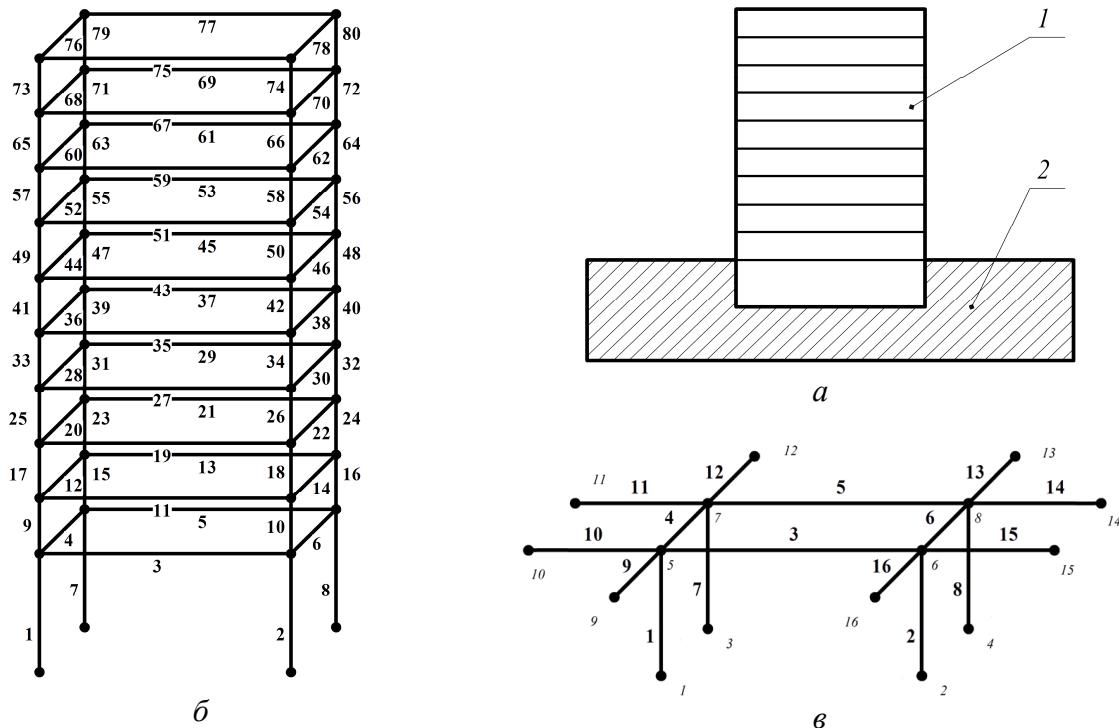


Рис. 1. Модель системи, яка складається зі споруди 1 та основи 2 (а); скінченно-елементні моделі споруди (б) та основи (в) з нумерацією елементів

Визначимо реакцію споруди на дію сейсмічного навантаження з урахуванням взаємодії з основою.

Для отримання розрахункових рівнянь системи застосовано методику скінченно-елементного моделювання в просторі інтегральних перетворень Фур'є [8; 9]. Динамічні

властивості матеріалів споруди й основи враховано за допомогою частотно-залежних комплексних модулів пружності [6; 7].

Скінченно-елементні рівняння динаміки системи у частотному просторі мають вигляд:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}^{(11)}(\omega) - \omega^2 \mathbf{M}^{(11)} & \hat{\mathbf{K}}^{(12)}(\omega) \\ \hat{\mathbf{K}}^{(21)}(\omega) & \hat{\mathbf{K}}^{(22)}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{q}}^{(1)}(\omega) \\ \hat{\mathbf{q}}^{(2)}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\mathbf{F}}^{(2)}(\omega) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де  $\hat{\mathbf{K}}^{(11)}(\omega)$ ,  $\hat{\mathbf{K}}^{(22)}(\omega)$  – частотно-залежні комплексні матриці жорсткості споруди та основи відповідно;  $\hat{\mathbf{K}}^{(12)} = (\hat{\mathbf{K}}^{(21)})^T$  – матриці зв'язку споруди з основою і навпаки;  $\mathbf{M}^{(11)}$  – матриця мас споруди;  $\hat{\mathbf{q}}^{(1)}(\omega)$ ,  $\hat{\mathbf{q}}^{(2)}(\omega)$  – вектори вузлових переміщень споруди та основи;  $\hat{\mathbf{F}}^{(2)}(\omega)$  – зображення Фур'є вектора вхідного кінематичного сейсмічного навантаження, яке діє на основу;  $\omega$  – колова частота.

Синтез скінченно-елементної моделі системи проводиться шляхом прирівнювання частотних зображень вузлових переміщень конструкції до відповідних зображень вузлових переміщень основи:  $\hat{\mathbf{q}}_{1\dots 4}^{(1)} = \hat{\mathbf{q}}_{1\dots 4}^{(2)}$ ,  $\hat{\mathbf{q}}_{5\dots 8}^{(1)} = \hat{\mathbf{q}}_{5\dots 8}^{(2)}$  (рис. 1, б, в). Кінематичне навантаження прикладається до вузлів  $\hat{\mathbf{q}}_{1\dots 4}^{(2)}$ , та  $\hat{\mathbf{q}}_{9\dots 16}^{(2)}$  (рис. 1, в).

Із системи (1) визначається вектор частотних зображень вузлових переміщень основи:

$$\hat{\mathbf{q}}^{(2)} = -(\hat{\mathbf{K}}^{(22)})^{-1} \hat{\mathbf{K}}^{(21)} \hat{\mathbf{q}}^{(1)} + (\hat{\mathbf{K}}^{(22)})^{-1} \hat{\mathbf{F}}^{(2)}. \quad (2)$$

Після підстановки рівняння (2) у перше рівняння системи (1) отримаємо частотне зображення вектора вузлових переміщень споруди з урахуванням взаємодії з основою:

$$\hat{\mathbf{q}}^{(1)} = -(\hat{\mathbf{Z}}(i\omega))^{-1} \hat{\mathbf{K}}^{(12)} (\hat{\mathbf{K}}^{(22)})^{-1} \hat{\mathbf{F}}^{(2)}, \quad (3)$$

де матриця динамічної жорсткості споруди з урахуванням взаємодії з основою має вигляд:

$$\hat{\mathbf{Z}}(i\omega) = \hat{\mathbf{K}}^{(11)} - \hat{\mathbf{K}}^{(12)} (\hat{\mathbf{K}}^{(22)})^{-1} \hat{\mathbf{K}}^{(21)} - \omega^2 \mathbf{M}^{(11)}. \quad (4)$$

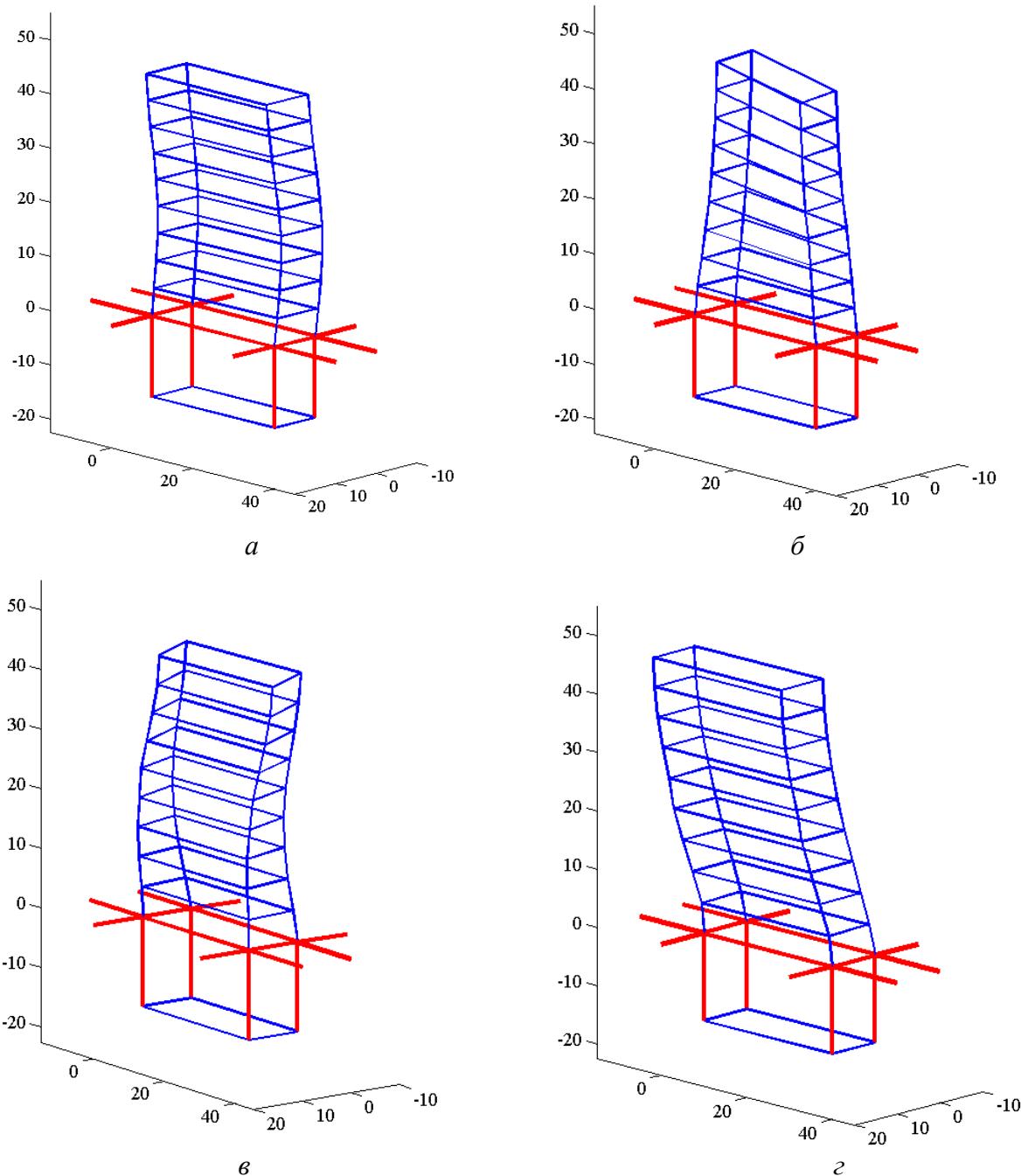
Перехід до часового простору здійснюється за допомогою алгоритму швидкого оберненого перетворення Фур'є, застосованого до вектора вузлових переміщень споруди (3):

$$\mathbf{q}^{(1)}(t) = IFFT[\hat{\mathbf{q}}^{(1)}(\omega)]. \quad (5)$$

Як відомо, у системі з частотно-залежним розсіюванням енергії задача визначення власних значень є нелінійною, тому для знаходження власних форм і частот коливань у роботі [9] застосовано метод стиснутих відображенів у формі методу простої ітерації.

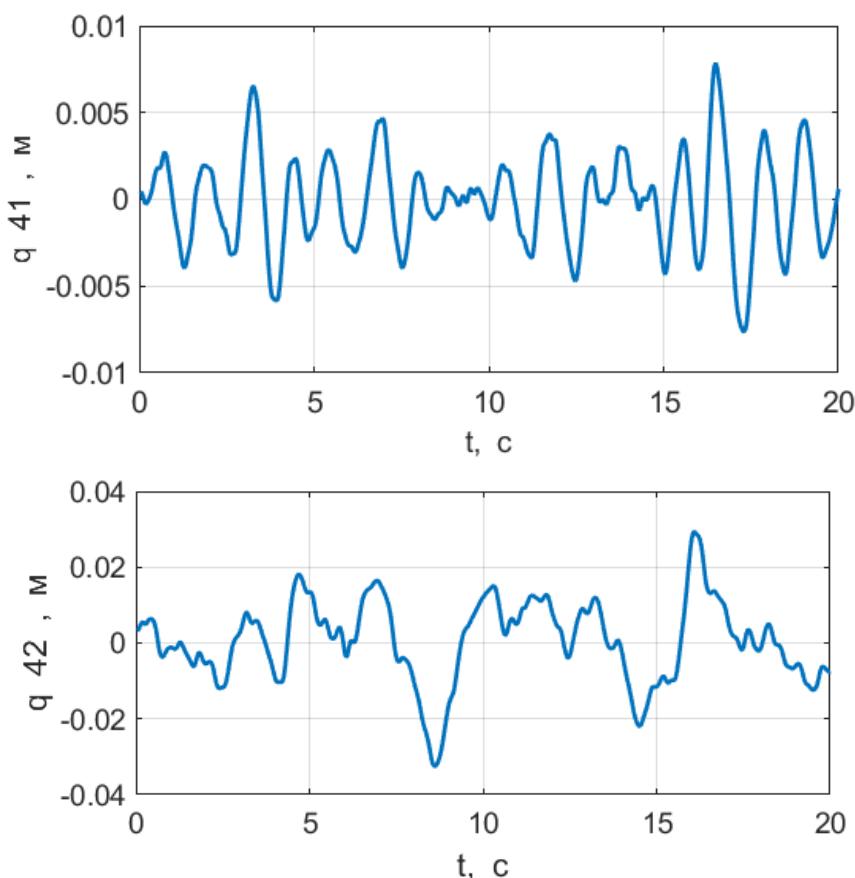
Власні форми коливань споруди показано на рис. 2.

У розрахунках були прийняті такі параметри конструкції та основи: комплексний модуль пружності матеріалу конструкції  $E^{(1)} = 2,0 \cdot 10^5 \cdot (1 + i \cdot 10^{-4})$  МПа та комплексний модуль зсуву  $G^{(1)} = 8,0 \cdot 10^4 \cdot (1 + i \cdot 2,0 \cdot 10^{-4})$  МПа; осьові моменти інерції поперечних перерізів стержневих скінчених елементів:  $J_z = 1,52 \cdot 10^{-5}$  м<sup>4</sup>,  $J_y = 1,13 \cdot 10^{-5}$  м<sup>4</sup>; площа поперечного перерізу  $A = 2,34 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>; висота частини споруди над основою 45 м, висота під основою – 15 м; розміри по периметру споруди: довжина 30 м, ширина 10 м. Механічні властивості матеріалу основи:  $E^{(2)} = 2,0 \cdot 10^3 + i \cdot 1,9$  ГПа,  $G^{(2)} = 80,0 + i \cdot 79,0$  ГПа.



*Рис. 2. Власні форми коливань споруди на відповідних частотах з урахуванням взаємодії з основою:*  
*а – 0,83 Гц; б – 1,40 Гц; в – 2,11 Гц; г – 8,74 Гц*

Результати розрахунку реакцій конструкції на дію сейсмічного навантаження наведено на рис. 3.



*Рис. 3. Коливання споруди у горизонтальній площині при дії сейсмічного навантаження з урахуванням її взаємодії з дисипативною основою*

Таким чином, методику скінченно-елементного моделювання в просторі інтегральних перетворень Фур'є застосовано для розрахунку нестационарних коливань дисипативної споруди з урахуванням взаємодії з основою.

**Висновки відповідно до статті.** На прикладі простої споруди розглянуто задачу розрахунку нестационарних коливань від дії кінематичного навантаження довільного спектрального складу, яке моделює сейсмічне навантаження, з урахуванням пружно-дисипативної взаємодії споруди з основою. Слід зазначити, що одним із визначальних чинників в достовірності отриманих результатів є коректність експериментально визначених комплексних модулів матеріалу основи і конструкції. Розглянута методика може бути узагальнена на більш складну математичну модель основи і споруди.

#### Список використаних джерел

1. Тяпин А. Г. Расчет сооружений на сейсмические воздействия с учетом взаимодействия с грунтовым основанием / А. Г. Тяпин. – М.: Изд-во АСВ, 2013. – 389 с.
2. Wolf J. P. Dynamic soil-structure interaction / J. P. Wolf. – Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1985. – 466 p.
3. Gutierrez J. A. A substructure method for earthquake analysis of structures including structure-soil interaction / J. A. Gutierrez, A. K. Chopra // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. – 1978. – Vol. 6. – P. 51–69.
4. Parmelee R. A. Seismic response of multiple-story structures on flexible foundations / Parmelee R. A., Perelman D. S., Lee S. L. // Bull. Seism. Soc. Am. – 1969. – Vol. 59. – P. 1061–1070.
5. Zhang Z. Experimental study on damping characteristics of soil-structure interaction system based on shaking table test / Z. Zhang, H. Hongyang, X. Qin // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. – 2017. – Vol. 98. – P. 183–190.

6. Lin M.-L. Characterization of material damping in soil / M.-L. Lin, S.-H. Ni, S. G. Wright, K. H. Stokoe // Proceedings of Ninth World Conference on Earthquake Engineering, August 2-9, 1988. –Tokyo-Kyotom, Japan. – P. 5–10.
7. Moayerian S. Effect of loading frequency on dynamic properties of solid using resonant column. – A thesis presented to the University of Waterloo in fulfillment of the thesis requirement for the degree of Master of Applied Science in Civil Engineering, Waterloo, Ontario, Canada, 2012. – 112 p.
8. Дубенец В. Г. Пассивное демпфирование композитных конструкций / В. Г. Дубенец, В. В. Хильчевский. – К. : Вища шк., 1995. – 226 с.
9. Савченко Е. В. Пассивное демпфирование колебаний композитных конструкций: монография / Е. В. Савченко. – Нежин : Аспект-Поліграф, 2006. – 232 с.
10. Постнов В. А. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций / В. А. Постнов, И. Я. Хархурим. – Л. : Судостроение, 1974. – 344 с.

### References

1. Tiapin, A. G. (2013). *Raschet sooruzhenii na seismicheskie vozdeistviia s uchetom vzaimodeistviia s gruntovym osnovaniem* [Calculation of structures for seismic loads including soil-structure interaction]. Moscow: ASV [in Russian].
2. Wolf, J. P. (1985). *Dynamic soil-structure interaction*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs [in English].
3. Gutierrez, J. A., Chopra, A. K. (1978). A substructure method for earthquake analysis of structures including structure-soil interaction. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 6, 51–69 [in English].
4. Parmelee, R. A., Perelman, D. S., Lee, S. L. (1969). Seismic response of multiple-story structures on flexible foundations. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 59, 1061–1070 [in English].
5. Zhang, Z., Hongyang, H., Qin, X. (2017). Experimental study on damping characteristics of soil-structure interaction system based on shaking table test. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 98, 183–190 [in English].
6. Lin, M.-L., Ni, S.-H., Wright, S. G., Stokoe, K. H. (1988). *Characterization of material damping in soil*, 9-th World Conference on Earthquake Engineering, August 2-9, 1988. Tokyo-Kyotom, Japan.
7. Moayerian, S. (2012). *Effect of loading frequency on dynamic properties of solid using resonant column*. (Master's thesis). University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada [in English].
8. Dubenets, V. G., Khilchevskiy, V. V. (1995). *Kolebaniia dempfirovannikh kompozitnykh konstruktsiy* [Vibrations of damped composite structures]. Kiev: Vishcha shkola [in Russian].
9. Savchenko, E. V. (2006). *Passivnoe dempfirovaniye kolebanii kompozitnykh konstrukcii* [Passive damping of oscillations of composite structures]. Nezhin: Aspekt-Polihraf [in Russian].
10. Postnov, V. A., Kharkurim, I. Ya. (1974). *Metod konechnykh elementov v raschetakh sudovykh konstrukcii* [Finite element method in design of ship structures]. Leningrad: Sudostroenie [in Russian].

UDC 539.3:534.1

Oleh Derkach

## DAMPED NON-STATIONARY OSCILLATIONS OF A STRUCTURE INCLUDING STRUCTURE-SOIL INTERACTION

**Urgency of the research.** The ability to resist to the non-stationary loading is the constitutive factor of the structures subjected to the non-stationary loadings.

**Target setting.** The dynamic response analysis is requiring taking into account energy dissipation in materials of structure and soil foundation.

**Actual scientific researches and issues analysis.** The existing papers provide that structure's and soil's materials have frequency-dependent elastic and dissipative properties. There are shown that frequency-dependent complex modulus can be successfully applied to modeling of dynamic properties of structure's and soil's materials under certain conditions.

**Uninvestigated parts of general matters defining.** The question of the direct use of frequency-dependent material properties of structures and soil in calculations of non-stationary oscillations of structures including structure-soil interaction is uninvestigated.

**The research objective** is to develop a method for taking into account the actual material data of the structure and soil foundation when the dynamic response to the seismic load including structure-soil interaction are considered.

**The statement of basic materials.** Finite element model of the system which consists a structure and soil foundation are built in the frequency domain. The earthquake response of the structure was calculated. The return to the time space is done only at the last step of calculations.

**Conclusions.** The finite element analysis in Fourier transform space allows to take into account real elastic and dissipative properties of structure's and soil's materials when the non-stationary response of a structure and dissipative soil subjected to the loading with arbitrary spectral composition including soil-structure interaction are considered.

**Keywords:** non-stationary vibrations; finite element method; foundation soil-structure interaction; energy dissipation; Fourier transformation.

Fig.: 3. References: 10.

УДК 539.3:534.1

Олег Деркач

## НЕСТАЦІОНАРНІ ДЕМПФІРОВАННІ КОЛЕБАННЯ СООРУЖЕНИЯ С УЧЕТОМ ВЗАЙМОДЕЙСТВІЯ С ОСНОВАНІМ

**Актуальність теми дослідження.** Способність конструкцій сопротивлятися діїм нестационарних навантажень, в частності сейсміческих, являється визначальним фактором при оцінці їх надежності.

**Постановка проблеми.** Задача определення динамічного отклика елементів сооружень связана з необхідністю урахування розсіяння енергії в матеріалі сооруження, а також з урахуванням взаємодействія сооруження з ґрунтовим дисипативним основанням.

**Аналіз попередніх досліджень та публікацій.** Із опублікованих даних експериментальних досліджень динамічного поведіння матеріалів оснований та сооружень видно, що вони обладнують частотно-залежними упругими та дисипативними властивостями. В публікаціях показано, що при певних умовах концепція частотно-залежного комплексного модуля упругості добре підходить для моделювання динамічного поведіння матеріалів сооруження та основання.

**Виділення неїсследованых частей общей проблемы.** Неїсследованым являється вопрос непосредственного использования частотно-залежных свойств материалов основания в расчетах нестационарных колебаний сооружений, взаимодействующих с основанием.

**Постановка задачи.** Задача даної роботи полягає в розробці методики урахування реальних даних об упругих та дисипативних властивостях матеріалів сооруження та основання при розрахунку динамічного отклика на сейсмічну навантажку сооруження, взаимодействуючого з основанням.

**Ізложение основного матеріала.** При допомозі методики конечно-елементного моделювання в частотному пространстві інтегральних преобразувань Фурье построена математична модель системи, що складається з сооруження та основання. В частотному пространстві визначена динамічна реакція системи на дію сейсмічної навантажки. Переход від часовий простор до частотного здійснено на останньому етапі розрахунку за допомозі алгоритма обертального быстрого преобразування Фурье.

**Выводы в соответствии со статьей.** Рассмотренный метод конечно-элементного моделирования в частотном пространстве интегральных преобразований Фурье позволяет учесть реальные упругие и дисипативные свойства материалов сооружения и основания при расчете нестационарных колебаний сооружения, взаимодействующего с дисипативным основанием, под действием нагрузки произвольного спектрального состава.

**Ключевые слова:** нестационарные колебания, метод конечных элементов; взаимодействие сооружения с основанием; рассеяние энергии; преобразование Фурье.

Рис.: 3. Бібл.: 10.

**Деркач Олег Леонідович** – асистент кафедри зварювального виробництва та автоматизованого проектування будівельних конструкцій, Чернігівський національний технологічний університет (вул. Шевченка, 95, м. Чернігів, 14035, Україна).

**Деркач Олег Леонідович** – асистент кафедри сварочного производства и автоматизированного проектирования строительных конструкций, Черниговский национальный технологический университет (ул. Шевченко, 95, г. Чернигов, 14035, Украина).

**Derkach Oleh** – Assistant Lecturer of Department of Welding and Automated Engineering Design of Building Constructions, Chernihiv National University of Technology (95 Shevchenko Str., 14035 Chernihiv, Ukraine).

E-mail: derkach.oleh@gmail.com

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6783-8516>

ResearcherID: H-2074-2014