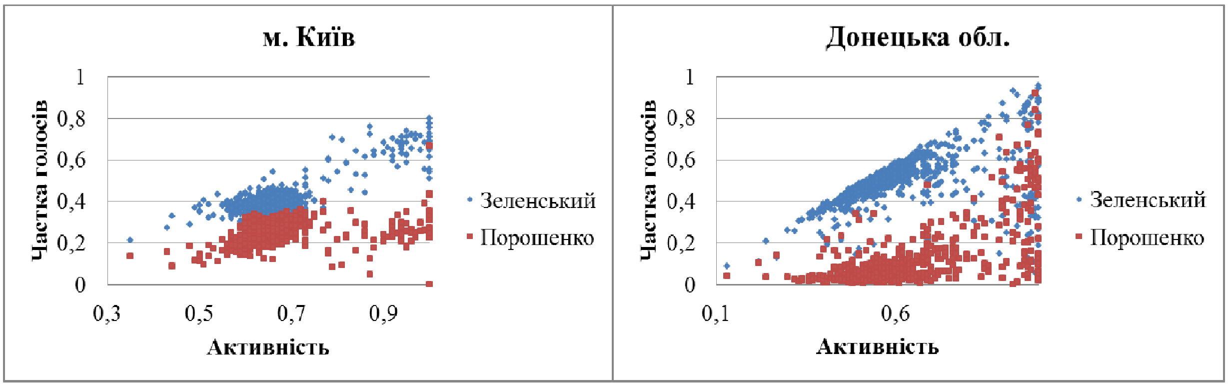

Рис. 2. Діаграми розсіювання

Наявність більшого «хвоста комети» для Донецької області свідчить, ймовірно, не про фальсифікації, такі як вкидання бюлетенів, «каруселі» тощо, а про складність виборчого процесу в безпосередній близькості до фронту.

Список використаних джерел: **1.** Lukinova E., Myagkov M., Ordeshook P. C. Metastasised Fraud in Russia's 2008 Presidential Election. *Europe-Asia Studies*. 2011. Vol. 63:4. P. 603–621. **2.** Kobak D., Shpilkin S., Pshenichnikov M. S. Integer percentages as electoral falsification fingerprints. *Annals of Applied Statistics*. 2016. No. 1. P. 54–73. **3.** Бузин А. Ю. О зависимости распределения голосов от явки. Образовательные ресурсы и технологии . 2014. № 2(5). С. 167-170. **4.** Шпилькин С. URL: https://m.facebook.com/story.php?story_fbid= 2195463983875559&id= 100002359376948. **5.** Балюнов О. О. Статистичні оцінки результатів першого туру виборів Президента України 2019 року. *Науковий вісник УжНУ. Серія: Міжнародні економічні відносини та світове господарство*. 2019. Вип. 25. С. 13-19. **6.** Центральна виборча комісія. URL: https://www.cvk.gov.ua.

УДК 311+512

О. Б. Дубягін, канд. техн. наук, доцент
Чернігівський національний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

МІЖРІВНЕВИЙ БАЛАНС – КАТЕГОРІЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Ключові слова: *агрегатна форма, баланс, керований об'єкт, міжрівневий рух, модель, ознака, показники руху, шкала відношень.*

Апарат економіко-математичного моделювання являє собою сукупність методів і моделей, за допомогою яких розв'язується комплекс задач: транспортних, оптимізаційних, розкрою матеріалів тощо. Серед них окреме місце посідає задача оптимізаційного планування. Вона ґрунтується на балансовому методі та моделі міжгалузевого балансу [1].

Модель міжгалузевого балансу будується як система лінійних рівнянь з метою визначення обсягу виробництва (валового або кінцевого) кожної галузі міжгалузевого господарства (на макрорівні), що задовольнив би всі потреби в її продукції. Кожна галузь при цьому виступає в ролі виробника певної продукції та споживача власної продукції, а також продукції інших галузей. Рівняння системи характеризують у грошовій і натуральній формі міжгалузеві виробничі взаємозв'язки між випуском продукції в одній галузі та витратами всіх галузей, які беруть участь у забезпеченні цього випуску. Баланс укладається у вигляді таблиці (рис. 1), що відображає процес формування та використання сукупного суспільного продукту в галузях: у стовпцях – вартісний склад валового випуску в j-й галузі щодо проміжного споживання та доданої вартості; у рядках – напрями використання ресурсів кожної i-ї галузі [1, с. 8-18].

Споживачі (j) / Виробники (i)		Галузеве споживання (x_{ij})				Кінцевий продукт Y_i	Валовий продукт X_i
		1	2	…	n		
Галузеве виробництво (x_{ij})	1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1n}	Y_1	X_1
	2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2n}	Y_2	X_2
	…	…	…	…	…	…	…
	n	x_{n1}	x_{n2}	…	x_{nn}	Y_n	X_n
Чистий продукт C_j		C_1	C_2	…	C_n	$\Sigma_i Y_i \equiv \Sigma_j C_j$	-
Валовий продукт X_i		X_1	X_1	…	X_1	-	$\Sigma_i X_i \equiv \Sigma_j X_j$

Рис. 1. Модель міжгалузевого балансу Леонтьєва В.В. (таблична форма)

Ця модель за своїм призначенням є вузькоспеціалізованою та використовується для планування в економіці. Але це не означає, що балансові моделі не можуть застосовуватися для розв'язання широкого кола задач. Якщо йдеться про керований об'єкт, структурований за однорідною ознакою у шкалі відношень [2], то для оцінки ефективності зовнішнього впливу на такий об'єкт можна синтезувати подібну модель, представлену як модель міжрівневого балансу [3].

Так само, як і в моделі міжгалузевого балансу, таблиця для складання міжрівневого балансу розбивається на чотири квадранти: в I квадранті розміщуються вихідні дані про кількість міжрівневих пересувань (n_{ij}), тобто пересувань одиниць об'єкта з одного рівня (i; $i = 1, 2, \ldots, k$) вимірюваної ознаки на інший її рівень (j; $j = 1, 2, \ldots, k$) (рис. 2). Якщо через зовнішній вплив рівень ознаки не змінюється, то відповідна чисельність одиниць об'єкта ($n_{ii} = n_{jj}$, якщо $i = j$) розміщується в головній діагоналі матриці вихідних даних. У першій моделі – це матриця міжгалузевих потоків продукції (x_{ij}).

Так, у простій формі моделі в II квадранті балансово-розрахункової таблиці визначаються абсолютні сумарні показники рівневої чисельності в категоріях «вибуття з рівня» ($N_{\text{В}i}$, $N_{\text{В}}$), в тому числі прогресивного ($N_{\text{В}i\text{в.}}$, $N_{\text{Вв.}}$) та регресивного ($N_{\text{В}i\text{н.}}$, $N_{\text{Вн.}}$), і «не переходу з рівня» ($N_{\text{Н}i}$, $N_{\text{Н}}$), а в III квадранті – у категоріях «прибуття на рівень» ($N_{\text{П}j}$, $N_{\text{П}}$), зокрема прогресивного ($N_{\text{Пн.}j}$, $N_{\text{Пн.}}$) та регресивного ($N_{\text{Пв.}j}$, $N_{\text{Пв.}}$), і «залишення на рівні» ($N_{\text{З}j}$, $N_{\text{З}}$). Загальна чисельність одиниць об'єкта (N) – спільний елемент II і III квадрантів. Щодо першої моделі, це – структура кінцевого використання валового продукту (особисте невиробниче споживання продукції галуззю – $Y_i = X_i = \Sigma_i x_{ij}$) і перерозподіл чистого продукту (амортизація, оплата праці та прибуток – $C_j = X_j = \Sigma_j x_{ij}$).

В обох моделях IV квадрант являє собою баланс. У першій – це сукупний кінцевий розподіл і використання національного доходу: $\Sigma_i Y_i = \Sigma_j C_j$. У другій – це нульове сальдо («0» в головній діагоналі матриці) загальної чисельності одиниць об'єкта в альтернативних категоріях їх пересування та нерухомості.

Якщо модель міжрівневого балансу синтезувати в агрегатній формі, тобто в значеннях вимірюваної ознаки, зважених значеннями чисельності міжрівневих пересувань, то результат складання міжрівневого балансу являє собою втрати або поповнення об'єкта [4]. А це – прямий шлях до оцінки ефективності керуючого впливу.

(ΔL_{ij})		Чисельність n_{ij} одиниць об'єкта, прибулих на рівень (залишених на рівні) j, та їх спільне значення $L_{\text{П}ij}=n_{ij}l_j$ або $L_{\text{З}j}=n_{jj}l_j$ ознаки:							Рівнева чисельність одиниць об'єкта та їх спільне значення ознаки (сальдо), всього:										
	j (l_j) / i (l_i)	1 (l_1)		2 (l_2)		…	k (l_k)		у стані «до» N_{i0} і L_{i0}; *у стані «після»* $L_{<i>1}$		«В» з рівня $N_{\text{В}i}$ і $L_{\text{В}i}$; *«П» з рівня* $L_{\text{П}<i>}$		з них: на «в.» $N_{\text{В}i\text{в.}}$ і $L_{\text{В}i\text{в.}}$; *з «н.»* $L_{\text{П}<i>\text{н.}}$		на «н.» $N_{\text{В}i\text{н.}}$ і $L_{\text{В}i\text{н.}}$; *з «в.»* $L_{\text{П}<i>\text{в.}}$		«Н» з рівня $N_{\text{Н}i}$ і $L_{\text{Н}i}$; *«З» на рівні* $L_{\text{З}i}$	
Чисельність n_{ij} одиниць об'єкта, вибулих (що не перейшли) з рівня i, та їх спільне значення $L_{\text{В}i}=n_{ij}l_i$ або $L_{\text{Н}i}=n_{ii}l_i$ ознаки:	1 (l_1)	n_{11}	$n_{11}l_1$	n_{12}	$n_{12}l_1$	…	n_{1k}	$n_{1k}l_1$	N_{10}	L_{10} ($L_{\text{В}1}+L_{\text{Н}1}$)	$N_{\text{В}1}$	$L_{\text{В}1}$ ($L_{\text{В}1\text{в.}}$+x)	$N_{\text{В}1\text{в.}}$	$L_{\text{В}1\text{в.}}$	x	x	$N_{\text{Н}1}$	$L_{\text{Н}1}$
		$n_{11}l_1$	($\Delta L_{11}=0$)	$n_{12}l_2$	(ΔL_{12})	…	$n_{1k}l_k$	(ΔL_{1k})	$L_{<1>1}$	$\Delta L_{\text{В}1}$	$L_{\text{П}<1>}$	($\Delta L_{\text{В}1}$) ($\Delta L'_{1\text{в.}}$ + x)	$L_{\text{П}<1>\text{н.}}$	($\Delta L'_{1\text{в.}}$)	x	x	$L_{\text{З}1}$	(0)
	2 (l_2)	n_{21}	$n_{21}l_2$	n_{22}	$n_{22}l_2$	…	n_{2k}	$n_{2k}l_2$	N_{20}	L_{20} ($L_{\text{В}2}+L_{\text{Н}2}$)	$N_{\text{В}2}$	$L_{\text{В}2}$ ($L_{\text{В}2\text{в.}}+L_{\text{В}2\text{н.}}$)	$N_{\text{В}2\text{в.}}$	$L_{\text{В}2\text{в.}}$	$N_{\text{В}2\text{н.}}$	$L_{\text{В}2\text{н.}}$	$N_{\text{Н}2}$	$L_{\text{Н}2}$
		$n_{21}l_1$	(ΔL_{21})	$n_{22}l_2$	($\Delta L_{22}=0$)	…	$n_{2k}l_k$	(ΔL_{2k})	$L_{<2>1}$	($\Delta L_{\text{В}2}$)	$L_{\text{П}<2>}$	($\Delta L_{\text{В}2}$) ($\Delta L'_{1\text{в.}}+\Delta L'_{2\text{н.}}$)	$L_{\text{П}<2>\text{н.}}$	($\Delta L'_{2\text{в.}}$)	$L_{\text{П}<2>\text{в.}}$	($\Delta L'_{2\text{н.}}$)	$L_{\text{З}2}$	(0)
	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
	k (l_k)	n_{k1}	$n_{k1}l_k$	n_{k2}	$n_{k2}l_k$	…	n_{kk}	$n_{kk}l_k$	N_{k0}	L_{k0} ($L_{\text{В}k}+L_{\text{Н}k}$)	$N_{\text{В}k}$	$L_{\text{В}k}$ (x+$L_{\text{В}k\text{н.}}$)	x	x	$N_{\text{В}k\text{н.}}$	$L_{\text{В}k\text{н.}}$	$N_{\text{Н}k}$	$L_{\text{Н}k}$
		$n_{k1}l_1$	(ΔL_{k1})	$n_{k2}l_2$	(ΔL_{k2})	…	$n_{kk}l_k$	($\Delta L_{kk}=0$)	$L_{<k>1}$	($\Delta L_{\text{В}k}$)	$L_{\text{П}<k>}$	($\Delta L_{\text{В}k}$) (x + $\Delta L'_{k\text{н.}}$)	x	x	$L_{\text{П}<k>\text{в.}}$	($\Delta L'_{k\text{н.}}$)	$L_{\text{З}k}$	(0)
Рівнева чисельність одиниць об'єкта та їх спільне значення ознаки (сальдо), всього:	у стані «після» N_{j1} і L_{j1}; *у стані «до»* $L_{<j>0}$	N_{11}	$L_{<1>0}$	N_{21}	$L_{<2>0}$	…	N_{k1}	$L_{<k>0}$	N	L_0 ($L_{\text{В}}+L_{\text{Н}}$)	$N_{\text{В}}$	$L_{\text{В}}$ ($L_{\text{Вв.}}+L_{\text{Вн.}}$)	$N_{\text{Вв.}}$	$L_{\text{Вв.}}$	$N_{\text{Вн.}}$	$L_{\text{Вн.}}$	$N_{\text{Н}}$	$L_{\text{Н}}$
		L_{11} ($L_{\text{П}1}+L_{\text{З}1}$)	($\Delta L_{\text{П}1}$)	L_{21} ($L_{\text{П}2}+L_{\text{З}2}$)	($\Delta L_{\text{П}2}$)	…	L_{k1} ($L_{\text{П}k}+L_{\text{З}k}$)	($\Delta L_{\text{П}k}$)	L_1 ($L_{\text{П}}+L_{\text{З}}$)	ΔL (L_1-L_0)	$L_{\text{П}}$	(ΔL)	$L_{\text{Пн.}}$	($\Delta L_{\frac{\text{н.}}{\text{в.}}}$)	$L_{\text{Пв.}}$	($\Delta L_{\frac{\text{в.}}{\text{н.}}}$)	$L_{\text{З}}$	(0)
	«П» на рівень $N_{\text{П}j}$ і $L_{\text{П}j}$; *«В» на рівень* $L_{\text{В}<j>}$	$N_{\text{П}1}$	$L_{\text{В}<1>}$	$N_{\text{П}2}$	$L_{\text{В}<2>}$	…	$N_{\text{П}k}$	$L_{\text{В}<k>}$	$N_{\text{П}}$	$L_{\text{В}}$	0	0						
		$L_{\text{П}1}$ (x+$L_{\text{Пв.}1}$)	($\Delta L_{\text{П}1}$) (x + $\Delta L'_{\text{н.}1}$)	$L_{\text{П}2}$ ($L_{\text{Пн.}2}+L_{\text{Пв.}2}$)	($\Delta L_{\text{П}2}$) ($\Delta L'_{\text{в.}2}+\Delta L'_{\text{н.}2}$)	…	$L_{\text{П}k}$ ($L_{\text{Пн.}k}$+x)	($\Delta L_{\text{П}k}$) ($\Delta L'_{\text{н.}k}$ + x)	$L_{\text{П}}$ ($L_{\text{Пн.}}+L_{\text{Пв.}}$)	(ΔL)	0	(ΔL)						
	з них: з «н.» $N_{\text{Пн.}j}$ і $L_{\text{Пн.}j}$; *на «в.»* $L_{\text{Вн.}<j>}$	x	x	$N_{\text{Пн.}2}$	$L_{\text{Вн.}<2>}$	…	$N_{\text{Пн.}k}$	$L_{\text{Вн.}<k>}$	$N_{\text{Пн.}}$	$L_{\text{Вн.}}$			0	0	$\Delta N_{\text{н.}}$	$\Delta L_{\text{В}\frac{\text{в.}}{\text{н.}}}$		
		x	x	$L_{\text{Пн.}2}$	($\Delta L'_{\text{н.}2}$)	…	$L_{\text{Пн.}k}$	($\Delta L'_{\text{н.}k}$)	$L_{\text{Пн.}}$	($\Delta L_{\frac{\text{н.}}{\text{в.}}}$)			0	($\Delta L_{\frac{\text{н.}}{\text{в.}}}$)	$\Delta L_{\text{П}\frac{\text{н.}}{\text{в.}}}$	($\Delta L_{\text{н.}}$)		
	з «в.» $N_{\text{Пв.}j}$ і $L_{\text{Пв.}j}$; *на «н.»* $L_{\text{Вв.}<j>}$	$N_{\text{Пв.}1}$	$L_{\text{Вв.}<1>}$	$N_{\text{Пв.}2}$	$L_{\text{Вв.}<2>}$	…	x	x	$N_{\text{Пв.}}$	$L_{\text{Вв.}}$			$\Delta N_{\text{в.}}$	$\Delta L_{\text{В}\frac{\text{н.}}{\text{в.}}}$	0	0		
		$L_{\text{Пв.}1}$	($\Delta L'_{\text{в.}1}$)	$L_{\text{Пв.}2}$	($\Delta L'_{\text{в.}2}$)	…	x	x	$L_{\text{Пв.}}$	($\Delta L_{\frac{\text{в.}}{\text{н.}}}$)			$\Delta L_{\text{П}\frac{\text{в.}}{\text{н.}}}$	($\Delta L_{\text{в.}}$)	0	($\Delta L_{\frac{\text{в.}}{\text{н.}}}$)		
	«З» на рівні $N_{\text{З}j}$ і $L_{\text{З}j}$; *«Н» з рівня* $L_{\text{Н}j}$	$N_{\text{З}1}$	$L_{\text{Н}1}$	$N_{\text{З}2}$	$L_{\text{Н}2}$	…	$N_{\text{З}k}$	$L_{\text{Н}k}$	$N_{\text{З}}$	$L_{\text{Н}}$							0	0
		$L_{\text{З}1}$	(0)	$L_{\text{З}2}$	(0)	…	$L_{\text{З}k}$	(0)	$L_{\text{З}}$	(0)							0	0

Рис. 2. Балансово-розрахункова матриця, яка представляє просту та агрегатну форми міжрівневого балансу абсолютними не агрегованими та агрегованими показниками міжрівневого руху відповідно

У кожній з обох моделей складові балансу пов’язані між собою так званим «співвідношенням балансу». Для моделі міжгалузевого балансу таке співвідношення являє собою систему з n лінійних рівнянь виду: $X_i = \Sigma_j a_{ij} X_j + Y_i$, де $a_{ij} = x_{ij}/X_j$ – коефіцієнти прямих матеріальних витрат (технологічні коефіцієнти).

У моделі міжрівневого балансу вигляд співвідношення залежить від того, в якій формі, простій (система рівнянь (1)) чи агрегатній (система рівнянь (2)), побудована сама модель:

$$\begin{cases} N_{i0} = \sum_{j=1}^{k} n_{ij}\big|_{j\neq i} + N_{\text{Н}i}, & (1) \\ N_{j1} = \sum_{i=1}^{k} n_{ij}\big|_{i\neq j} + N_{\text{З}j}; & (2) \end{cases} \quad (1) \quad \text{і} \quad \begin{cases} L_{i0} = \sum_{j=1}^{k} n_{ij} l_i\big|_{j\neq i} + n_{ii} l_i, (1) \\ L_{j1} = \sum_{i=1}^{k} n_{ij} l_j\big|_{i\neq j} + n_{jj} l_j. (2) \end{cases} \quad (2)$$

Крім того, для характеристики наслідків впливу від систем рівнянь (1) і (2) можна перейти до узагальненого співвідношення балансу:

$$N = \begin{cases} \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} n_{ij}\big|_{j\neq i} + \sum_{i=1}^{k} n_{ij}\big|_{j=i}, (1) \\ \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{k} n_{ij}\big|_{i\neq j} + \sum_{j=1}^{k} n_{ij}\big|_{i=j}; (2) \end{cases} (3) \quad \text{і} \quad \Delta L = \begin{cases} \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{k} n_{ij} l_j - \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} n_{ij} l_i, & (1) \\ \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} n_{ij} l_j - \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{k} n_{ij} l_i. & (2) \end{cases} (4)$$

ΔL – загальне агреговане сальдо об’єкта – величина, на яку змінюється спільне значення ознаки, вимірюваної в N одиниць об’єкта, при переході останнього зі стану «до» у стан «після» та пояснюється структурою руху цих одиниць, представленою в рівневих (вираз (1) системи (4)) або в позарівневих (вираз (2) системи (4)) значеннях ознаки. Шукане сальдо характеризує загальні втрати або поповнення об’єкта щодо вимірюваної ознаки.

Як і модель міжгалузевого балансу, яка дає можливість оцінити ефективність виробництва продукції через міжгалузеві зв’язки в цьому виробництві, що формалізовано через технологічні коефіцієнти, модель міжрівневого балансу, складена в агрегатній формі, представляє категорію математичного моделювання, тільки в неї йдеться про визначення наслідків керуючого впливу на структурований об’єкт, а це має важливе практичне значення для оцінки ефективності його керованих структурних змін. Так, рівневі складові балансу, які представляють структуру об’єкта до (L_{i0}) і після (L_{j1}) впливу, пов’язані між собою (співвідношення балансу (2)) вихідними даними балансу (чисельність міжрівневих пересувань n_{ij} і рівневі значення ознаки l_i і l_j). Узагальненим результатом структурних зрушень об’єкта (ΔL) є його втрати ($\Delta L < 0$) або поповнення ($\Delta L > 0$) щодо ознаки, вимірюваної в його одиниць, і ці наслідки керуючого впливу на об’єкт можна визначити як результат порівняння згаданих складових балансу (співвідношення балансу (4)). Отже, ефективність керуючого впливу можна оцінити через вихідні дані балансу, порівнюючи між собою складові останнього, які представляють альтернативні категорії пересування одиниць об’єкта за напрямом (прогресивне та регресивне), як очікуваного та не очікуваного [5].

Таким чином, міжрівневий баланс є ще однією формою математичного моделювання, тепер – в задачах оцінки керованої зміни структури об’єкта. Оскільки така задача властива будь-якій галузі знань, то можна стверджувати, що запропонована модель є універсальною. Математичним апаратом моделювання є методи лінійної алгебри, а її аналогом – модель міжгалузевого балансу, оскільки методики укладання балансу в них обох схожі. Універсальність запропонованої моделі дозволяє використовувати її в технічних галузях, в економіці, педагогіці, соціології, медицині тощо, скрізь, де предметом дослідження виступає однорідна структура об’єкта спостереження.

Список використаних джерел: **1.** Терехов, Л. Л. Экономико-математические методы. Москва: Статистика, 1968. 360 с. **2.** Орлов А. И. Прикладная статистика: учебник для вузов. Москва: Экзамен, 2004. 656 с. **3.** Дубягін О. Б., Печко О. М. Балансовий метод статистичного аналізу результатів педагогічного експерименту: монографія. Чернігів: ЧНТУ, 2015. 260 с. **4.** Дубягін О. Б. Модель міжрівневого балансу: агрегатна форма. *Технічні науки та технології*: науковий журнал. 2018. № 3 (13). С. 96-104. **5.** Дубягін О. Б. Ефективність керуючого впливу в системі показників міжрівневого балансу. *Комплексне забезпечення якості технологічних процесів та систем (КЗЯТПС – 2019)*: матеріали тез доповідей ІХ Міжнародної науково-практичної конференції (м. Чернігів, 14-16 травня 2019 р.): у 2 т. / відп. за вип.: Єрошенко А. М. та ін. Чернігів: ЧНТУ, 2019. Т. 2. С. 204-205.