МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЧЕРНІГІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

СУЧАСНІ ІНСТРУМЕНТАЛЬНІ МЕТОДИ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Методичні вказівки до виконання практичних робіт
для здобувачів вищої освіти спеціальності 181 – Харчові технології

Обговорено і рекомендовано
на засіданні кафедри
харчових технологій
Протокол № 1
від 07.09.2020р.

Чернігів НУ “Чернігівська політехніка” 2020

Сучасні інструментальні методи та інформаційні технології в наукових дослідженнях. Методичні вказівки до виконання практичних робіт для здобувачів вищої освіти спеціальності 181 – Харчові технології /Укл.: Костенко І. А.– Чернігів: НУ “Чернігівська політехніка”, 2020. – 27с.

Бібліогр. 9, табл. 8, рис. 3

В методичних вказівках наведені практичні роботи в яких розглядається система загальних принципів і підходів наукового пізнання, методи, технології пізнання, які пов'язані з науковою та практичною професійною діяльністю в галузі, а також розглядаються окремі аспекти використання сучасних інформаційних технологій.

Укладачі: КОСТЕНКО ІГОР АНДРІЙОВИЧ, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри харчових технологій

Відповідальний за випуск: ХРЕБТАНЬ ОЛЕНА БОРИСІВНА, завідувач кафедри харчових технологій кандидат технічних наук

Рецензент: ЗАМАЙ ЖАННА ВАСИЛІВНА, кандидат технічних наук, доцент кафедри харчових технологій, Національного університету «Чернігівська політехніка»

ЗМІСТ

Стор.

ВСТУП..... 4

1 Практичне заняття №1
МЕТОДИКА ВИКОНАННЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ..…….. 5

2 Практичне заняття №2
ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ МАТЕМАТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ …… 11

3 Практичне заняття №3
МЕТОД ПІДБОРУ ЕМПІРИЧНИХ ФОРМУЛ ТА ГРАФІЧНИЙ МЕТОД ВИРІВНЮВАННЯ ……..... 16

4 Практичне заняття №4
АПРОКСИМАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ ПОЛІНОМІВ ……..... 22

Рекомендована література……..... 27

ВСТУП

Для дослідників-початківців дуже важливо мати уявлення про методологію та вимоги до визначення наукового дослідження, оскільки саме на перших кроках до оволодіння навичками наукової роботи найбільше виникає питань саме цього характеру. Передусім бракує досвіду у використанні методів наукового пізнання, застосуванні логічних законів і правил, нових засобів і технологій. Тому є сенс розглянути ці поняття докладніше.

Не можна ігнорувати факти тільки тому, що їх важко пояснити або знайти їм практичне використання. Зміст нового в науці не завжди бачить сам дослідник. Нові наукові факти і навіть відкриття, значення яких погано розкрите, можуть тривалий час лишатися в резерві науки і не використовуватися на практиці.

При науковому дослідженні важливо все. Концентруючи увагу на основних або ключових питаннях теми, не можна не зважати на побічні факти, які на перший погляд здаються малозначущими. Проте саме такі факти можуть приховувати в собі початок важливих відкриттів.

Для дослідника недостатньо встановити новий факт, важливо дати йому пояснення з позицій сучасної науки, розкрити його загальнопізнавальне, теоретичне або практичне значення.

Виклад наукових фактів має здійснюватися в контексті загального історичного процесу, історії розвитку певної галузі, бути багатоаспектним, з урахуванням як загальних, так і специфічних особливостей.

Накопичення наукових фактів у процесі дослідження – це творчий процес, в основі якого завжди лежить задум ученого, його ідея.

Розрізняють ***два види наукового дослідження***: емпіричне і теоретичне.

Емпіризм – філософське навчання, що визнає почуттєвий досвід є єдиним джерелом знань. Емпіричне пізнання будується на вивченні реальної дійсності, практичного досвіду. Займаються емпіричним дослідженням, як правило, практики – професіонали в тій або іншій області діяльності.

Теоретичними дослідженнями, як ми уже відзначили, займаються спеціально до того підготовлені люди: професори, доценти, наукові співробітники, що працюють у наукових установах, а також у вищих навчальних закладах.

Практичне заняття №1

МЕТОДИКА ВИКОНАННЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Формою здійснення і розвитку науки є **наукове дослідження** суть якого полягає у вивченні за допомогою наукових методів явищ і процесів, аналіз впливу на них різних факторів, а також вивчення взаємодії між явищами з метою отримати доказові і корисні для науки і практики рішення з максимальним ефектом.

Загальнонаукові методи використовуються в теоретичних і емпіричних дослідженнях. До них належать аналіз і синтез, індукція і дедукція, аналогія і моделювання, абстрагування і конкретизація, системний аналіз, функціонально-вартісний аналіз.

Аналіз– метод дослідження, який включає в себе вивчення предмета за допомогою мисленного або практичного розчленування його на складові елементи (частини об'єкта, його ознаки, властивості, відношення). Кожна із виділених частин аналізується окремо у межах єдиного цілого. Наприклад, аналіз продуктивності праці робітників провадиться по підприємству – у цілому і по кожному цеху.

Синтез (від грец. synthesis – поєднання, з'єднання, складання) – метод вивчення об'єкта у його цілісності, у єдиному і взаємному зв'язку його частин. У процесі наукових досліджень синтез пов'язаний з аналізом, оскільки дає змогу поєднати частини предмета, розчленованого у процесі аналізу, встановити їх зв'язок і пізнати предмет як єдине ціле (продуктивність праці виробничого об'єднання у цілому).

Аналіз і синтез бувають:

а) прямим, або емпіричним (використовується для виділення окремих частин об'єкту, виявлення його властивостей, найпростіших вимірювань і т. ін.);

б) зворотним, або елементарно-теоретичним (базується на теоретичних міркуваннях стосовно причинно-наслідкового зв'язку різних явищ або дії будь-якої закономірності при цьому виділяються та з'єднуються явища, які здаються суттєвим, а другорядні ігноруються);

в) структурно-генетичним (вимагає виокремлення у складному явищі таких елементів, які мають вирішальний вплив на всі інші сторони об'єкту).

Індукція (від лат.induction – наведення, побудження) – метод дослідження, при якому загальний висновок про ознаки множини елементів виводиться на основі вивчення цих ознак у частини елементів однієї множини. Так вивчають фактори, які негативно впливають на продуктивність праці по кожному окремому підприємству, а потім узагальнюють у цілому по об'єднанню, до складу якого входять ці підприємства як виробничі одиниці.

Дедукція (від лат. deduction - виведення) – метод логічного висновку від загального до окремого, тобто спочатку досліджують стан об'єкту в цілому, а потім його складових елементів. Щодо попереднього прикладу то спочатку аналізують продуктивність праці в цілому по об'єднанню, а потім по його

виробничих одиницях.

Дедукція та індукція – взаємо протилежні методи пізнання.

Існує кілька варіантів установлення наслідкового зв’язку методами наукової індукції:

а) метод єдиної подібності. Якщо два чи більше випадків досліджуваного явища мають лише одну загальну обставину, а всі інші обставини різні, то саме ця подібна обставина є причиною явища, яке розглядається;

б) метод єдиної розбіжності. Якщо випадок, у якому досліджуване явище наступає, і випадок, в якому воно не наступає, у всьому подібні і відрізняються тільки однією обставиною, то саме ця обставина, наявна в одному випадку і відсутня у іншому, є причиною явища, котре досліджується;

в) об’єднаний метод подібності і розбіжності – комбінація двох перших методів;

г) метод супутніх змін. Коли виникнення або зміна одного явища викликає певну зміну іншого явища, то обидва вони перебувають у причинному зв’язку один з іншим;

д) метод решт. Якщо складне явище викликане складною причиною, котра являє собою сукупність певних обставин, і відомо, що деякі з них є причиною частини явища, то решта цього явища викликається обставинами, що залишилися.

Аналогія – метод наукового дослідження, завдяки якому досягається пізнання одних предметів і явищ на основі їх подібності з іншими. Він ґрунтується на подібності деяких сторін різних предметів і явищ, наприклад, продуктивність праці у об’єднанні можна досліджувати не по кожному підприємству, а лише по взятому за аналог, де випускається однорідна з іншими підприємствами продукція та однакові умови для виробничої діяльності. При цьому добуті результати поширюють на всі аналогічні підприємства.

Моделювання – метод, який ґрунтується на використанні моделі як засобу дослідження явищ і процесів природи. Під моделями розуміють системи, що замінюють об’єкт пізнання і служать джерелом інформації стосовно нього. **Моделі** – це такі аналоги, подібність яких до оригіналу суттєва, а розбіжність – несуттєва. Моделі поділяють на два види: матеріальні та ідеальні. Матеріальні моделі втілюються у певному матеріалі – дереві, металі, склі і т. ін. ідеальні моделі фіксуються в таких наочних елементах, як креслення, рисунок, схема, комп’ютерна програма і т. ін.

Абстрагування(від лат. abstrahere – відволікати) — метод наукового пізнання, оснований на формуванні образа реального об'єкта шляхом мисленевого виокремлення певних ознак, властивостей, зв'язків і відношень, що цікавлять дослідника, з одночасним ігноруванням багатьох інших другорядних його властивостей.

Конкретизація (від лат. concretus – густий, твердий) – метод дослідження предметів у всій різнобічності їх, у якісній багатосторонності реального існування на відміну від абстрактного вивчення предметів. При

цьому досліджується стан предметів у зв'язку з певними умовами їх існування та історичного розвитку. Так, перспективи розвитку галузі визначають на підставі конкретних розрахунків застосування нової техніки і технології, збалансованості трудових і матеріальних ресурсів та ін.

Системний аналіз – вивчення об'єкта дослідження як сукупності елементів, що утворюють систему. У наукових дослідженнях він передбачає оцінку поведінки об'єкта як системи з усіма факторами, які впливають на його функціонування. Цей метод широко застосовується у наукових дослідженнях при комплексному вивченні діяльності виробничих об'єднань і галузі в цілому, визначенні пропорцій розвитку галузей економіки тощо.

На основі загальнонаукових методів дослідження явищ, які відбуваються у природі і суспільстві, у кожній науці сформувалися емпіричні методи, що ґрунтуються на досвіді розвитку конкретної науки та застосуванні її у практичній діяльності людей. Це переважно методи чутливості – відчуття, сприймання і уявлення.

Конкретно-наукові (емпіричні) методи наукового пізнання являють собою специфічні методи конкретних наук, наприклад економічних. Ці методи формуються залежно від цільової функції науки і характеризуються взаємним проникненням до однорідних галузей наук.

Конкретно-наукові (емпіричні) методи в свою чергу включають теоретичні прийоми досліджень.

Ідеалізація – це конструювання подумки об'єктів, які не існують у дійсності або практично не здійсненні (наприклад, абсолютно тверде тіло, абсолютно чорне тіло, лінія, площина).

Мета ідеалізації: позбавити реальні об'єкти деяких притаманних їм властивостей і наділити (у думці) ці об'єкти певними і гіпотетичними властивостями. При цьому мета досягається завдяки:

а) багатоступінчастому абстрагуванню (наприклад, абстрагування від товщини призводить до поняття „площина");

б) переходу подумки до кінцевого випадку у розвитку якоїсь властивості (абсолютно тверде тіло);

в) простому абстрагуванню (рідина, що не стискається).

Будь-яка ідеалізація правомірна лише у певних межах.

Формалізація – метод вивчення різноманітних об'єктів шляхом відображення їхньої структури у знаковій формі за допомогою штучних мов, наприклад мовою математики.

Переваги формалізації:

а) вона забезпечує узагальненість підходу до вирішення проблем;

б) символіка надає стислості та чіткості фіксації значень;

в) однозначність символіки (немає багатозначності звичайної мови);

г) дає змогу формувати знакові моделі об'єктів і змінювати вивчення реальних речей і процесів вивченням цих моделей.

Аксіоматичний метод – метод побудови наукової теорії, за якого деякі твердження приймаються без доведень, а всі інші знання виводяться з них відповідно до певних логічних правил. Передусім це стосується використання

економічних законів у наукових дослідженнях, що є аксіоматичними знаннями наукової теорії, які використовують для подальшого розвитку науки.

Гіпотеза та припущення. У становленні теорії як системи наукового знання найважливішу роль відіграє гіпотеза. Гіпотеза є формою осмислення фактичного матеріалу, формою переходу від фактів до законів.

Розвиток гіпотези відбувається за трьома стадіями:

а) накопичення фактичного матеріалу і висловлювання на його основі припущень;

б) формування гіпотези, тобто виведення наслідків із зробленого припущення, розгортання на його основі прийнятої теорії;

в) перевірка отриманих результатів на практиці і на її основі уточнення гіпотези.

Якщо при перевірці наслідок відповідає дійсності, то гіпотеза перетворюється на наукову теорію.

Гіпотези (як і ідеї) носять імовірнісний характер. На їх основі відбувається систематизація раніше накопичених знань і здійснюється пошук нових наукових результатів – у цьому сутність і призначення гіпотези як форми розвитку науки. Гіпотеза може узгоджуватися з іншими науковими системами або суперечити їм. Ні те, ні інше не дає підстав відкинути гіпотезу або прийняти її. Гіпотеза може суперечити навіть достовірній теорії. До такої суперечності треба ставитися досить серйозно, але не варто думати, що вона обов’язково призводить до спростування гіпотези. Гіпотеза висувається з надією на те, що вона, коли не цілком, то хоча б частково, стане достовірним знанням.

Історичний метод дає змогу дослідити виникнення, формування і розвиток процесів і подій у хронологічній послідовності з метою виявлення внутрішніх та зовнішніх зв’язків, закономірностей та суперечностей. Даний метод дослідження використовується головним чином у суспільних науках. У прикладних – він застосовується, наприклад, при вивченні розвитку і формування тих чи тих галузей науки і техніки.

Системний підхід полягає у комплексному дослідженні великих і складних об’єктів (систем), дослідженні їх як єдиного цілого із узгодженим функціонуванням усіх елементів і частин. Виходячи з цього принципу, треба вивчити кожен елемент системи у його зв’язку та взаємодії з іншими елементами, виявити вплив властивостей окремих частин системи на її поведінку в цілому, встановити емерджентні властивості системи і визначити оптимальний режим її функціонування.

Створення теорії – узагальнення результатів дослідження, знаходження загальних закономірностей у поведінці об’єктів, що вивчаються, а також поширення результатів дослідження на інші об’єкти і явища, які сприяють підвищенню надійності проведеного експериментального дослідження.

Наукове дослідження конкретної економіки може бути успішно виконане, якщо методологія виконання робіт складена на підготовчій стадії.

Методика досліджень теми – це конкретизація прийомів і способів виконання робіт відповідно до мети та плану дослідження. Структура

методики включає загальні положення, основну частину і висновок.

У загальних положеннях вказується мета обраної теми, формулюється основна гіпотеза, подається обґрунтування висування її для проведення дослідження, визначаються розділи та етапи дослідження теми та їх виконавці, визначається галузь, на матеріалах якої провадиться дослідження, базове підприємство, корпорація, об'єднання, передбачається форма і місце впровадження результатів дослідження, вибираються основні показники техніко-економічного обґрунтування дослідження.

Основна частина містить деталізований виклад методичних вказівок щодо організації і проведення дослідження теми. У ній визначаються об'єкти і методи дослідження, джерела інформації, узагальнення і реалізація результатів дослідження. Таким чином, структура методики розробляється у повній відповідності з моделлю наукового дослідження тематики з конкретної економіки.

Для послідовності користування методикою в процесі досліджень її основну частину розподіляють відповідно до плану дослідження теми, на розділи та параграфи. Аналогічно у кожному підрозділі виділяють пункти, підпункти, в яких викладають конкретні питання методики дослідження.

Кожний підрозділ, відповідно до теми наукового дослідження повинен містити обґрунтовану робочу гіпотезу, поставлену на дослідження.

Об'єкти дослідження в методиці можуть бути загальними – в цілому по темі, і частковими – для кожного окремого підрозділу.

Джерела інформації в економічних дослідженнях використовуються щодо змісту предметів і явищ, тобто об'єктів дослідження.

В основній частині методики досліджень за темою у кожному підрозділі конкретно вказується, з яких питань вивчається законодавча інформація державних органів управління, нормативна інформація органів управління (інструкції, методики, затверджені міністерствами та відомствами).

У методиці визначаються також спеціальна вітчизняна і зарубіжна література і довідники, звіти НДІ та реферативні збірники, проектно-конструкторська та технологічна документація, , планово-нормативна і бухгалтерська документація, статистичні збірники і розробки та інша інформація, яку необхідно використовувати як інформаційне забезпечення в процесі дослідження локальних питань та теми в цілому. При складанні методики досліджень за темою конкретної економіки, де докази гіпотез обґрунтовуються на економічних показниках діяльності підприємств, у кожному підрозділі методики необхідно розробити форми таблиць, схем, графіків, які складаються на основі обліково-статистичної інформації, зібраної на різних стадіях та етапах досліджень.

У основній частині методики досліджень за темою із загальнонаукових і конкретно-наукових методів дослідження вибирають ті, які дають змогу всебічно вивчити економічні процеси, визначити закономірності і тенденції їх розвитку, намітити напрями подальшого удосконалення цих процесів, виявити наявні резерви і розробити науково обґрунтовані рекомендації щодо їх використання у підприємницькій діяльності.

При виборі методики дослідження доцільно надавати перевагу методам математичної статистики, функціонально-вартісному, системному і економічному аналізу. Проте ці методи потребують залучення великих масивів економічної інформації та трудомісткої обчислювальної їх обробки.

У кожному підрозділі методики дослідження потрібно передбачати загальнонаукові і конкретно-наукові методи дослідження, які застосовуватимуться в процесі виконання наукової роботи за цією темою. При цьому один методичний прийом може доповнюватися іншим. Інтеграція різних методів дослідження дає змогу підвищити достовірність наукових результатів та їх обґрунтованість.

У основній частині методики у кожному підрозділі відображається попереднє узагальнення результатів з досліджуваного питання, експериментування їх, оприлюднення проміжних результатів.

Отже, методика повинна мати локальну завершеність науково-дослідних процедур за кожним підрозділом плану досліджуваної теми.

Впровадження результатів дослідження висвітлюється у методиці в частині апробації колективним обговоренням на наукових конференціях і семінарах, симпозіумах, проведенням рецензування і експертизи. У цій частині методики дослідження передбачаються підприємства для дослідного впровадження, коригування і доопрацювання практичних методик, виробниче провадження.

Наприкінці у методиці досліджень викладаються форми узагальнення висновків і пропозицій за результатами дослідження, визначення їх наукової новизни і практичної значущості для розвитку економіки регіону, галузі господарства, економічної науки. Тут же вибирають способи визначення напрямів продовження досліджень за темою або обґрунтування припинення їх.

Отже, методика дослідження за обраною темою включає структуру, робочі гіпотези, їх обґрунтування та доведення, інформаційне забезпечення та передбачувані результати, тому виконувати наукове дослідження без чітко розробленої методики рівноцінно вести корабель без лоції та навігаційного обладнання.

ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ

Ознайомитись з основними методами наукових досліджень.

За результатами ознайомлення дайте обґрунтовану відповідь на наступні питання:

1. Який метод у перекладі з грецького означає „з’єднання”?

а) аналіз; б) індукція; в) синтез; г) дедукція.

2. Аналіз і синтез бувають: а) прямим або емпіричним; б) зворотним, або елементарно-теоретичним; в) структурно-генетичним; г) всі відповіді правильні.

3. Які методи пізнання взаємно протилежні? а) аналіз і синтез; б) індукція і дедукція; в) конкретизація і системний аналіз; г) а) і б).

4. Які з перелічених методів дослідження належать до теоретичних? а)

ідеалізація; б) конкретизація; в) абстрагування; г) моделювання

5. Скільки стадій має розвиток гіпотези?

а) 2; б) 3; в) 4; г) 5.

6. За яких умов гіпотеза перетворюється на наукову теорію?

а) коли наслідок має імовірнісний характер; б) коли наслідок відповідає дійсності; в) коли наслідок є формою осмислення фактичного матеріалу; г) коли наслідок є формою переходу від фактів до законів.

7. Який метод ґрунтується на використанні моделі як засобу дослідження явищ і процесів природи? а) абстрагування; б) моделювання; в) аналогія; г) конкретизація.

8. Який метод у перекладі з латинської означає „твердий”?

а) абстрагування; б) аналогія в) конкретизація; г) моделювання.

9. Метод супутніх змін це коли:

а) виникнення або зміна одного явища викликає певну зміну іншого явища; то обидва вони перебувають у причинному зв’язку один з іншим; б) складне явище викликане складною причиною, то решта цього явища викликається обставинами, що залишилися; в) два чи більше випадків досліджуваного явища мають лише одну загальну обставину, а всі інші обставини різні; г) обставина, наявна в одному випадку і відсутня у іншому, є причиною явища, котре досліджується.

10. Конкретно-наукові (емпіричні) методи формуються залежно від: а) причинно-наслідкових зв’язків між ними; б) факторів, які на них впливають; в) розвитку конкретної науки; г) цільової функції науки.

Контрольні питання для контролю СР студентів

1. Назвіть методи, які входять до складу загальнонаукових?
2. Дайте характеристику варіантів установлення наслідкового зв’язку методами наукової індукції.
3. У чому полягає суть загальнонаукового методу аналогія?
4. Який метод ґрунтується на використанні моделей і на які види вони (моделі) поділяються?
5. Який метод дає змогу дослідити виникнення, формування і розвиток процесів і подій у хронологічному порядку?
6. Назвіть умову при якій гіпотеза перетворюється на наукову теорію.
7. Скільки стадій розвитку має гіпотеза? Охарактеризуйте їх.
8. Розкрийте зміст конкретно-наукових (емпіричних) методів та застосування їх у наукових дослідження.
9. Назвіть переваги методу формалізації.
10. Розкрийте зміст поняття „методика дослідження теми”.

Практичне заняття №2

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ МАТЕМАТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Задачі дослідження операцій, які є об’єктом математичних методів, це, як

правило, задачі на знаходження екстремальних значень деяких функціональних залежностей. Кожна операція проводиться для досягнення певної мети. В ідеальному випадку ступінь її досягнення і вся сукупність дій, що відбуваються в операції і від якої залежить досягнення мети, мають кількісну міру, тобто

можуть бути описані математично.

Для **постановки задачі дослідження операцій** необхідно визначити:

– цілі функціонування досліджуваного об'єкта, вагомість кожного з них;
– можливі засоби реалізації досягнення поставлених цілей;
– критерії ефективності досягнення поставлених цілей.

До основних **компонентів математичної моделі дослідження операцій** належать:

1) змінні управління (керовані), умовно керовані та некеровані змінні;
2) обмеження;
3) цільові функції.

Змінними управління (керованими змінними) називають такі змінні, значення яких можливо змінювати у процесі управління деякою системою чи процесом під час знаходження певного рішення проблемної ситуації. Як правило, це змінні, значення яких може змінювати дослідник, і які необхідно відшукати при знаходженні найкращого (оптимального) розв'язку проблемної ситуації. Вони обумовлюють управлінські дії при виборі того чи іншого варіанта управлінського рішення з множини можливих альтернатив.

Дослідник повинен враховувати вплив значення **некерованих змінних** на досліджуваний об'єкт, але змінювати самостійно їх не може. Так, наприклад, під час знаходження оптимальної структури посівних площ ми не можемо змінювати погодні умови, що впливатимуть на врожайність культур.

Аналогічно під час знаходження оптимальної податкової стратегії підприємства ставка податку на той чи інший вид діяльності, облікова ставка НБУ, коефіцієнт інфляції тощо є некерованими змінними, які не можуть змінюватися на рівні підприємства. Іноді некеровані змінні називають **параметрами задачі.**

Потрібно зазначити, що залежно від мети розв'язування задачі керовані змінні можуть переходити у некеровані та навпаки. Наприклад, якщо необхідно визначити таку ставку єдиного податку, яка б забезпечила зростання доходів у бюджет на i %, то в цьому разі розмір ставки єдиного податку є керованою змінною.

Обмеження математичної моделі задачі дослідження операцій відображають зв'язок керованих і некерованих змінних. Як правило, це система рівнянь і (або) нерівностей, які у сукупності визначають область припустимих рішень (область зміни керованих змінних). Іноді буває так, що область припустимих рішень нульова. Це означає, що досягнення поставленої мети при встановлених співвідношеннях керованих і некерованих змінних неможливе.

Критерій оптимальності – показник діяльності досліджуваного об'єкта,

що має конкретний економічний (фізичний) зміст. За значенням цього критерію обирають таке рішення проблемної ситуації, що максимально задовольняє поставлену мету. Математична модель однієї задачі дослідження операцій може мати кілька критеріїв оптимальності.

Цільова функція – математична форма критерію оптимальності, вона пов'язує між собою мету розв'язування задачі дослідження операцій, керовані та умовно керовані змінні моделі.

Розглянемо загальну **постановку задачі дослідження операцій** у **математичному вигляді.**

Деякі з таких кількісних характеристик бувають незмінними, сталими для певної операції чи певних умов. Позначимо їх c_k (k =1,l). Це і є параметри задачі. Інші мають характер змінних величин, незалежних і залежних, детермінованих чи випадкових. Незалежні змінні можна поділити на дві групи: керовані, значення яких можна змінювати (позначимо їх x_j (j =1, n); некеровані, значення яких визначаються комплексом зовнішніх умов (зовнішнім оточенням), або параметри системи y_r (r =1, s).

За таких умов, як правило, вдається встановити функціональну залежність між деякою величиною *f (X)*, якою вимірюють ступінь досягнення мети, і незалежними змінними та параметрами операції:

$$f(X) = F(x_j, y_r, c_k). \qquad (2.1)$$

Функція (2.1) є цільовою, або критерієм оптимальності, оскільки її значення є мірою ефективності проведення операції після досягнення певної мети.

Завдання полягає в тому, щоб вибрати такі значення керованих змінних x_j, які б надавали цільовій функції екстремального значення, тобто

$$f^*(X) = \underset{x_j}{\text{extrem}}\, F(x_j, y_r, c_k). \qquad (2.2)$$

Проте можливості вибору керованих змінних x завжди обмежені j зовнішніми щодо операції умовами (енергетичними, матеріальними, людськими, грошовими ресурсами тощо), а також параметрами самої операції.

В ідеальному випадку обмеження можна описати за допомогою математичних рівнянь і нерівностей:

$$g_i(x_j, y_r, c_k)\{\leq = \geq\} b_i, \; i = \overline{1,m}. \qquad (2.3)$$

Залежність (2.3) називають ***системою обмежень***, або ***системою умов задачі***.

Вирази (2.1) та (2.3) і є ***математичною моделлю операції***.

Таким чином, задача полягає в тому, щоб знайти

$$\underset{x_j}{\text{extrem}}\, F(x_j, y_r, c_k). \qquad (2.4)$$

$$g_i(x_j, y_r, c_k)\{\leq = \geq\} b_i,\ i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}, r = \overline{1,s}, k = \overline{1,l}, \qquad (2.5)$$

де f (·) – цільова функція (показник якості або ефективності операції);

gi ( ) , bi – відповідно функція витрати та величини *i*-го ресурсу.

Проілюструємо побудову математичної моделі проблемної операції на конкретному прикладі.

Приклад. Фермер відгодовує два види тварин – А і В. Для цього використовує три види кормів. Витрати корму кожного виду на одну тварину за видами наведені в таблиці 2.1. У ній також зазначені запаси кормів та прибуток від реалізації однієї тварини. Визначити, скільки тварин кожного виду потрібно відгодовувати фермерові, щоб отримати максимальний прибуток. Скласти математичну модель операції.

Розв'язання

Кількість тварин виду А позначимо як x_1 , кількість тварин виду В – як x_2 .Отже, визначено вектор керованих змінних $X = (x_1, x_2)$. Запишемо функцію прибутку: $F = 16x1 + 6x_2 \rightarrow \max$. Ця функція виражає критерій оптимальності задачі у математичній формі – *цільову функцію*.

Таблиця 2.1 – Вихідні данні для задачі

Вид корму	**Витрати кормів на відгодівлю**		**Запаси кормів**
	тварини виду А	**тварини виду В**	
I	2	3	180
II	4	1	240
III	6	7	426
Прибуток від реалізації однієї тварини	16	6	

Складемо вектор некерованих змінних $B = (b_1, b_2, b_3) = (180 ; 240 ; 426)$. За умовою задачі корм 1-го виду витрачається в кількості $2x_1 + 3x_2$, що не повинно перевищувати запаси цього виду корму, тобто 180. Маємо нерівність

$2x_1 + 3x_2 = 180$. Аналогічні нерівності складаємо щодо інших видів кормів:

$4x_1 + x_2 \leq 240$; $6x_1 + 7x_2 \leq 426$.

У результаті маємо систему нерівностей:

$$\begin{cases} 2x1 + 3x2 \leq 180, \\ 4x1 + x2 \leq 240, \\ 6x1 + 7x2 \leq 426. \end{cases}$$

Потрібно додати, що кількість тварин не може бути від'ємним числом, тобто $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$. Об'єднуючи всі нерівності, одержимо *систему обмежень:*

$$\begin{cases} 2x1 + 3x2 \leq 180, \\ 4x1 + x2 \leq 240, \\ 6x1 + 7x2 \leq 426, \\ x1 \geq 0,\ x2 \geq 0. \end{cases}$$

Цільова функція і система обмежень разом становлять *математичну модель*. Отже, математична модель наведеної задачі має вигляд

$$F = 16x1 + 6x2 \rightarrow \max,$$
$$\begin{cases} 2x1 + 3x2 \leq 180, \\ 4x1 + x2 \leq 240, \\ 6x1 + 7x2 \leq 426, \\ x1 \geq 0,\ x2 \geq 0. \end{cases}$$

ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ

Розглянути задачу планування виробництва у загальному вигляді.

Для виготовлення n видів продукції P1, P2, …, P_n використовується m видів ресурсів R1, R2, …, R_m. Запаси ресурсів, норми витрат ресурсів за видами на виготовлення одиниці продукції, прибуток від реалізації одиниці продукції наведені в таблиці 2.2.

Необхідно знайти такий план випуску продукції, за якого прибуток від її реалізації буде максимальним.

Необхідно:

1) скласти математичну модель задачі у загальному вигляді за даними таблиці 2.2;

2) побудувати математичну модель для випадку двох видів продукції і трьох видів ресурсів; вхідні дані за варіантами взяти з таблиці 2.3.

Таблиця 2.2 – Умови завдання

Вид ресурсу	Норми витрат ресурсів на виготовлення одиниці продукції				Запас ресурсу
	P	P_2	…	P_n	
R_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	b_1
R_1	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}	b_2
…	…	…	…	…	…
R_n	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{nn}	b_m
Прибуток від одиниці продукції	c_1	c_2	…	c_n	

Таблиця 2.3 – Прибуток від реалізації одиниці продукції

Варіант	a_{11}	a_{21}	a_{31}	a_{12}	a_{22}	a_{32}	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2
1	7	6	1	3	3	2	1365	1245	650	6	5
2	8	7	4	3	6	9	864	864	945	2	3
3	14	12	8	8	4	2	624	541	372	7	3

Контрольні питання для контролю СР студентів

1. Дати визначення основних понять дослідження операцій: операція, оперувальна сторона, рішення операції, оптимальне рішення операції.

2. Що розуміють під проблемною ситуацією? Навести схему виникнення та приклади проблемних ситуацій.

3. Що необхідно знати для постановки задачі дослідження операцій?

4. Провести порівняльну характеристику змінних управління, умовно керованих змінних та некерованих змінних.

5. Навіщо визначати критерій оптимальності операції?

6. Які змінні (керовані, некеровані, умовно керовані) використовують під час запису цільової функції?

7. Які змінні (керовані, некеровані, умовно керовані) використовують під час запису системи обмежень?

8. Назвіть ознаки, за якими класифікують математичні моделі.

9. Наведіть характеристику основних етапів операційного дослідження.

10. Якою повинна бути розмірність задачі оптимізації, щоб була можливість одержати її єдиний розв’язок?

Практичне заняття №3

МЕТОД ПІДБОРУ ЕМПІРИЧНИХ ФОРМУЛ ТА ГРАФІЧНИЙ МЕТОД ВИРІВНЮВАННЯ

Метод підбору емпіричних формул. У процесі експериментальних досліджень виходить статистичний ряд вимірювань двох величин, коли кожному значенню функції y_1 ... y_n відповідає певне значення аргументу x_i … x_n. На основі експериментальних даних можна підібрати алгебраїчні вирази функції:

$$y = f(x), \qquad (3.1)$$

які називають емпіричними формулами.

Необхідність в підборі емпіричних формул виникає у багатьох випадках. Так, якщо аналітичний вираз (3.1) складний, вимагає громіздких обчислень, то часто ефективніше користуватися спрощеною наближеною емпіричною формулою. Емпіричні формули повинні бути по можливості

найбільш простими і точно відповідати експериментальним даним. Тому вони є наближеними виразами аналітичних формул. Заміну точних аналітичних виразів наближеними, простішими називають апроксимацією, а функції такими, що апроксимують.

Процес підбору емпіричних формул складається з двох етапів. На першому етапі дані вимірювань наносять на сітку прямокутних координат, сполучають експериментальні точки плавною кривою і вибирають орієнтовно вид формули. На другому етапі обчислюють параметри формул, які найкращим чином відповідали б прийнятій формулі. Підбір емпіричних формул необхідно починати з найпростіших виразів.

Результати вимірювань багатьох явищ і процесів апроксимуються простими емпіричними рівняннями типу:

$$y = a + bx, \tag{3.2}$$

де a, b – постійні коефіцієнти.

Так, лінеаризованим рівнянням (3.2) можна виразити залежність між вологістю і щільністю ґрунту, вмістом цементу і міцністю бетону тощо.

Тому при аналізі графічного матеріалу необхідно по можливості використовувати лінійну функцію. В цьому випадку застосовують метод вирівнювання. Він полягає в тому, що криву, побудовану за експериментальними точками, подають лінійною

функцією.

Для перетворення деякої кривої (3.1) в пряму лінію вводять нові змінні:

$$X = f1(x; y);\ Y = f2(x; y), \tag{3.3}$$

які в новому рівнянні були б зв’язані лінійною залежністю

$$Y = a + bX. \tag{3.4}$$

Значення X і Y можна обчислити на основі вирішення системи (3.3). Далі будують пряму (рисунок 3.1), за якою легко графічно обчислити параметри a (ордината точки перетину прямої з віссю Y) і b (тангенс кута нахилу прямої з віссю X): b = tga.

При графічному визначенні параметрів a і b обов’язково, щоб пряма (3.2) будувалася на координатній сітці, у якої початком є точки Y = 0 і X = 0. Для розрахунку необхідно точки Yi і Xi приймати на крайніх ділянках прямої.

Для визначення параметрів прямої можна застосовувати також інший графічний метод. У рівняння (3.4) підставляють координати двох крайніх точок, узятих з графіка. Отримують систему двох рівнянь, з яких обчислюють a і b.

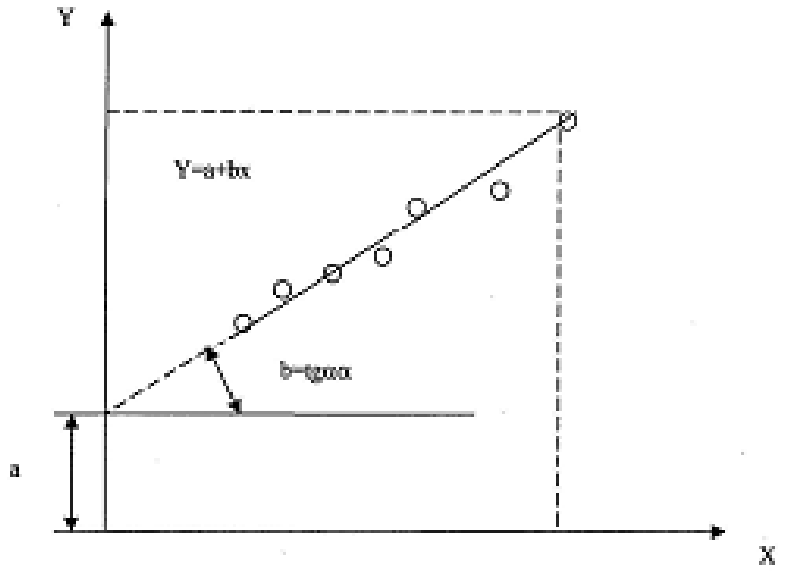

Рисунок 3.1 – Графічне визначення параметрів x і y

Після встановлення параметрів a і b одержують емпіричну формулу (3.2), яка поєднує Y і X, що дозволяє встановити функціональний зв'язок між x і y та емпіричну залежність (3.1).

Лінеаризацію кривих можна легко здійснити у напів- або логарифмічних координатних сітках, які порівняно широко застосовують при графічному методі підбору емпіричних формул.

Приклад 3.1. Підібрати емпіричну формулу таких вимірювань:

12,1	19,2	25.9	33.2	40,5	46,4	54,0
1	2	3	4	5	6	7

Розв'язання

Графічний аналіз цих вимірювань показує, що в прямокутних координатах точки добре лягають на пряму лінію і їх можна виразити залежністю (3.2). Вибираємо координати крайніх точок і підставляємо в (3.2): A0 + 7 A1 = 54,0; A0 + A1 = 12,1, звідки

A1 = 41,9 : 6 = 6,98 і A0 = 12,10 – 6,98 = 5,12.

Емпірична формула набуде вигляду: y = 5,12+ 6,98 A1.

Таким чином, апроксимація експериментальних даних прямолінійними функціями дозволяє просто і швидко встановити вигляд емпіричних формул.

Графічний метод вирівнювання може бути застосований в різних випадках, коли експериментальна крива на сітці прямокутних координат має вигляд плавної кривої. Розглянемо основні випадки.

1 Якщо експериментальний графік має вигляд відповідно до рисунка 3.2, а, то необхідно застосувати таку формулу:

$$y = a\,x^{b} \qquad (3.5)$$

Замінюючи X =lg x и Y = lg y, отримаємо Y = lg a + bX. При цьому експериментальна крива перетворюється на пряму лінію на логарифмічній

сітці.

2 Якщо експериментальний графік має вигляд відповідно до рисунка 11, б, то потрібно використовувати вираз

$$y = a\, e^{bx} \tag{3.6}$$

Замінюючи Y = lg y, отримаємо Y = lg a + bx lg e.

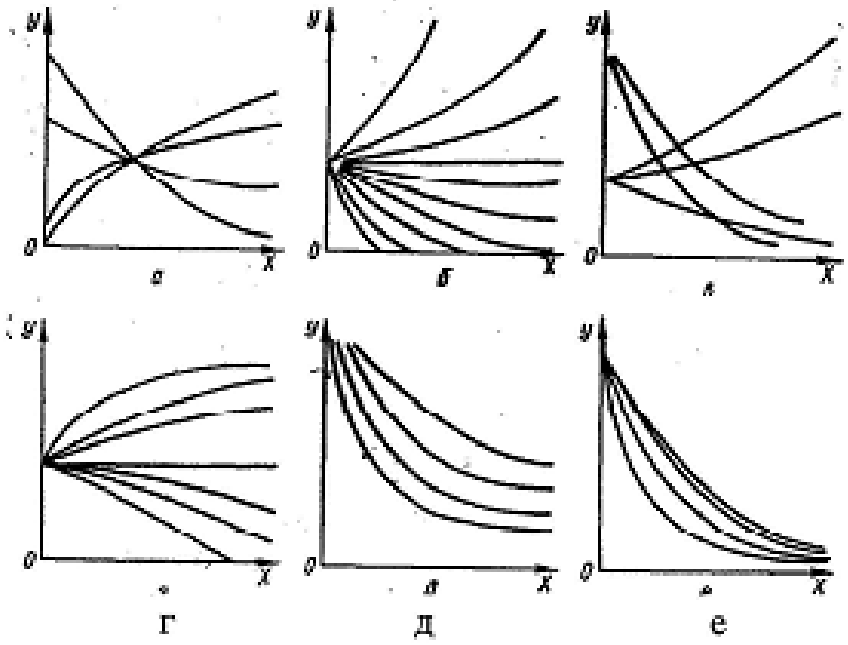

Рисунок 3.2 – Основні вигляди графіків емпіричних формул

Тут експериментальна крива перетворюється на пряму лінію на напівлогарифмічній сітці.

3 Якщо експериментальний графік має вигляд відповідно до рисунка 3.2, в, то застосовуємо таке:

$$y = c + ax^{b}; \tag{3.7}$$

а) b задане. Приймаючи $X = x^{b}$, маємо пряму лінію на сітці прямокутних координат:

y = c + aX;

б) b невідомо. Приймаючи X = lg x_i Y = lg (y-c), маємо пряму лінію на логарифмічній сітці Y = lg a + bX. В цьому випадку необхідно заздалегідь обчислити c. Для цього по експериментальній кривій приймають три довільні точки: x_1, y_1; x_2, y_2; x3 = √99, y_3 і обчислюють c у вигляді відношення:

$$c = (y_1y_2 - y_3)/(y_1 + y_2 - y_3^{2}) \tag{3.8}$$

4 Якщо експериментальний графік має вигляд відповідно до рисунка 3.2, г, то потрібно користуватися формулою

$$y = c + ae^{bx} \tag{3.9}$$

Після логарифмування і заміни $Y = \lg (y-c)$ маємо пряму на напівлогарифмічній сітці $Y = \lg a + bX \lg c$. Необхідно заздалегідь визначити c за допомогою (3.8) і $x_3 = 0{,}5 (x_1 + x_2)$.

5 Якщо експериментальний графік має вигляд відповідно до рисунка 3.2, д, то застосовуємо вираз

$$y = a + b/x. \tag{3.10}$$

Замінюючи $x = 1/z$, одержуємо пряму лінію на сітці прямокутних координат $y = a + bz$.

6 Якщо графік має вигляд відповідно до рисунка 3.2, е, потрібно використовувати формулу

$$y = \frac{1}{a+bx} \tag{3.11}$$

Замінюючи $y = 1/z$, маємо $z = a + bx$, тобто пряму на сітці

Замінюючи $y= 1/z$, маємо $z=a+bx$, тобто пряму на сітці прямокутних координат.

Аналогічно для рівняння

$$y = 1/(a+bx+cx^2) \tag{3.12}$$

тоді $z = a + bx + cx^2$.

Складну степеневу функцію

$$y=ae^{nx+mx2} \tag{3.13}$$

перетворюємо в пряму лінію. При $\lg y = z$, $\lg a = p$, $\lg e = q$, $m \lg e = = r$ маємо залежність $z = p + qx + rx^2$. За допомогою поданих на рисунку 3.2 графіків і виразів (3.5)-(3.13) практично можна завжди підібрати рівняння емпіричної формули.

Приклад 3.2. Підібрати емпіричну формулу для таких вимірювань:

1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
15,2	20,6	27,4	36,7	49,2	66,0	87,4	117,5

Розв'язання

На основі цих даних будуємо графіки (рисунок 3.3, а і б).

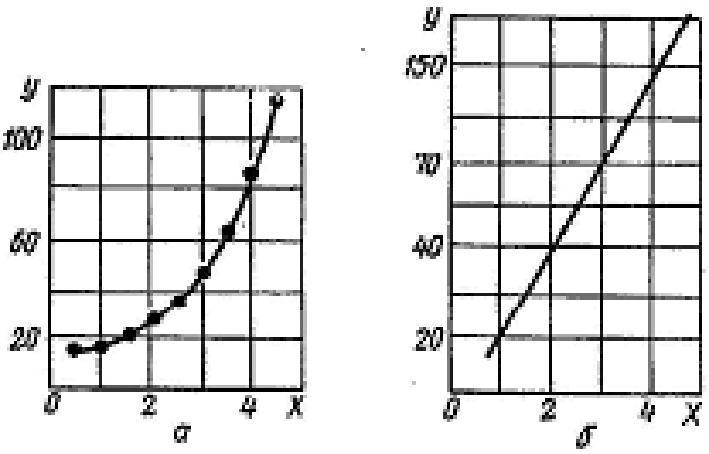

Рисунок 3.3 – Експериментальна крива (а) і випрямлена (б)

Як видно з рисунка 3.3, маємо типовий графік для показової функції (3.6) (рисунок 3.3, б). У цій формулі необхідно знайти параметри a і b.

Після логарифмування цього виразу маємо lg y = lg a + bx lg e.

Якщо позначити lg = Y, то Y = lg a + bx lg e, тобто в напівлогарифмічних координатах вираз для Y являє пряму лінію, що підтверджується графіком.

Підставимо в рівняння координати крайніх точок:

lg 15,2 = lg a + b lg e і lg 117,5 = lg a + 4,5b lg e.

Отже, 1,183 = lg a + b lg e; 2,070 = lg a + 4,5b lg e. Звідки:

lg a = 1,183 - b lg e; lg a = 1,183 -0,58 lg e.

Після підстановки b = 0,887/(3,5 lg e) = 0,579; lg a = 1,183 – - 0,254 = 0,929; a = 1,85. Остаточно емпірична формула буде $y = 1{,}85\ e^{0{,}579x}$.

ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ

Підібрати емпіричну формулу для таких вимірювань згідно варіанту завдання таблиці 3.1:

Таблиця 3.1 – Завдання для підбору емпіричної формули

Варіант	Дослід						
	1	2	3	4	5	6	7
1	10,1	18,8	23,5	30,6	40,0	45,4	51,3
2	11,1	19,8	25,5	31,6	45,0	47,4	52,3
3	11,2	19,9	23,7	31,6	44,8	46,4	53,3

Підібрати методом графічного вимірювання емпіричну формулу для таких вимірювань згідно варіанту завдання таблиці 3.2:

Таблиця 3.2 – Завдання для підбору емпіричної формули методом графічного вимірювання

Варіант	Дослід							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	15,1	20,5	27,3	36,6	49,1	59,9	87,3	117,4
2	15,0	20,4	27,2	36,5	49,0	59,8	87,2	117,3
3	14,1	19,5	27,0	36,4	49,0	59,7	87,0	117,0

Контрольні питання для контролю СР студентів

1. В чому полягає метод підбору емпіричних формул?
2. В чому полягає метод графічний метод вирівнювання?
3. Наведіть приклади алгебраїчних формул.
4. Які формули відносять до емпіричних?
5. Наведіть приклади практичного застосування емпіричних формул.
6. В чому полягає підбір емпіричних формул?
7. Чи можна провести лінеаризацію в логарифмічних координатах? Відповідь аргументуйте.
8. Чи можна провести лінеаризацію в напівлогарифмічних координатах? Відповідь аргументуйте.
9. Якими видами формул користуються при застосуванні графічного методу вимірювань?
10. Як виглядають основні вигляди графіків емпіричних формул?

Практичне заняття №4

АПРОКСИМАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ ПОЛІНОМІВ

При підборі емпіричних формул широко використовують поліноми:

$$y = A0 + A_1x_1 + A_2x_2 + ... + A_nx^n, \qquad (4.1)$$

де A_0, ..., A_n – постійні коефіцієнти.

Поліномами можна апроксимувати будь-які результати вимірювань, якщо вони графічно виражаються безперервними функціями. Окрім графічного методу для визначення коефіцієнтів A застосовують методи середніх і найменших квадратів.

Метод середніх заснований на наступному положенні. По експериментальних точках можна побудувати декілька плавних кривих. Якнайкращою буде та крива, у якої відхилення різниць найменші, тобто $\sum\varepsilon \approx 0$. Порядок розрахунку коефіцієнтів полінома зводиться до наступного. Визначають число членів ряду (4.1). Звичайно приймають не більше трьох-чотирьох. У прийнятий вираз послідовно підставляють координати x та експериментальних точок і одержують систему з рівнянь. Кожне рівняння

прирівнюють відповідному відхиленню

$$\begin{aligned} &A_0 + A_1 x_1 + A_2 x^2 + ... + A_n x_1{}^2 - y_1 = \varepsilon_1 ; \\ &A_0 + A_1 x^2 + A_2 x^2 + ... + A_n x_2{}^2 - y_2 = \varepsilon_2 ; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &A_0 + A_1 x_m + A_2 x_m{}^2 + ... + A_n x_m{}^n - y_m = \varepsilon_m . \end{aligned} \qquad (4.2)$$

Звичайно число точок, тобто число рівнянь, більше кількості коефіцієнтів A, що дозволяє їх обчислити при розв'язанні системи (4.2). Розбивають систему початкових рівнянь послідовно зверху вниз на групи, число яких повинно дорівнювати кількості коефіцієнтів A_0. У кожній групі складають рівняння і одержують нову систему рівнянь, рівну кількості груп (звичайно дві-три). Розв'язуючи систему, обчислюють коефіцієнти A. Метод середніх має високу точність, якщо число точок достатньо велике (не менше трьох-чотирьох). Ступінь точності можна підвищити таким чином: початкові умови групують по два-три варіанти і обчислюють для кожного варіанта емпіричну формулу. Перевагу віддають тій формулі, у якої $\sum\varepsilon^2 = \min$.

Приклад 4.1. Виконано сім вимірювань

4	5	6	7	8	9	10
10,2	6,7	4,8	3,6	2,7	2,1	1,7

Розв'язання. Для підбору емпіричної формули можна вибрати поліном

$$y = A0 + A1x1 + A2x2.$$

Підставимо в це рівняння точки і розіб'ємо систему початкових рівнянь на три групи (один-два, три-чотири, п'ять-сім) у вигляді:

$$\begin{aligned} &1)\ A0 + 4A1 + 16A2 - 10{,}2 = \varepsilon 1; \\ &2)\ A0 + 5A1 + 25A2 - 6{,}7 = \varepsilon 2; \\ &3)\ A0 + 6A1 + 36A2 - 4{,}8 = \varepsilon 3; \\ &4)\ A0 + 7A1 + 49A2 - 3{,}6 = \varepsilon 4; \\ &5)\ A0 + 8A1 + 64A2 - 2{,}7 = \varepsilon 5; \\ &6)\ A0 + 9A1 + 81A2 - 2{,}1 = \varepsilon 6; \\ &7)\ A0 + 10A1 + 100A2 - 1{,}7 = \varepsilon 7. \end{aligned}$$

Після складання рівнянь в кожній підгрупі маємо:

$$\begin{aligned} &1)\ 2A0 + 9A1 + 41A2 = 16{,}9; \\ &2)\ 2A0 + 13A1 + 85A2 = 8{,}4; \\ &3)\ 3A0 + 27A1 + 24A2 = 6{,}5. \end{aligned}$$

Визначаючи з цих виразів A_0, A_1 і A_2, остаточно одержуємо таку емпіричну формулу:

$$y = 26{,}168 - 5{,}2168\,x + 0{,}2811\,x^2.$$

Метод середніх квадратів також може бути застосований для різних кривих після їх вирівнювання.

Приклад 4.2. Є вісім вимірювань

3	6	9	12	15	18	21	24
57,6	41,9	31,0	22,7	16,6	12,2	8,9	6,5

Розв'язання. Аналіз кривої в системі прямокутних координат дає можливість застосувати формулу $y=ae^{-bx}$.

Логарифмуємо lg y = lg a + bx lg e. Проведемо заміну змінних: Y = lg y, X = x/2,303. Тогда $Y = A + BX$, де A = lg a, $B = b$. Оскільки необхідно визначити два параметри A і B, то розбиваємо всі вимірювання на дві групи по чотири вимірювання.

Складаємо вісім рівнянь

$$1{,}7604=A+\frac{3}{2{,}303}B \qquad 1{,}2201=A+\frac{15}{2{,}303}B$$

$$1{,}6222=A+\frac{6}{2{,}303}B \qquad 1{,}0864=A+\frac{18}{2{,}303}B$$

$$1{,}7604=A+\frac{3}{2{,}303}B \qquad 1{,}9494=A+\frac{21}{2{,}303}B$$

$$1{,}3560=A+\frac{12}{2{,}303}B \qquad 1{,}8129=A+\frac{24}{2{,}303}B$$

Після підсумовування по групах одержуємо:

$$6{,}2300=4A+\frac{30}{2{,}303}B \qquad 4{,}0688=4A+\frac{24}{2{,}303}B$$

систему двох рівнянь з двома невідомими A і B, розв'язуючи яку, маємо A = 1,8952; a = 78,56; B = - 0,045; b = - 0,1037. Остаточно $y = 78{,}56\, e^{-0.1037x}$.

Найкращі результати при визначенні параметрів заданого рівняння дає використання методу найменших квадратів. Суть цього методу полягає в тому, що якщо всі вимірювання функції y_1,. y_2, ..., y_n проведені з однаковою точністю і розподілені помилки вимірювання відповідають нормальному закону, то параметри рівняння, яке досліджується, визначається за умови, що сума квадратів відхилення виміряних значень від розрахункових набуває найменшого значення.

Щоб знайти невідомі параметри (a_1,. a_2, ..., a_n), число яких n, необхідно розв'язати систему n лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} y_1 &= a_1 x_1 + a_2 u_1 + \ldots + a_n z_1 ; \\ y_2 &= a_1 x_2 + a_2 u_2 + \ldots + a_n z_2 ; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots; \\ y_n &= a_1 x_m + a_2 u_m + \ldots + a_n z_m , \end{aligned} \qquad (4.3)$$

де $y_1, ..., y_n$ – окремі значення виміряних величин, функції y;

x, u, z – змінні величини;

$a_1, ..., a_n$ – коефіцієнти рівняння, які необхідно визначити.

Цю систему приводять до системи нормальних лінійних рівнянь шляхом множення кожного рівняння відповідно на $x_1, ..., x_m$ і подальшого їх складання, потім множення відповідно на $u_1, ..., u_m$ і т. п.

Це дозволяє одержати так звану систему нормальних рівнянь:

$$\begin{aligned}
&\sum yx = a_1\sum xx + a_2\sum xu + \cdots + a_n\sum xz;\\
&\sum yu = a_1\sum ux + a_2\sum uu + \cdots + a_n\sum uz;\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\sum yz = a_1\sum zx + a_2\sum zu + \cdots + a_n\sum zz.
\end{aligned} \qquad (4.4)$$

Розв’язавши цю систему, визначають необхідні коефіцієнти.

Приклад 4.3. Необхідно визначити коефіцієнти a_1 і a_2 в рівнянні $k = a_1 + a_2 u$.

Розв’язання

Оскільки потрібно визначити два параметри, то система рівнянь може бути подана у вигляді двох рівнянь $y = a_1 x_1 + a_2 u_2$ і $y u_2 = a_2 x_1 u_2 + a_2 u_2^2$, де $y = k_р$; $x_1 = 1$; $x_2 = u$.

Оскільки рівняння лінійне, обмежуємося чотирма серіями дослідів (таблиця 4.1).Систему нормальних рівнянь можна записати у вигляді $5{,}48 = 4\ a_1 + 1100\ a_2$; $1519 = 1100\ a_1 + 307350\ a_2$, розв’язання яких дає $a_1 = 0{,}78$; $a_2 = 0{,}0025$. Отже, емпірична формула набуде вигляду $k_p = 0{,}78 + 0{,}0025u$.

Таблиця 4.1 – Результати дослідів

$u_B = u$	$y = k_р$	U^2	yx
230	1,26	52900	289,8
255	1,32	65025	336,6
295	1,40	87025	413,0
320	1,50	102400	480,0
1100	5,48	307350	1519,4

Метод найменших квадратів дає достатньо надійні результати. При цьому ступінь точності коефіцієнтів A в (4.1) повинна бути такою, щоб обчислені значення y збігалися із значеннями в початкових табличних значеннях. Це вимагає обчислювати значення A тим точніше, чим вище індекс A, тобто A_1 повинне бути точніше (більше число десяткових знаків), ніж A_3; $A3$ – точніше, ніж A_2 і т.п. Для обчислення коефіцієнтів A методом найменших квадратів розрахунки необхідно проводити за типовими програмами на ЕОМ.

ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ

1) За допомогою поліномів підібрати емпіричну формулу для таких

вимірювань згідно варіанту завдання таблиці 4.2:

Таблиця 4.2 – Завдання для підбору емпіричної формули

Варіант	Дослід						
	4	5	6	7	8	9	10
1	10,1	6,6	4,5	3,6	3,0	2,4	1,3
2	10,1	9,6	5,5	4,6	4,0	3,4	2,3
3	10,1	8,6	6,5	5,6	5,0	4,4	3,3

2) Підібрати методом середніх квадратів емпіричну формулу для таких вимірювань згідно варіанту завдання таблиці 4.3:

Таблиця 4.3 – Завдання для підбору емпіричної формули методом середніх квадратів

Варіант	Дослід							
	3	6	9	12	15	18	21	24
1	55,1	41,5	27,3	16,6	19,1	9,9	7,3	17,4
2	65,1	51,5	37,3	26,6	29,1	19,9	17,3	27,4
3	75,1	51,5	47,3	36,6	39,1	29,9	27,3	37,4

Контрольні питання для контролю СР студентів

1. Що визначає поняття “апроксимація”?
2. Яким чином можна провести апроксимацію результатів вимірів?
3. Наведіть методи підбору емпіричних формул для результатів вимірювань.
4. В чому полягає метод поліномів?
5. В чому полягає метод середніх квадратів?
6. В чому полягає метод найменших квадратів?
7. Які формули використовуються при застосуванні методу середніх квадратів?
8. Якими видами формул користуються при методу найменших квадратів вимірювань?
9. Наведіть систему нормальних рівнянь
10. Яким чином обчислюються коефіцієнти A методом найменших квадратів?

Рекомендована література

Основна

1. Єріна А.М., Захожай В.Б., Єрін Д.Л. Методологія наукових досліджень: Навч. посібник. – К.: ЦНЛ, 2004. – 212 с.

2. Білуха М.Т. Методологія наукових досліджень: Підручник. – К.: АБУ, 2002. – 480 с. 4. Єріна А.М., Захожай В.Б., Єрін Д.Л. Методологія наукових досліджень: Навч. посібник. – К.: ЦНЛ, 2004. – 212 с.

3. Шейко В.М., Кушнаренко Н.М. Організація та методика науково-дослідної діяльності: Підручник. – 2-ге вид., перероб. і доп. – к.: ЗнанняПрес, 2002. – 295 с.

4. Гужва В.М. Інформаційні системи і технології на підприємствах.- К.:КНЕУ, 2001.-400с.

5. Метешкін К. О., Костенко О. Б., Сенчук Т. С.. Інформаційні системи і технології. – Х., 2010. – 240 с.

6. Shelly, Gary, Cashman, Thomas, Vermaat, Misty, and Walker, Tim. (1999). Discovering Computers 2000: Concepts for a Connected World. Cambridge, Massachusetts: Course Technology.

Допоміжна

1. Експеримент// Філософський енциклопедичний словник/ В. І. Шинкарук Л. В. Озадовська, Н. П. Поліщук. — Київ : Абрис, 002. — 742 с.

Інформаційні ресурси

1. Український інститут науково технічної інформації, сайт: http://www.uintei.kiev.ua/viewpage.php?page_id=7 7.

2. Навчальний сайт «Інформаційні системи та технології»: http://informatic-10.at.ua/index/informacijni_sistemi_ta_tekhnologiji/0-29/