

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЧЕРНІГІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ МЕХАНІЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ,
ТЕХНОЛОГІЙ ТА ТРАНСПОРТУ

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ

Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічних та курсових робіт для здобувачів вищої освіти денної та заочної форм навчання освітнього ступеня «бакалавр» спеціальностей:

*131 Прикладна механіка; 187 Деревообробні та меблеві технології;
274 Автомобільний транспорт; 133 Галузеве машинобудування*

Обговорено і рекомендовано
на засіданні кафедри технологій
зварювання та будівництва
Протокол № 08 від 05.01.2021 р.

Теорія механізмів і машин. Синтез планетарних механізмів. Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічних та курсових робіт для здобувачів вищої освіти денної та заочної форм навчання освітнього ступеня «бакалавр» спеціальностей: 131 Прикладна механіка; 187 Деревообробні та меблеві технології; 274 Автомобільний транспорт; 133 Галузеве машинобудування / Укл. Кайдаш М.Д., Ющенко С.М. – Чернігів: НУЧП, 2021. – 41 с.

Укладачі: Кайдаш Михайло Дмитрович, кандидат технічних наук, професор кафедри технологій зварювання та будівництва;
Ющенко Світлана Михайлівна, кандидат технічних наук, доцент кафедри технологій зварювання та будівництва.

Відповідальний за випуск: Прибитько Ірина Олександрівна, кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри технологій зварювання та будівництва національного університету «Чернігівська політехніка».

Рецензент: Пилипенко Олег Іванович, доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник Державного науково-дослідного інституту випробувань та сертифікації озброєнь і військової техніки.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1. Основні поняття та визначення.....	5
2. Визначення передаточних відношень у планетарних механізмах. Метод оберненого руху (інверсії).....	8
3. Коефіцієнт корисної дії планетарних механізмів	12
4. Визначення чисел зубців коліс планетарної передачі	15
Приклад 4.1	17
Приклад 4.2	22
Приклад 4.3	28
Приклад 4.4	34
Контрольні питання.....	40
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА.....	41

ВСТУП

Дані методичні вказівки складено відповідно до навчальних програм і призначено для здобувачів вищої освіти (ЗВО) спеціальностей, у яких курс «Теорія механізмів і машин» вивчається за повною програмою: 131 – Прикладна механіка, 274 – Автомобільний транспорт; 133 – Галузеве машинобудування.

Матеріал методичних вказівок може бути використаний також ЗВО спеціальності 187 – Деревообробні та меблеві технології при вивченні розділу «Теорія механізмів і машин» в курсі «Прикладна механіка».

При вивченні курсів «Теорія механізмів і машин» та «Прикладна механіка» ЗВО механічних спеціальностей оволодівають основними знаннями в галузі механіки машин. Формування професійного рівня фахівця нероздільно пов'язано із його вмінням самостійно розв'язувати практичні завдання. Навички самостійної роботи здобувачі вищої освіти вдосконалюють в процесі виконання розрахунково-графічних та курсових робіт. Одним з розділів індивідуальних завдань для вищезазначених спеціальностей є синтез привода машинного агрегату, що безпосередньо пов'язано з проектуванням зубчастих механізмів та визначенням їх основних характеристик. Зокрема, в розрахунково-графічних та курсових роботах передбачається синтез передаточного механізму у вигляді планетарного редуктора та відкритої зубчастої передачі.

Основним параметром, який покладено в основу розрахунку, є передаточне відношення привода. Кінцевою метою розрахунку є визначення чисел зубців коліс редуктора, виходячи з умов співвісності, складання та сусідства.

Виконання завдань з дотриманням вищеназваних умов має специфічні особливості і, як показує практика, викликає у ЗВО певні труднощі.

Метою методичних вказівок є допомога ЗВО денної та заочної форм навчання при виконанні ними індивідуальних завдань при вивченні курсів «Теорія механізмів і машин» та «Прикладна механіка». В методичному виданні викладено основні теоретичні положення, надано практичні рекомендації та на-

ведено приклади щодо безпосереднього виконання синтезу планетарного механізму відповідно до заданої кінематичної схеми.

1 Основні поняття та визначення

Багатоланкові зубчасті механізми з рухомими осями коліс розподіляються на **планетарні** (у яких ступінь рухливості дорівнює одиниці) та **диференціальні** (з двома і більше ступенями рухливості).

Планетарні механізми (передачі) знаходять широке застосування в різних робочих та транспортних машинах. Їх використовують як перетворювачі руху – редуктори та мультиплікатори в коробках швидкостей, механізмах обкатки та ін. При відповідному виборі кінематичної схеми та чисел зубців коліс в планетарних механізмах можна отримувати великі передаточні відношення (до 10000), що складно здійснити у звичайних зубчастих передачах з нерухомими осями.

Деякі типові схеми планетарних механізмів показані на рисунку 1.1.

Основними ланками планетарної зубчастої передачі (табл. 1.1) є:

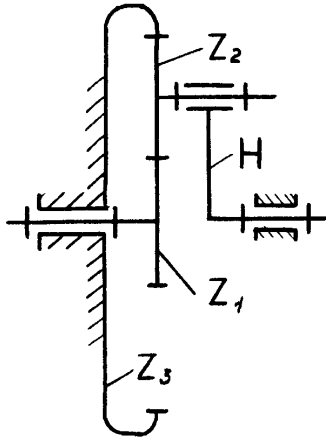
- **сателіти** – зубчасті колеса з рухомими осями обертання;
- **води́ло** – ланка, в якій розташовані осі обертання сателітів;
- **центральні колеса** – зубчасті колеса з нерухомими осями. Центральні колеса завжди є сполученими із сателітами. Вони можуть бути, як рухомими так і нерухомими. Нерухомі центральні колеса називають **опорними**, рухомі – **сонячними**.

Найчастіше планетарні механізми містять декілька сателітів, осі яких жорстко з'єднані між собою, утворюючи **блок сателітів**.

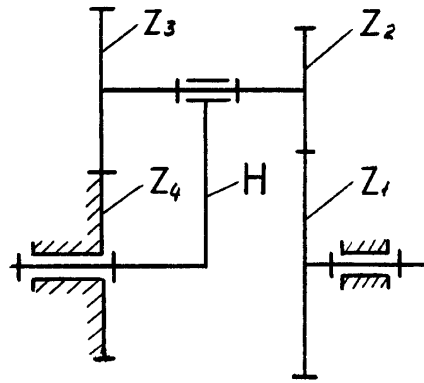
З метою спрощення графічного зображення на кінематичних схемах показують, як правило, один із сателітів, оскільки інші з них не накладають додаткових в'язей на відносний рух ланок механізму в цілому.

Таблиця 1.1 – Основні ланки планетарної зубчастої передачі

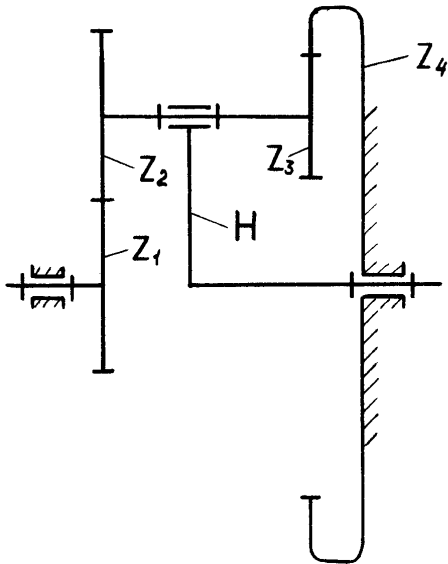
№схеми (рис. 1.1)	Центральні колеса	Сателіти	Опорні колеса	Водило
<i>a</i>	1,3	2	3	H
<i>б, в, г</i>	1,4	2,3	4	H



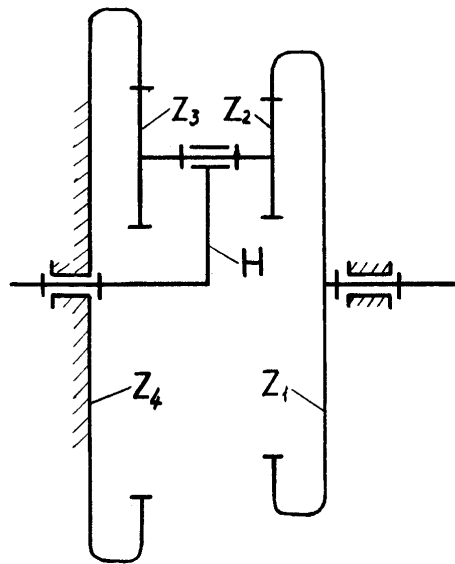
a)



б)



в)



г)

Рисунок 1.1 – Схема планетарних механізмів: *a, в* – з різно-типним зачепленням; *б, г* – з однотипним зачепленням

В диференціальних механізмах всі центральні колеса є рухомими, тобто опорні колеса у них відсутні. Планетарні механізми, подані на рисунку 1.1, можуть бути перетворені у диференціальні, якщо в них звільнити від закріплення опорні колеса 3 (рис. 1.1, а), або 4 (рис. 1.1, б, в, г).

До окремої групи планетарних механізмів відносяться **замкнені планетарні механізми**. Такі механізми можуть бути отримані з диференціальних, якщо в останні додати замикаючий ланцюг у вигляді двох пар зубчастих коліс, наприклад, 5 і 6, 7 і 8 (рис. 1.2).

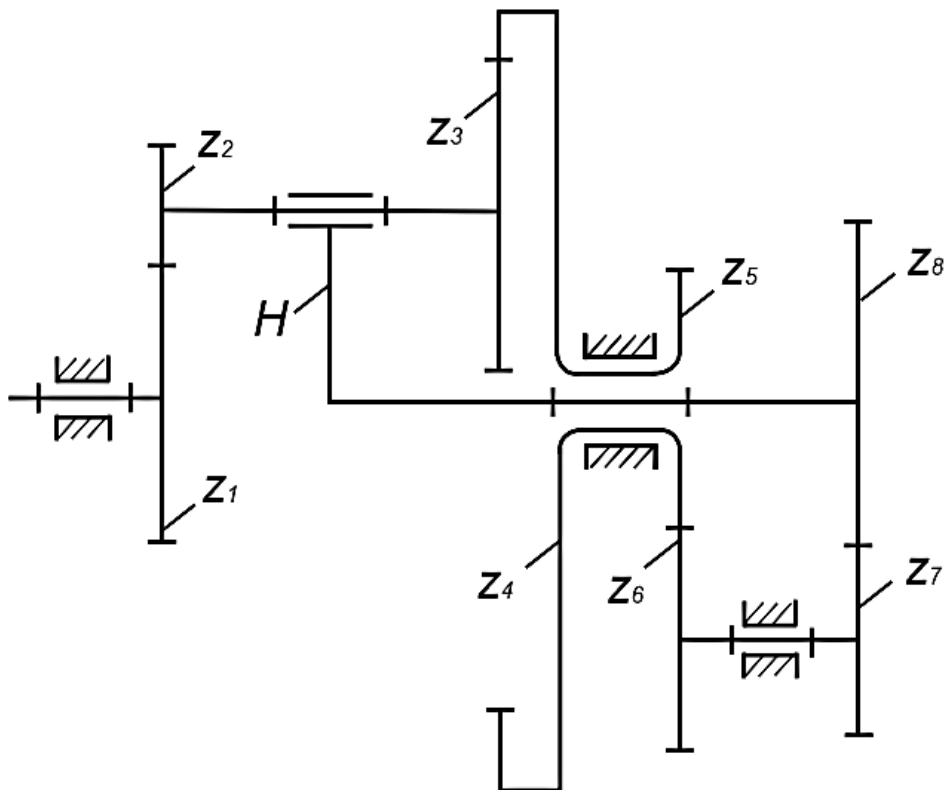


Рисунок 1.2 – Кінематична схема замкненого планетарного механізму

Ступінь рухливості планетарних механізмів W визначається за формулою П.Л. Чебишева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (1.1)$$

де n – число рухомих ланок;

p_5, p_4 – число кінематичних пар п'ятого та четвертого класів відповідно.

Для механізмів, зображених на рисунку 1.1:

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1.$$

Для замкненого планетарного механізму (рис. 1.2):

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5 - 4 = 1.$$

2 Визначення передаточних відношень у планетарних механізмах.

Метод оберненого руху (інверсії)

Оскільки у планетарних механізмах є колеса з рухомими осями обертання, для визначення передаточних відношень застосовують **метод оберненого руху** (інверсії). Сутність метода полягає в наступному: якщо рухомій системі, що складається з декількох тіл, надати додаткового для всіх тіл руху, то *відносний рух системи тіл* залишиться незмінним.

Розглянемо дворядковий диференціальний механізм (рис. 2.1), складений з рухомих ланок: зубчастого колеса 1, блоку сателітів 2 і 3, колеса 4 та водила Н.

Нехай $\omega_1, \omega_{2,3}, \omega_4$ і ω_H – відповідні швидкості обертання ланок під час їх дійсного руху. Надамо всьому механізму, тобто всім його ланкам, кутову швидкість « $-\omega_H$ ». Відносний рух ланок при цьому не зміниться. Позначимо швидкості ланок під час оберненого руху як $\omega'_1, \omega'_{2,3}, \omega'_4, \omega'_H$.

Кутова швидкість водила Н в оберненому механізмі:

$$\omega'_H = \omega_H - \omega_H = 0.$$

Такий підхід дозволяє розглядати «обернений» механізм, як звичайний зубчастий механізм з нерухомими осями (табл. 2.1).

Визначимо передаточне відношення для «оберненого» механізму $i_{14}^{(H)}$, якщо рух передається від першого колеса до четвертого:

$$i_{14}^{(H)} = \frac{\omega'_1}{\omega'_4} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} \quad (2.1)$$

Індекс «H» означає, що водило є нерухомим.

Залежність (2.1) відома, як **формула Вілліса**, що застосовується у дослідженні та проектуванні диференціальних механізмів.

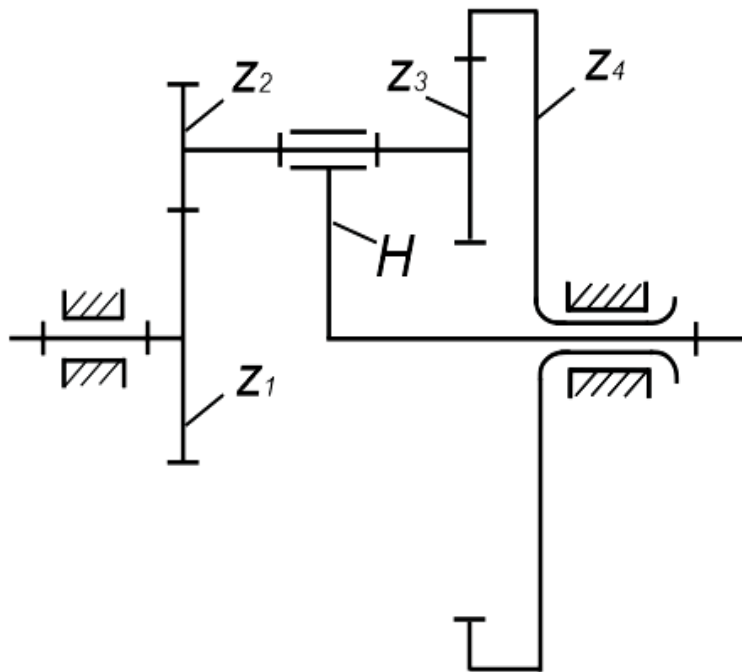


Рисунок 2.1 – Кінематична схема диференціального механізму

Таблиця 2.1 – Швидкість ланок механізму для дійсного і оберненого руху

Індекс ланки	Швидкість ланки для дійсного руху	Швидкість ланки для оберненого руху
1	ω_1	$\omega'_1 = \omega_1 - \omega_H$
2,3	$\omega_{2,3}$	$\omega'_{2,3} = \omega_{2,3} - \omega_H$
4	ω_4	$\omega'_4 = \omega_4 - \omega_H$
H	ω_H	$\omega'_H = \omega_H - \omega_H = 0$

Передаточне відношення $i_{14}^{(H)}$ також можна визначити, як і для звичайної

зубчастої передачі з нерухомими осями:

$$i_{14}^{(H)} = i_{12} \cdot i_{34} = \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_4}{z_3} \right), \quad (2.2)$$

де z_1, z_2, z_3, z_4 – числа зубців коліс.

В окремому випадку, якщо одно з центральних коліс механізму є нерухо- мим, наприклад, колесо 4, тоді $\omega_4 = 0$ (рис. 1.1, в) і формула Вілліса набуває вигляду:

$$i_{14}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{0 - \omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{1H}^{(4)},$$

або

$$i_{1H}^{(4)} = 1 - i_{14}^{(H)}, \quad (2.3)$$

де $i_{1H}^{(4)}$ – передаточне відношення від першого колеса до водила H при $\omega_4 = 0$.

З урахуванням співвідношення (2.2) в формулі (2.3) отримаємо

$$i_{14}^{(H)} = 1 + \frac{z_2}{z_1} \frac{z_4}{z_3}. \quad (2.4)$$

Для інших схем планетарних механізмів, наведених на рисунку 1.1, фор- мулу Вілліса можна аналогічно привести до вигляду:

– для схеми а:

$$i_{14}^{(H)} = 1 + \frac{z_3}{z_1}, \quad (2.5)$$

– для схем б, г:

$$i_{14}^{(H)} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}. \quad (2.6)$$

Якщо вхідною ланкою планетарної передачі є водило H , а вихідною – колесо 1

(рис. 1.1), то передаточне відношення від водила H до колеса 1 визначиться так:

– для схеми а:

$$i_{H1}^{(3)} = \frac{1}{i_{1H}^{(3)}}, \quad (2.7)$$

– для схем б, в, г:

$$i_{H1}^{(4)} = \frac{1}{i_{1H}^{(4)}}. \quad (2.8)$$

Приклад 2.1

Визначити передаточне відношення для редуктора (рис. 1.1, б) при:

$$z_1 = 100, z_2 = 99, z_3 = 100, z_4 = 101.$$

За формулою (2.6) отримаємо:

$$i_{1H}^{(4)} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = 1 - \frac{99 \cdot 101}{100 \cdot 100} = \frac{1}{10000}.$$

Отриманий результат означає, що при повороті колеса 1 на один оберт водило зробить 10000 обертів.

Однак, слід мати на увазі, що механізм з наведеними числами зубців при ведучому колесі 1 практично не може функціонувати з причини самогальмування. Якщо ж ведучою ланкою в такому механізмі є водило, то передача від нього руху до першого колеса можлива, але з низьким коефіцієнтом корисної дії (близько 1%). Тому, незважаючи на можливість отримання дуже великих або малих передаточних відношень, планетарні механізми, зображені на схемах б і г (рис. 1.1), використовують тільки в малопотужних приводах. При цьому перевага надається передачам з виконанням саме за схемою г (рис. 1.1), як таким, що є більш компактними та мають дещо більший ККД: близько 6% – 8%.

В передачах з зачепленням **різного типу**, де одна пара коліс контактує зовнішнім, а друга – внутрішнім способом (рис. 1.1, а, в), не можна отримати, як суттєво великі так і менші за одиницю передаточні відношення. Це пояснюється тим, що числові значення передаточних відношень таких механізмів від-

різняються від передаточних відношень "обернених" механізмів тільки на одиницю (формули 2.4 та 2.5).

Оскільки числові значення $i_{1H}^{(3)}$ і $i_{1H}^{(4)}$ в таких механізмах є додатними, то напрямки руху вхідного та вихідного валів завжди співпадають.

Планетарні механізми з різнотипним зачепленням зубчастих коліс застосовують в приладах, а також в силових передачах, як багатосателітні редуктори середньої та великої потужності. Коефіцієнт корисної дії (ККД) таких передач наближається до 96...98%.

3 Коефіцієнт корисної дії планетарних механізмів

При визначенні ККД планетарних механізмів на практиці користуються переважно наближеними методами. При цьому тертя враховується тільки у зубчастих зачепленнях, а втратами потужності в інших кінематичних парах, наприклад у підшипниках, нехтують.

Отримані за таких умов формули для коефіцієнта корисної дії планетарних механізмів наведено у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Коефіцієнт корисної дії планетарних механізмів

$i_{1H}^{(4)}$	$i_{1H}^{(4)} < 0, i_{1H}^{(4)} > 1$	$0 < i_{1H}^{(4)} < 1$
Ведуче колесо 1	$\eta = \frac{1}{i_{1H}^{(4)}} \left[1 - \eta^{(H)} (-i_{1H}^{(4)}) \right]$	$\eta = \frac{1}{i_{1H}^{(4)}} \left[1 - \frac{1}{\eta^{(H)}} (-i_{1H}^{(4)}) \right]$
Ведуче водило H	$\eta = \frac{i_{1H}^{(4)}}{1 - \frac{1}{\eta^{(H)}} (-i_{1H}^{(4)})}$	$\eta = \frac{i_{1H}^{(4)}}{1 - \eta^{(H)} (-i_{1H}^{(4)})}$

Параметр $\eta^{(H)}$ означає ККД "оберненого" механізму, для якого:

$$\eta^{(H)} = \eta_1 \cdot \eta_2, \quad (3.1)$$

де η_1, η_2 – ККД першої та другої пари зубчастих коліс.

Для зубчастих коліс 7-8 ступенів точності та підшипників кочення ККД однієї пари зубчастих коліс становить:

– для зовнішнього зачеплення:

$$\eta = 0,96 \dots 0,98 ;$$

– для внутрішнього зачеплення:

$$\eta = 0,97 \dots 0,99 .$$

На рисунку 3.1 показано графічне зображення залежностей, наведених у таблиці 3.1, для схеми механізму (рис. 1.1, б):

$$\eta^{(H)} = \eta_1 \cdot \eta_2 = 0,97 \cdot 0,97 = 0,94 .$$

З рисунка 3.1 видно, що при $i_{1H}^{(4)} = \frac{1}{10000}$ (див. приклад 2.1) передача руху від колеса 1 до водила H неможлива, оскільки наведене значення $i_{1H}^{(4)}$ потрапляє до області самогальмування, де $\eta = 0$:

$$-0,064 \leq i_{1H}^{(4)} \leq -0,060 .$$

Самогальмування буде відсутнім, якщо ведучим є водило (рис. 3.1, б).

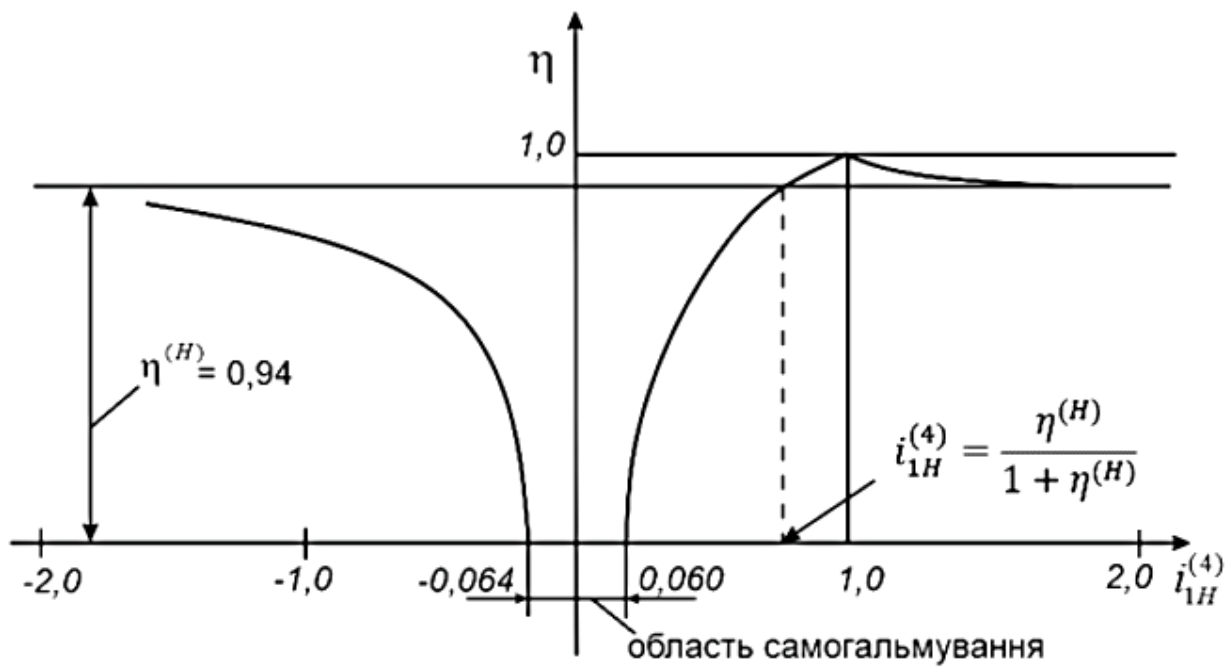
Однак, при $i_{1H}^{(4)} = \frac{1}{10000}$ обчислене значення ККД є дуже незначним:

$$\eta = \frac{i_{1H}^{(4)}}{1 - \eta^{(H)} (-i_{1H}^{(4)})} = \frac{\frac{1}{10000}}{1 - 0,94(1 - \frac{1}{10000})} = 0,0017 .$$

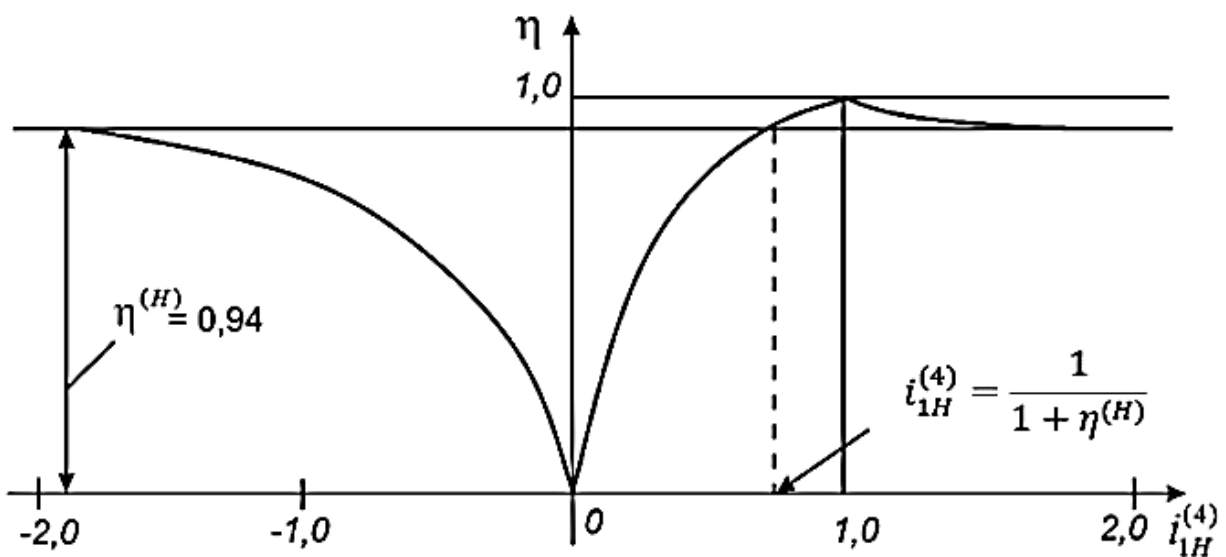
Слід зазначити, що ККД планетарних передач перебільшує ККД аналогічних механізмів з нерухомими осями для передаточних відношень:

$$i_{1H}^{(4)} > \frac{1}{1 + \eta^{(H)}} \quad (\text{рис. 3.1, а});$$

$$i_{1H}^{(4)} > \frac{\eta^{(H)}}{1 + \eta^{(H)}} \quad (\text{рис. 3.1, б}).$$



а)



б)

Рисунок 3.1 – Графіки залежності ККД планетарної передачі η від передаточного відношення $i_{1H}^{(4)}$: а – для механізму з ведучим колесом 1; б – для механізму з ведучим водилом H

4 Визначення чисел зубців коліс планетарної передачі

Найчастіше при розрахунку зубчастого планетарного механізму за основу беруть передаточне відношення, що визначається із заданих частот обертання головного вала машини та електродвигуна. Визначення чисел зубців коліс планетарного механізму z_1, z_2, \dots є комплексним завданням, при розв'язанні якого має бути виконано декілька умов:

1) числа зубців z_1, z_2, \dots мають бути цілими, на які накладаються певні обмеження:

- для коліс з зовнішніми зубцями $z \geq 17$;
- для коліс з внутрішніми зубцями $z \geq 85$ (для коліс, що мають з ними зачеплення $z \geq 20$).

Зазначені вище умови виходять з необхідності забезпечити відсутність підрізування та заклинювання зубців.

Для спрощення виготовлення та монтажу в планетарних механізмах використовують, як правило, нульові колеса.

2) у центральних коліс та водила H має бути загальна геометрична вісь обертання (**умова співвісності**).

Для механізмів, показаних на рисунку 1.1, умову співвісності можна представити у вигляді:

- для схеми а:

$$r_H = r_1 + r_2 = r_3 - r_2;$$

- для схеми б:

$$r_H = r_1 + r_2 = r_3 + r_4; \quad (4.1)$$

- для схеми в:

$$r_H = r_1 + r_2 = r_4 - r_3;$$

- для схеми г:

$$r_H = r_1 - r_2 = r_4 - r_3,$$

де r_H, r_1, r_2, r_3, r_4 – радіуси водила та ділильних кіл зубчастих коліс відповідно.

Зважаючи на те, що радіуси ділильних кіл є пропорційними до чисел зубців коліс z_1, z_2, z_3, z_4 , співвідношення (4.1) можна також записати через кількість зубців.

3) при розміщенні декількох сателітів у одній площині між колами їх вершин має бути забезпечено гарантований зазор (**умова сусідства**). Для механізмів, зображених на рисунку 1.1, умова сусідства має вигляд

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_c + 2}{z \pm z_c}, \quad (4.2)$$

де k – кількість сателітів; z_c – число зубців сателіта; z – число зубців центрального колеса, яке входить в зачеплення з сателітом. В формулі (4.2) знак “–” слід враховувати для внутрішнього зачеплення, знак “+” – для зовнішнього.

4) розміщення сателітів в зачепленні їх з центральним колесом має бути симетричним (**умова складання**):

$$\frac{z_1 i_{1H} \left(+ k \Pi \right)}{k} = \Pi, \quad (4.3)$$

де $\Pi = 0, 1, 2, 3, \dots$, Π – будь-яке додатне ціле число, або нуль;

$\Pi = 1, 2, 3, 4, \dots$, Π – будь-яке додатне ціле число;

$i_{1H} = i_{1H}^{\text{a}}$ – для схеми а (рис. 1.1);

$i_{1H} = i_{1H}^{\text{b}}$ – для всіх інших схем, показаних на рисунку 1.1.

5) визначені числа зубців коліс планетарного механізму повинні забезпечувати потрібне передаточне відношення з відхиленням в межах $\pm 5\%$.

На першому етапі розрахунку числа зубців коліс визначають, виходячи із заданого передаточного відношення та умови співвісності. На другому етапі виконується перевірка на відповідність умовам складання та сусідства.

Нижче наведено приклади розрахунку для найбільш характерних кінематичних схем планетарних механізмів, що розглядаються в розрахунково-графічних та курсових роботах.

Приклад 4.1

Для планетарного механізму (рис. 4.1, а) визначити кількість зубців коліс та побудувати картину лінійних і діаграму кутових швидкостей.

Вихідні дані:

- частота обертання ротора двигуна: $n_{\text{дв.}} = 1460 \text{ об/хв}$;
- частота обертання колеса z_B : $n_B = 67 \text{ об/хв}$;
- модуль зубчастих коліс планетарного механізму: $m_I = 5 \text{ мм}$;
- модуль коліс z_A, z_B : $m_{II} = 8 \text{ мм}$;
- числа зубців коліс: $z_A = 15, z_B = 35$.

Загальне передаточне відношення привода:

$$i = \frac{n_{\text{дв.}}}{n_B} = \frac{1460}{67}.$$

Передаточне відношення планетарного механізму:

$$i_{1H_T}^{\langle \rangle} = \frac{i}{i_{AB}} = \frac{i}{z_B/z_A} = \frac{1460}{67} \cdot \frac{15}{35} = 9,34. \quad (4.4)$$

За формулою Вілліса:

$$i_{1H}^{\langle \rangle} = 1 - i_{13}^{\langle \rangle} = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \frac{z_3}{z_2} = 1 + \frac{z_3}{z_1}. \quad (4.5)$$

Порівнюючи (4.4) до (4.5), отримаємо:

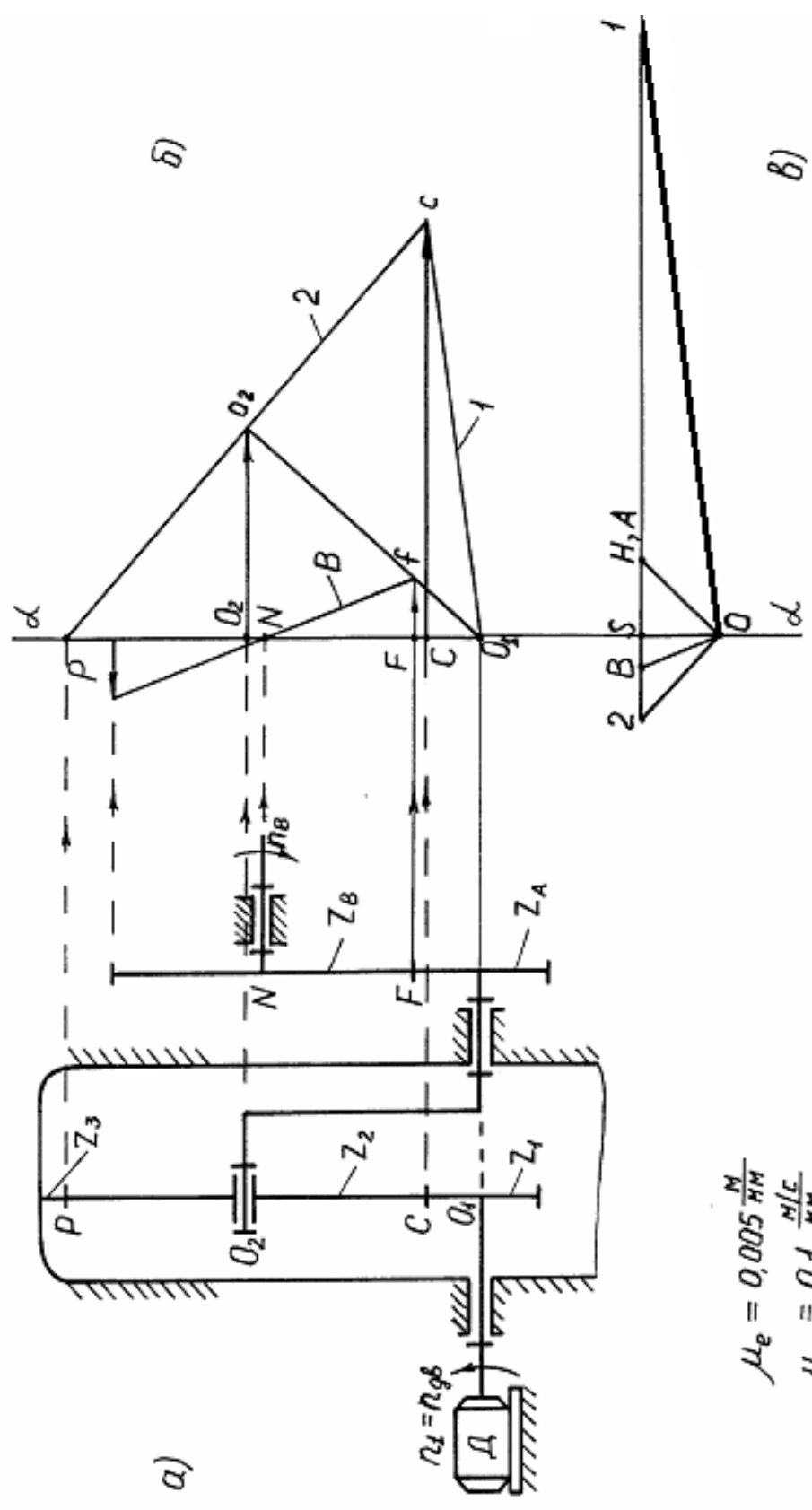


Рисунок 4.1 – Схема планетарного механiзму (до прикладу 4.1): а – кiнематична схема; б – план лiнiйних швидкостей; в – дiаграма кутових швидкостей

$$1 + \frac{z_3}{z_1} = \frac{1460}{67} \cdot \frac{3}{7},$$

звідки

$$\frac{z_3}{z_1} = \frac{3911}{469}, \text{ або } z_3 = \frac{3911}{469} \cdot z_1.$$

Значення z_1 вибирається довільно, з ряду $z_1 = 17, 18, 19, \dots$, наприклад, $z_1 = 18$, тоді:

$$z_3 = \frac{3911}{469} \cdot 18 = 150,1.$$

Отримане значення z_3 слід округлити до цілого числа:

$$z_3 = 150, \quad (z_3 > 85).$$

Таким чином, фактичне передаточне відношення:

$$i_{1H} = 1 + \frac{150}{18} = \frac{84}{9} = 9,33.$$

Визначаємо похибку, тобто відхилення фактичного передаточного відношення від потрібного:

$$\frac{9,34 - 9,33}{9,34} \cdot 100\% = 0,11\% < 5\%.$$

Кількість зубців колеса z_2 визначається з умови співвісності:

$$r_1 + r_2 = r_3 - r_2,$$

$$\text{або: } z_1 + z_2 = z_3 - z_2,$$

$$\text{звідки: } z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2} = \frac{150 - 18}{2} = 66 \quad (66 > 20)$$

Після визначення $z_1 = 18, z_2 = 66, z_3 = 150$ слід перевірити виконання умови складання (4.3) з числом сателітів $k = 3$:

$$\frac{18 \cdot \frac{84}{9} + 3 \cdot \pi}{3} = \text{Ц.}$$

Очевидно, що ліва частина даного виразу завжди є цілим числом при будь-яких цілих числах $\pi = 0, 1, 2, 3, \dots$ що свідчить про виконання умови скла-

дання для вибраного числа сателітів.

Примітка. Якщо взяти інше значення k , наприклад, $k=5$, то умова складання буде нездійсненою:

$$\frac{18 \cdot \frac{84}{9} \left(+ 5 \cdot \Pi \right)}{5} \neq \text{Ц},$$

тобто ліва частина цього виразу не при яких цілих числах $\Pi = 0,1,2,3,\dots$ не набуває цілого значення.

Перевірка виконання умови сусідства (4.2):

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}, \text{ де } \sin \frac{\pi}{3} = 0,866;$$

$$\frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2} = \frac{66 + 2}{66 + 18} = 0,810, \text{ тоді } 0,866 > 0,810,$$

отже умова сусідства також виконується.

Якщо умова сусідства не виконується, число сателітів слід зменшити.

Побудуємо кінематичну схему передачі (рис. 4.1, а), попередньо визначив діаметри ділільних кіл коліс:

$$d_1 = m_I z_1 = 5 \cdot 18 = 90,00 \text{ мм},$$

$$d_2 = m_I z_2 = 5 \cdot 66 = 330,00 \text{ мм},$$

$$d_3 = m_I z_3 = 5 \cdot 150 = 750,00 \text{ мм},$$

$$d_A = m_{II} z_A = 8 \cdot 15 = 120,00 \text{ мм},$$

$$d_B = m_{II} z_B = 8 \cdot 35 = 280,00 \text{ мм}.$$

Масштаб схеми виберемо довільно, наприклад, $M = 1:5$, тобто $\mu_l = 0,005 \text{ м/мм}$. Колова швидкість точки контакту коліс 1 і 2:

$$V_{1,2} = \frac{\pi n_{\text{дв.}}}{30} \cdot \frac{d_1}{2} = \frac{\pi \cdot 1460}{30} \cdot \frac{90,0 \cdot 10^{-3}}{2} = 6,9 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Для побудови картини лінійних швидкостей механізму проведемо лінію $\alpha - \alpha$, перпендикулярно до осей зубчастих коліс та перенесемо до неї точки

O_1, O_2, C, P, N, F . Вибравши масштаб швидкості $\mu_V = 0,1 \frac{м/с}{мм}$, відкладемо відрізок Cc , що відповідає швидкості $V_{1,2}$. Точку C з'єднаємо з точками O_1 і P . Прямі 1 і 2 є планами лінійних швидкостей точок коліс z_1 та z_2 (або “ V -лініями” коліс z_1 та z_2). Оскільки т. O_2 водночас належить і колесу z_2 і водилу H , швидкість цієї точки визначається відрізком O_2o_2 . З'єднав т. O_2 з т. O_1 , отримаємо “ V -лінію” для водила H і колеса z_A . Через т. F до перетину з прямою O_1o_2 проведемо відрізок Ff , котрий, згідно з вибраним масштабом μ_V , дорівнює коловій швидкості точки контакту коліс z_A та z_B . Так визначається “ V -лінія” для колеса z_B , яка проходить через точки f і N .

Побудовану у такий спосіб, картину лінійних швидкостей показано на рисунку 4.1,б. Діаграма кутових швидкостей (рис. 4.1, в) будується наступним чином. Вибравши полюсну відстань $OS = 15мм$ (рекомендується $OS = 15...40мм$), з точки O проводимо прямі, паралельні відріzkам O_1c, O_1o_2, Pc, fN . В результаті на горизонтальній прямій отримаємо точки $1, 2, HA, B$.

Визначивши відстань (мм) від т. S до кожної із зазначених точок, знайдемо кутові швидкості ланок:

$$\omega_1 = S1 \cdot \mu_\omega = 115 \cdot 1,33 = 153 \frac{рад}{с};$$

$$\omega_2 = S2 \cdot \mu_\omega = 14 \cdot 1,33 = 18,6 \frac{рад}{с};$$

$$\omega_H \curvearrowright \omega_A \curvearrowleft = SH \cdot \mu_\omega = 12 \cdot 1,33 = 16,0 \frac{рад}{с};$$

$$\omega_B = SB \cdot \mu_\omega = 5 \cdot 1,33 = 6,7 \frac{рад}{с},$$

де μ_ω – масштаб кутової швидкості:

$$\mu_{\omega} = \frac{\mu_V}{\mu_l \cdot OS} = \frac{0,1}{0,005 \cdot 15} = 1,33 \frac{\text{рад/с}}{\text{мм}}.$$

В дворядкових передачах (рис. 4.2, 4.3, 4.4) розрахунок чисел зубців коліс здійснюється переважно шляхом розкладання величини завданого передаточного відношення на співмножники, пропорційні відповідним числам зубців. Такий підхід пояснюється у наведених нижче прикладах.

Приклад 4.2

Для планетарного механізму (рис. 4.2, а) визначити кількість зубців коліс та побудувати картину лінійних і діаграму кутових швидкостей.

Вихідні дані:

- частота обертання ротора двигуна: $n_{\text{дв.}} = n_H = 960 \text{ об/хв}$;
- частота обертання колеса z_B : $n_B = 44 \text{ об/хв}$;
- модуль зубчастих коліс планетарного механізму: $m_I = 4 \text{ мм}$;
- модуль коліс z_A, z_B : $m_{II} = 6 \text{ мм}$;
- числа зубців коліс: $z_A = 12, z_B = 29$.

Загальне передаточне відношення привода:

$$i = \frac{n_{\text{дв.}}}{n_B} = \frac{960}{44} = \frac{240}{11}.$$

Передаточне відношення планетарного механізму:

$$i_{H1T}^{\odot} = \frac{i}{i_{AB}} = \frac{i_{\text{об}}}{z_B/z_A} = \frac{240}{11} \cdot \frac{12}{29} = 9,03. \quad (4.6)$$

За формулою Вілліса:

$$i_{H1}^{\odot} = \frac{1}{i_{1H}^{\odot}} = \frac{1}{1 - i_{14}^{\odot}} = \frac{1}{1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}}. \quad (4.7)$$

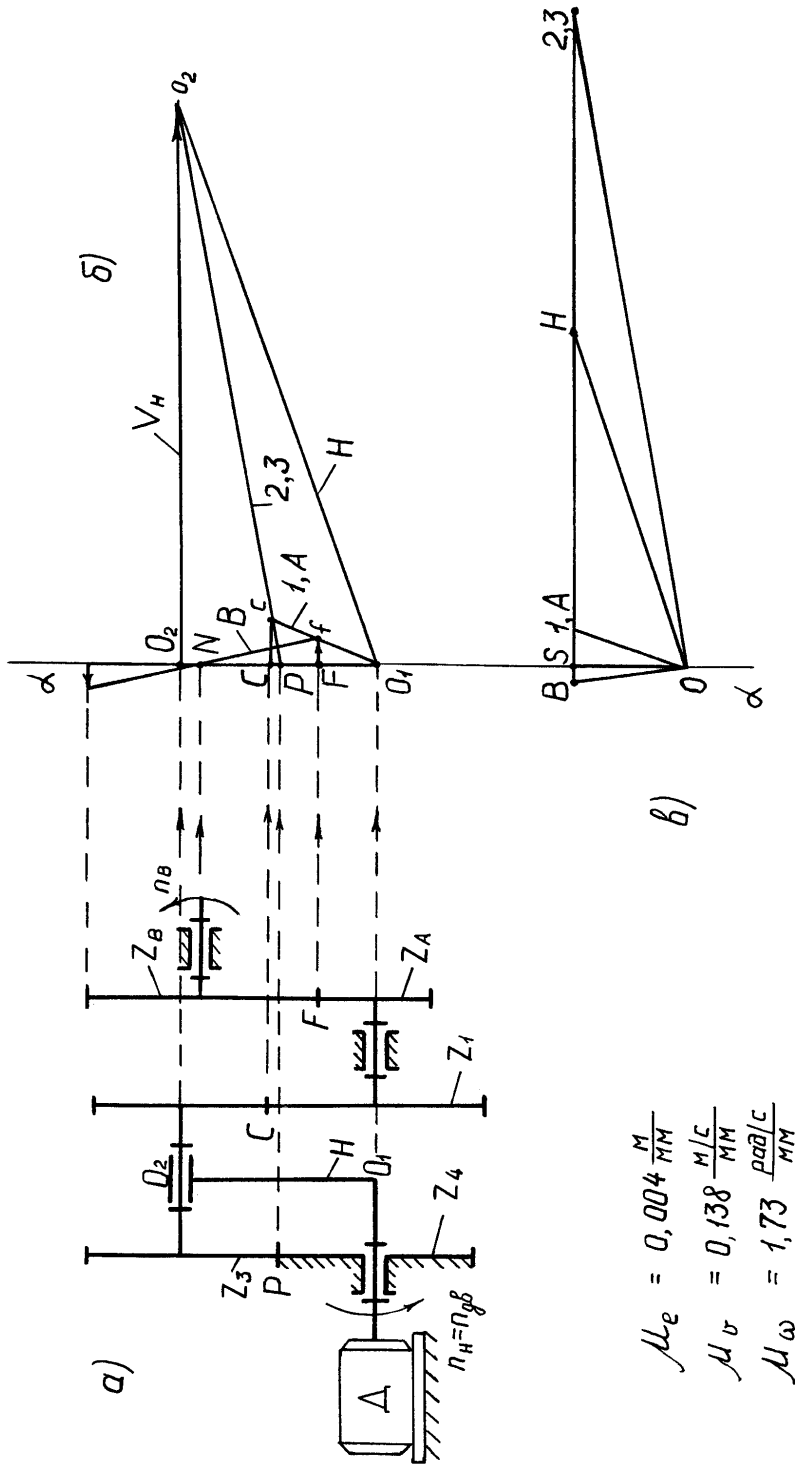


Рисунок 4.2 – Схема планетарного механізму (до прикладу 4.2): а – кінематична схема; б – план лінійних швидкостей; в – діаграма кутових швидкостей

Порівнюючи (4,6) до (4.7), отримаємо:

$$\frac{1}{1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}} = \frac{240}{11} \cdot \frac{12}{29},$$

звідки

$$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = 1 - \frac{11}{240} \cdot \frac{29}{12} = \frac{2561}{2880} \approx \frac{2560}{2880} = \frac{8}{9}.$$

Фактичне передаточне відношення:

$$i_{H1}^{\odot} = \frac{1}{1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{9}} = 9,00.$$

Визначаємо похибку, тобто відхилення фактичного передаточного відношення від потрібного:

$$\frac{|9,03 - 9,00|}{9,03} \cdot 100\% = 0,33\% < 5\%.$$

Введемо до розгляду співмножники, що пропорційні числам зубців відповідних коліс.

$$z_1 \sim \mathcal{Y}_1, z_2 \sim \mathcal{Y}_2, z_3 \sim \mathcal{Y}_3, z_4 \sim \mathcal{Y}_4,$$

де \mathcal{Y} – коефіцієнт (ціле число, $\mathcal{Y} \neq 0$).

Тоді відношення чисел зубців можна подати у вигляді декількох варіантів:

$$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{C_2 C_4}{C_1 C_3} = \frac{8}{9} = \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1} = \frac{8}{1} \cdot \frac{1}{9} = \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{1} \cdot \frac{4}{9} = \dots$$

З наведених варіантів оптимальним є той, для якого:

$$\frac{C_2}{C_1} \approx 1, \frac{C_4}{C_3} \approx 1.$$

При виконанні таких умов передача буде найбільш компактною.

Якщо прийняти:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{8}{9}, \frac{C_4}{C_3} = \frac{1}{1}, \text{ тоді } C_1 = 9, C_2 = 8, C_3 = 1, C_4 = 1..$$

З урахуванням співвідношень [1], визначаємо кількість зубців:

$$\begin{aligned} z_1 &= C_1 \cdot C_4 + C_3 \cdot \gamma = 9 \cdot 1 + 1 \cdot \gamma = 18\gamma, \\ z_2 &= C_2 \cdot C_4 + C_3 \cdot \gamma = 8 \cdot 1 + 1 \cdot \gamma = 16\gamma, \\ z_3 &= C_3 \cdot C_1 + C_2 \cdot \gamma = 1 \cdot 9 + 8 \cdot \gamma = 17\gamma, \\ z_4 &= C_4 \cdot C_1 + C_2 \cdot \gamma = 1 \cdot 9 + 8 \cdot \gamma = 17\gamma. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Найменш допустиме значення коефіцієнту γ у співвідношеннях (4.8):

становить $\gamma = 2$ (якщо $\gamma = 1$, то $z_2 = 16$, що заперечує вимогі $z_2 \geq 17$).

При $\gamma = 2$ отримаємо:

$$z_1 = 36, z_2 = 32, z_3 = 34, z_4 = 34.$$

Для перевірки виконання умови складання (4.3), слід попередньо визначити:

$$i_{1H} = \frac{1}{i_{H1}} = \frac{1}{9}.$$

Якщо число сателітів взяти $k = 3$, тоді:

$$\frac{36 \cdot \frac{1}{9} \cdot (1 + 3P)}{3} = \frac{4}{3} \cdot (1 + 3P) \neq \text{Ц}.$$

Очевидно, що даний вираз не може набувати цілих значень не при яких цілих числах $P = 0, 1, 2, 3, \dots$. Отже, умова складання при $k = 3$ не виконується.

Якщо взяти інше число сателітів, наприклад, $k = 4$, тоді умова складання виконується:

$$\frac{36 \cdot \frac{1}{9} \cdot (1 + 4P)}{4} = 1 \cdot (1 + 4P) = \text{Ц}.$$

Перевіримо виконання умови сусідства (4.2).

Для коліс z_1 і z_2 :

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}, \text{ де } \sin \frac{\pi}{4} = 0,707;$$

$$\frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2} = \frac{32 + 2}{36 + 32} = 0,500; \text{ тоді } 0,707 > 0,500 - \text{ умова сусідства виконується.}$$

Для коліс z_3 і z_4 :

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_3 + 2}{z_3 + z_4}, \text{ } 0,707 > 0,529 - \text{ умова сусідства також виконується.}$$

Якщо умова сусідства не виконується, число сателітів слід зменшити.

Побудуємо кінематичну схему передачі (рис. 4.2, а), попередньо визначивши діаметри ділільних кіл коліс:

$$d_1 = m_I z_1 = 4 \cdot 36 = 144,00 \text{ мм},$$

$$d_2 = m_I z_2 = 4 \cdot 32 = 128,00 \text{ мм},$$

$$d_3 = m_I z_3 = 4 \cdot 34 = 136,00 \text{ мм},$$

$$d_4 = m_I z_4 = 4 \cdot 34 = 136,00 \text{ мм},$$

$$d_A = m_{II} z_A = 6 \cdot 12 = 72,00 \text{ мм},$$

$$d_B = m_{II} z_B = 6 \cdot 29 = 174,00 \text{ мм}.$$

Масштаб схеми механізму вибирається довільно, наприклад, М1:4, тобто

$$\mu_l = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

Швидкість точок осі блоку коліс z_2 і z_3 :

$$V_H = \frac{\pi n_{\text{дв.}}}{30} \cdot \left(\frac{d_3 + d_4}{2} \right) = \frac{\pi \cdot 960}{30} \cdot \left(\frac{136 + 136}{2} \right) \cdot 10^{-3} = 13,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Для побудови картини лінійних швидкостей механізму проведемо лінію $\alpha - \alpha$, перпендикулярно до осей зубчастих коліс та перенесемо до неї точки

O_1, O_2, C, P, N, F . Вибравши масштаб швидкості $\mu_v = 0,138 \frac{м/с}{мм}$, відкладемо відрізок O_2o_2 , що відповідає швидкості V_H . Точку O_2 з'єднаємо з т. O_1 . Знайдена пряма O_1o_2 є планом лінійних швидкостей водила H (або “ V - лінією” водила H). З'єднав т. O_2 з т. P , отримаємо “ V - лінію” для блоку коліс z_2, z_3 . Через т. C до перетину з прямою O_1c проведемо відрізок Cc , котрий згідно з вибраним масштабом μ_v , дорівнює коловій швидкості точки контакту коліс z_1 та z_2 . Тоді пряма O_1c є “ V - лінією” коліс z_1 та z_2 . Колова швидкість точки контакту коліс z_A та z_B визначається відрізком Ff . З'єднавши точки f і N , отримаємо “ V - лінію” колеса z_B .

Побудовану у такий спосіб картину лінійних швидкостей показано на рисунку 4.2, б.

Діаграма кутових швидкостей (рис. 4.2, в) будується наступним чином. Приймаємо полюсну відстань $OS = 20мм$ (рекомендується $OS = 15..40мм$), з точки O проводимо прямі, паралельні відрізкам O_1c, O_1o_2, Po_2, fN . В результаті на горизонтальній прямій дістанемо точки $1, A, 2, 3, H, B$.

Вимірявши відстань (мм) від т. S до кожної із зазначених точок, знайдемо кутові швидкості ланок:

$$\omega_1 \varphi_A = S1 \cdot \mu_\omega = 6,4 \cdot 1,73 = 11,2 \frac{рад}{с};$$

$$\omega_2 \varphi_3 = S2 \cdot \mu_\omega = 115 \cdot 1,73 = 199,0 \frac{рад}{с};$$

$$\omega_H = SH \cdot \mu_\omega = 58 \cdot 1,73 = 100,5 \frac{рад}{с};$$

$$\omega_B = SB \cdot \mu_\omega = 3,0 \cdot 1,73 = 5,19 \frac{рад}{с},$$

де μ_ω – масштаб кутової швидкості:

$$\mu_{\omega} = \frac{\mu_V}{\mu_l \cdot OS} = \frac{0,138}{0,004 \cdot 20} = 1,73 \frac{\text{рад/с}}{\text{мм}} .$$

Приклад 4.3

Для планетарного механізму (рис. 4.3, а) визначити кількість зубців коліс та побудувати картину лінійних і діаграму кутових швидкостей.

Вихідні дані:

- частота обертання ротора двигуна: $n_{\text{дв.}} = n_1 = 1350 \text{об/хв}$;
- частота обертання колеса z_B : $n_B = 64 \text{об/хв}$;
- модуль зубчастих коліс планетарного механізму: $m_l = 5 \text{мм}$;
- модуль зубчастих коліс z_A, z_B : $m_{II} = 6 \text{мм}$;

Загальне передаточне відношення привода:

$$i = \frac{n_{\text{дв.}}}{n_B} = \frac{1350}{64} = \frac{675}{32} .$$

Передаточне відношення планетарного механізму:

$$i_{1H}^{\text{C}} = \frac{i}{i_{AB}} = \frac{i}{z_B/z_A} = \frac{675}{32} \cdot \frac{18}{37} = \frac{675 \cdot 9}{16 \cdot 37} = 10,26 . \quad (4.9)$$

За формулою Вілліса:

$$i_{1H}^{\text{C}} = 1 - i_{14}^{\text{H}} = 1 - \left(- \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \right) = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} . \quad (4.10)$$

Порівнюючи (4.9) до (4.10), отримаємо:

$$1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{675}{16} \cdot \frac{9}{37} ,$$

звідки

$$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{5483}{592} .$$

Введемо до розгляду співмножники, що пропорційні числам зубців від-

повідних коліс.

$$z_1 \sim \gamma C_1, z_2 \sim \gamma C_2, z_3 \sim \gamma C_3, z_4 \sim \gamma C_4,$$

де γ - коефіцієнт (деяке ціле число, $\gamma \neq 0$).

При такому підході відношення чисел зубців можна подати у вигляді:

$$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{C_2 C_4}{C_1 C_3} = \frac{5483}{592}.$$

Виходячи з вимог компонування та компактності передачі, для заданої

схеми при $\sqrt{\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}} > 2$ доцільно дотримуватися виконання умови

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{C_4}{C_3} = \sqrt{\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}}.$$

При $\sqrt{\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}} \leq 2$, спочатку слід вибрати $\frac{C_4}{C_3} > 2$, після чого визначити:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \cdot \frac{C_4}{C_3}.$$

В даному прикладі:

$$\sqrt{\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}} = \sqrt{\frac{5483}{592}} = 3,04 > 2.$$

Отже, можна прийняти:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{C_4}{C_3} = 3,04 \approx 3,00.$$

Тоді:

$$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{C_2 C_4}{C_1 C_3} = 3,00 \cdot 3,00 = 9,00.$$

Фактичне передаточне відношення:

$$i_{1H} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = 1 + 9,00 = 10,00.$$

Визначимо похибку, тобто відхилення фактичного передаточного відношення від потрібного:

$$\frac{10,26 - 10,00}{10,00} 100\% = 2,6\% < 5\%.$$

Відповідно до прийнятих відношень $\frac{C_2}{C_1}$ та $\frac{C_4}{C_3}$ виберемо множники:

$$C_1 = 1, C_2 = 3, C_3 = 1, C_4 = 3.$$

З урахуванням співвідношень [1], визначаємо кількість зубців:

$$\begin{aligned} z_1 &= C_1 C_4 - C_3 \gamma = 1 \cdot 3 - 1 \gamma = 2\gamma, \\ z_2 &= C_2 C_4 - C_3 \gamma = 3 \cdot 3 - 1 \gamma = 6\gamma, \\ z_3 &= C_3 C_1 + C_2 \gamma = 1 \cdot 1 + 3 \gamma = 4\gamma, \\ z_4 &= C_4 C_1 + C_2 \gamma = 3 \cdot 1 + 3 \gamma = 12\gamma. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Найменше допустиме значення коефіцієнту γ у співвідношеннях (4.11):

$$\gamma = 9 \text{ (виходячі з вимог } z_{1,2} \geq 17, z_3 \geq 20, z_4 \geq 85 \text{)}.$$

При $\gamma = 9$, маємо:

$$z_1 = 18, z_2 = 54, z_3 = 36, z_4 = 108.$$

Перевірка виконання умови складання (4.3) з числом сателітів $k = 3$:

$$\frac{18 \cdot 10 + 3P}{3} = \Pi.$$

Очевидно, що ліва частина цього виразу завжди є цілим числом при будь-яких цілих числах $P = 0, 1, 2, 3, \dots$, що свідчить про виконання умови складання для вибраного числа сателітів.

Перевірка виконання умови сусідства (4.2).

Для коліс z_1 і z_2 :

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}, \text{ де } \sin \frac{\pi}{k} = \sin \frac{\pi}{3} = 0,866;$$

$$\frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2} = \frac{54 + 2}{18 + 54} = 0,778, \text{ тоді } 0,866 > 0,778 \text{ – умова сусідства виконується.}$$

Для коліс z_3 і z_4 :

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_3 + 2}{z_4 - z_3}, \sin \frac{\pi}{k} = 0,866;$$

$$\frac{z_3 + 2}{z_4 - z_3} = \frac{36 + 2}{108 - 36} = 0,528, \text{ тоді } 0,866 > 0,528 \text{ – умова сусідства також виконується.}$$

Якщо умова сусідства не виконується, число сателітів слід зменшити.

Побудуємо кінематичну схему передачі (рис. 4.3, а), для чого попередньо визначимо діаметри ділільних кіл коліс:

$$\begin{aligned}d_1 &= m_I z_1 = 5 \cdot 18 = 90,00 \text{ мм}, \\d_2 &= m_I z_2 = 5 \cdot 54 = 270,00 \text{ мм}, \\d_3 &= m_I z_3 = 5 \cdot 36 = 180,00 \text{ мм}, \\d_4 &= m_I z_4 = 5 \cdot 108 = 540,00 \text{ мм}, \\d_A &= m_{II} z_A = 6 \cdot 18 = 108,00 \text{ мм}, \\d_B &= m_{II} z_B = 6 \cdot 37 = 222,00 \text{ мм}.\end{aligned}$$

Масштаб схеми виберемо довільно, наприклад, M 1:5, або $\mu_l = 0,005 \text{ м/мм}$. Колова швидкість точки контакту коліс 1 і 2:

$$V_{1,2} = \frac{\pi n_{\text{дв.}}}{30} \cdot \frac{d_1}{2} = \frac{\pi \cdot 1350}{30} \cdot \frac{90}{2} \cdot 10^{-3} = 6,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Для побудови картини лінійних швидкостей механізму проведемо лінію

$\alpha - \alpha$, перпендикулярно до осей зубчастих коліс та перенесемо до неї точки O_1, O_2, O_3, C, P, F . Вибравши масштаб швидкості $\mu_V = 0,1 \frac{м/с}{мм}$, відкладемо відрізок Cc , що відповідає швидкості $V_{1,2}$. Точку C з'єднаємо з точками O_1 і P . Знайдені прямі O_1c і cP є планами лінійних швидкостей колеса Z_1 та блоку коліс 2,3 (або “ V - лініями” колеса 1 та блоку 2, 3). Визначивши на лінії cP точку O_2 та з'єднавши її з точкою O_1 , отримаємо “ V - лінію” для водила H і колеса Z_A . Через т. F до перетину з прямою O_1O_2 проведемо відрізок Ff , котрий, згідно з вибраним масштабом μ_V , дорівнює коловій швидкості точки контакту коліс Z_A і Z_B . З'єднавши точки f і O_3 , отримаємо “ V - лінію” колеса Z_B .

Для побудови діаграми кутових швидкостей (рисунок 4.3,в) візьмемо полюсну відстань $OS = 15мм$ (рекомендується $OS = 15..40мм$). З точки O проводимо прямі, паралельні відрізкам O_1c, O_1O_2, Pc, fO_3 . В результаті на горизонталі дістанемо точки $1, 2, 3, H, A, B$.

Вимірявши відстань у міліметрах від т. S до кожної з зазначених точок, знайдемо кутові швидкості ланок:

$$\omega_1 = S1 \cdot \mu_\omega = 106 \cdot 1,33 = 141 \text{ рад/с};$$

$$\omega_{2,3} = S2 \cdot \mu_\omega = 21 \cdot 1,33 = 27,9 \text{ рад/с};$$

$$\omega_{H,A} = SH \cdot \mu_\omega = 10 \cdot 1,33 = 13,3 \text{ рад/с};$$

$$\omega_B = SB \cdot \mu_\omega = 5 \cdot 1,33 = 6,7 \text{ рад/с},$$

де μ_ω – масштаб кутової швидкості:

$$\mu_\omega = \frac{\mu_V}{\mu_l \cdot OS} = \frac{0,1}{0,005 \cdot 15} = 1,33 \frac{\text{рад/с}}{\text{мм}}.$$

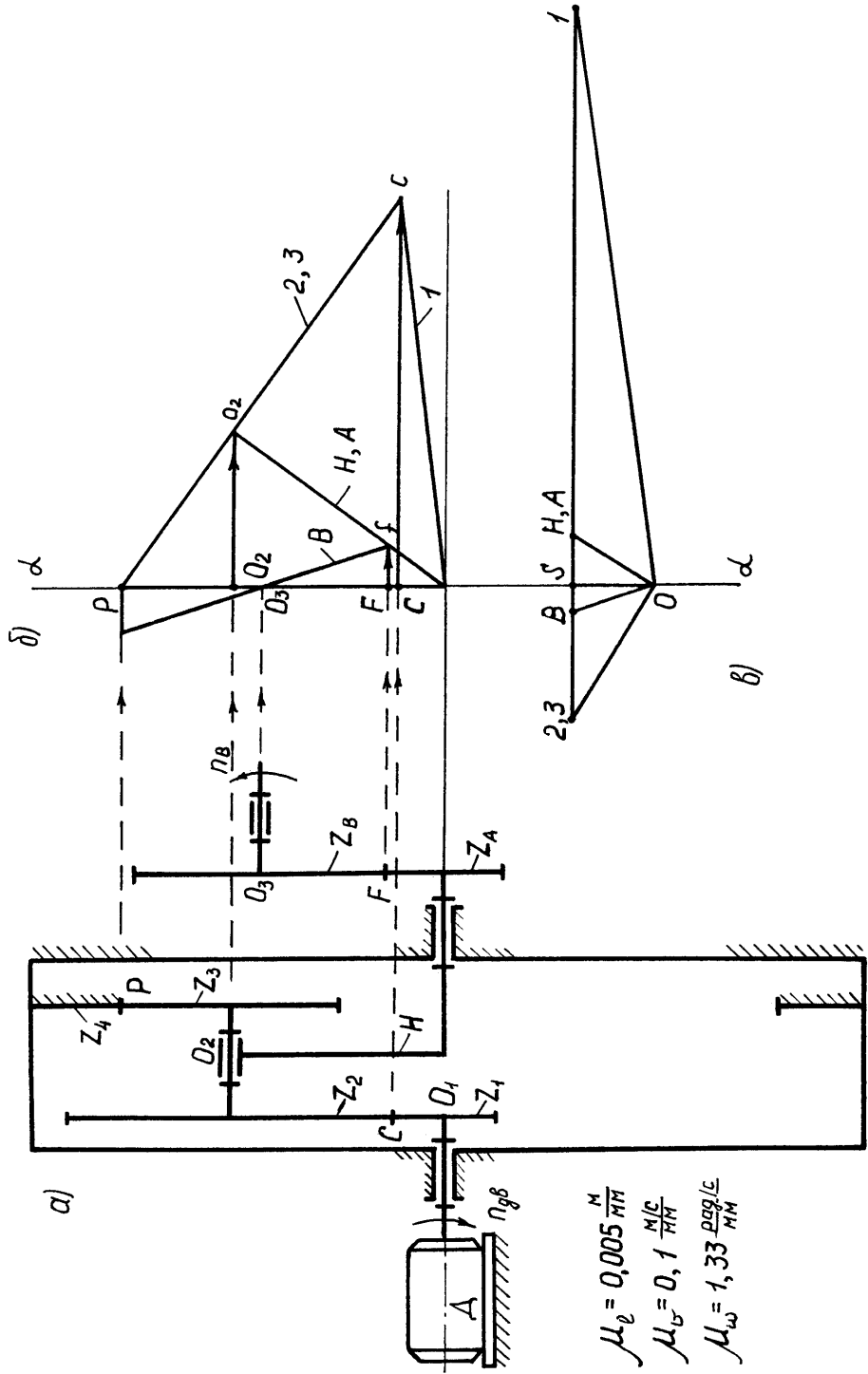


Рисунок 4.3 – Схема планетарного механізму (до прикладу 4.3): а – кінематична схема; б – план лінійних швидкостей; в – діаграма кутових швидкостей

Приклад 4.4

Для планетарного механізму (рис. 4.4, а) визначити кількість зубців коліс та побудувати картину лінійних і діаграму кутових швидкостей.

Вихідні дані:

- частота обертання ротора двигуна: $n_{\text{дв}} = n_H = 1480 \text{ об/хв}$;
- частота обертання колеса z_B : $n_B = 85 \text{ об/хв}$;
- модуль зубчастих коліс редуктора: $m_I = 4 \text{ мм}$;
- модуль коліс z_A, z_B : $m_{II} = 5 \text{ мм}$;
- числа зубців коліс: $z_A = 15, z_B = 35$.

Загальне передаточне відношення привода:

$$i = \frac{n_{\text{дв.}}}{n_B} = \frac{1480}{85} = \frac{296}{17} .$$

Передаточне відношення планетарного механізму:

$$i_{H1T}^{\odot} = \frac{i}{i_{AB}} = \frac{i}{z_B/z_A} = \frac{296}{17} \cdot \frac{15}{35} = \frac{296 \cdot 3}{17 \cdot 7} = 7,46 . \quad (4.12)$$

За формулою Вілліса:

$$i_{H1}^{\odot} = \frac{1}{1 - i_{1H}^{\odot}} = \frac{1}{1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}} . \quad (4.13)$$

Порівнюючи (4.12) до (4.13), знайдемо:

$$\frac{1}{1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}} = \frac{296 \cdot 3}{17 \cdot 7} ,$$

звідки

$$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = 1 - \frac{17 \cdot 7}{296 \cdot 3} = \frac{769}{888}.$$

Введемо до розгляду співмножники, що пропорційні числам зубців відповідних коліс:

$$z_1 \sim \gamma C_1, z_2 \sim \gamma C_2, z_3 \sim \gamma C_3, z_4 \sim \gamma C_4,$$

де γ - коефіцієнт (деяке ціле число, $\gamma \neq 0$).

Відношення чисел зубців можна подати у вигляді:

$$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{C_2 C_4}{C_1 C_3} = \frac{769}{888} \approx \frac{780}{900}.$$

З вимог компоновання зубчастих коліс в планетарному механізмі необхідним є виконання умов:

$$\frac{C_2}{C_1} < \frac{1}{2}; \frac{C_4}{C_3} > 2.$$

В даному випадку:

$$\frac{C_2}{C_1} \frac{C_4}{C_3} \approx \frac{780}{900} = \frac{13}{15} = \frac{1}{3} \cdot \frac{13}{5}, \text{ що відповідає умовам } 1/3 < 1/2; 13/5 > 2.$$

Отже, можна прийняти: $C_1 = 3, C_2 = 1, C_3 = 5, C_4 = 13$.

Фактичне передаточне відношення планетарного механізму:

$$i_{H1}^{\odot} = \frac{1}{i_{1H}^{\odot}} = \frac{1}{1 - \frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{C_4}{C_3}} = \frac{1}{1 - \frac{13}{15}} = \frac{15}{2} = 7,50.$$

Визначимо похибку, тобто відхилення фактичного передаточного відношення від потрібного:

$$\frac{7,50 - 7,46}{7,46} 100\% = 0,54\% < 5\%.$$

З урахуванням співвідношень [1], визначимо кількість зубців:

$$\begin{aligned}
z_1 &= C_1 C_4 - C_3 \gamma = 3(3 - 5\gamma) = 24\gamma, \\
z_2 &= C_2 C_4 - C_3 \gamma = 1(3 - 5\gamma) = 8\gamma, \\
z_3 &= C_3 C_1 - C_2 \gamma = 5(1 - \gamma) = 10\gamma, \\
z_4 &= C_4 C_1 - C_2 \gamma = 13(1 - \gamma) = 26\gamma.
\end{aligned}$$

Числове значення коефіцієнту γ слід вибрати, виходячи з вимог:

$z_{1,4} \geq 85$, $z_{2,3} \geq 20$. Очевидно, що найменш допустиме значення становить $\gamma=4$. При $\gamma=4$:

$$z_1 = 96, z_2 = 32, z_3 = 40, z_4 = 104.$$

Перевіримо виконання умови складання (4.3), з числом сателітів $k=3$, попередньо визначивши:

$$\begin{aligned}
i_{1H}^{(3)} &= \frac{1}{i_{H1}^{(3)}} = \frac{1}{15/2} = \frac{2}{15}, \\
\frac{96 \cdot \frac{2}{15} (1 + 3P)}{3} &\neq \text{Ц}.
\end{aligned}$$

Ліва частина даного виразу не може набувати цілих значень не при яких цілих числах $P = 0, 1, 2, 3, \dots$. Отже, умова складання при $k=3$ не виконується. Візьмемо інше число сателітів $k=4$, тоді:

$$\frac{96 \cdot \frac{2}{15} (1 + 4P)}{4} = \text{Ц}.$$

Наприклад, при $P=1$ маємо $\frac{96 \cdot \frac{2}{15} (1 + 4 \cdot 1)}{4} = 16$, тобто умова складання виконується.

Перевіримо виконання умови сусідства (4.2). Виконання цієї умови слід перевіряти щодо тієї пари коліс, до якої належить сателіт з більшим числом

зубців, а саме для коліс z_3 і z_4 , оскільки $z_3 > z_2$:

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_3 + 2}{z_4 - z_3}, \text{ де } \sin \frac{\pi}{k} = \sin \frac{\pi}{4} = 0,707,$$

$$\frac{z_3 + 2}{z_4 - z_3} = \frac{40 + 2}{104 - 40} = 0,656; \quad 0,707 > 0,656 \text{ – умова сусідства виконується.}$$

ється.

Якщо умова сусідства не виконується, число сателітів слід зменшити.

Побудуємо кінематичну схему передачі (рис. 4.4, а), попередньо визначивши діаметри ділільних кіл коліс:

$$d_1 = m_I z_1 = 4 \cdot 96 = 384,00 \text{ мм},$$

$$d_2 = m_I z_2 = 4 \cdot 32 = 128,00 \text{ мм},$$

$$d_3 = m_I z_3 = 4 \cdot 40 = 160,00 \text{ мм},$$

$$d_4 = m_I z_4 = 4 \cdot 104 = 416,00 \text{ мм},$$

$$d_A = m_{II} z_A = 5 \cdot 15 = 75,00 \text{ мм},$$

$$d_B = m_{II} z_B = 5 \cdot 35 = 175,00 \text{ мм}.$$

Масштаб схеми виберемо довільно, наприклад, М1:4, або

$$\mu_l = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

Швидкість точок осі блоку коліс 2 і 3:

$$V_H = \frac{\pi n_{\text{дв.}}}{30} \cdot \left(\frac{d_4 - d_3}{2} \right) = \frac{\pi \cdot 1480}{30} \cdot \left(\frac{416 - 160}{2} \right) \cdot 10^{-3} = 19,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Для побудови картини лінійних швидкостей механізму проведемо лінію $\alpha - \alpha$, перпендикулярно до осей зубчастих коліс та перенесемо до неї точки

O_1, O_2, O_3, C, P, F . Вибравши масштаб швидкості $\mu_v = 0,3 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$, відкладемо

відрізок $O_2 O_2$, що зображує швидкість V_H . Точку O_2 з'єднаємо з т. P . Знай-

дені прямі O_1o_2 та o_2P є планами лінійних швидкостей водила H та блоку коліс z_2, z_3 (або “ V - лініями” водила H та блоку коліс z_2, z_3). Колова швидкість точки контакту коліс z_1 та z_2 визначається відрізком Cc . З’єднавши т. c з т. O_1 , отримаємо “ V - лінію” для коліс z_1 та z_A . Через т. F до перетину з прямою O_1c проведемо відрізок Ff , котрий згідно з вибраним масштабом μ_V , дорівнює коловій швидкості точки контакту коліс z_A та z_B . Пряма fO_3 є “ V - лінією” колеса z_B .

Отриману у такий спосіб картину лінійних швидкостей зображено на рисунку 4.4, б.

Для побудови діаграми кутових швидкостей (рис. 4.4, в) візьмемо полюсну відстань $OS = 15\text{мм}$ (рекомендується $OS = 15..40\text{мм}$). З точки O проводимо прямі, паралельні відрізкам O_1c, O_1o_2, Po_2, fO_3 . В результаті на горизонтальній прямій дістанемо точки 1, A , 2, 3, H , B .

Вимірявши відстань у міліметрах від т. S до кожної з зазначених точок, знайдемо кутові швидкості ланок:

$$\omega_{1,A} = S1 \cdot \mu_\omega = 4 \cdot 5 = 20 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$\omega_{2,3} = S2 \cdot \mu_\omega = 48 \cdot 5 = 240 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$\omega_H = SH \cdot \mu_\omega = 31 \cdot 5 = 155 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$\omega_B = SB \cdot \mu_\omega = 2 \cdot 5 = 10 \frac{\text{рад}}{\text{с}},$$

де μ_ω – масштаб кутової швидкості:

$$\mu_\omega = \frac{\mu_V}{\mu_1 \cdot OS} = \frac{0,3}{0,004 \cdot 15} = 5 \frac{\text{рад/с}}{\text{мм}} .$$

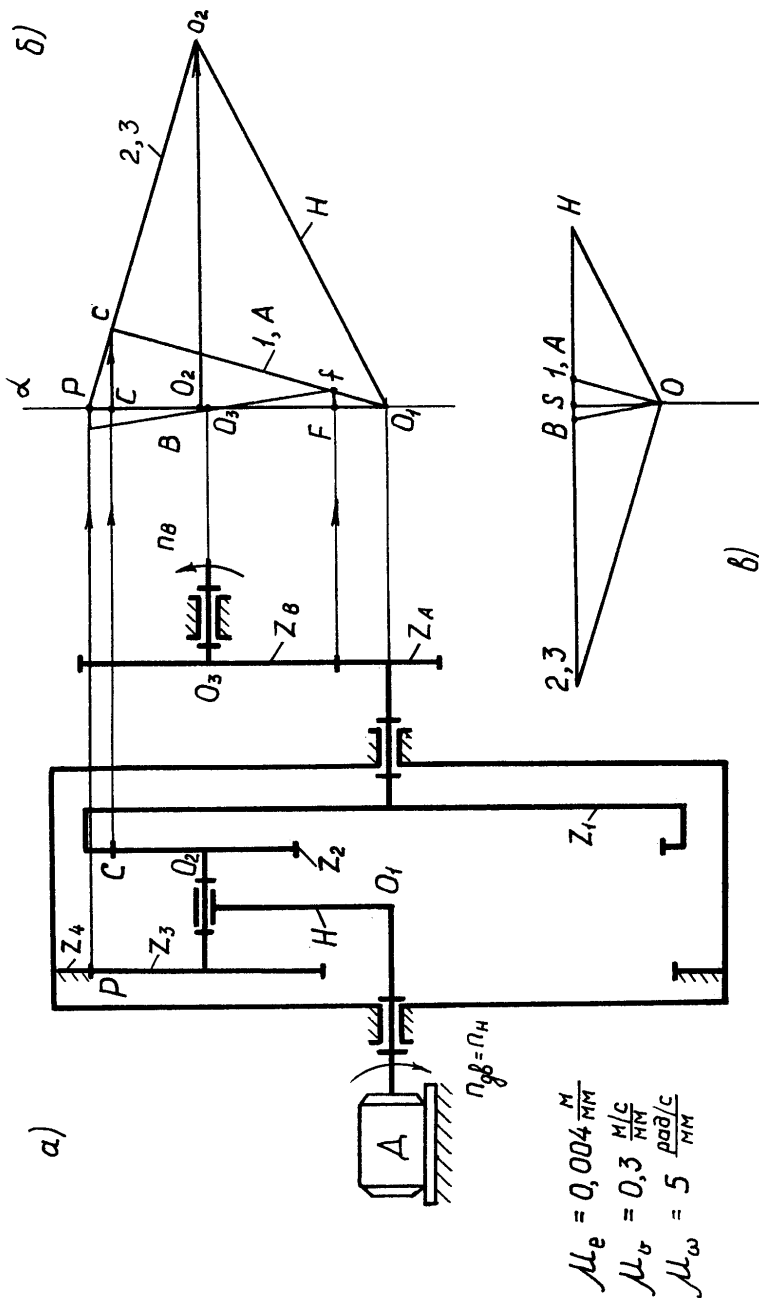


Рисунок 4.4 – Схема планетарного механізму (до прикладу 4.4): а – кінематична схема; б – план лінійних швидкостей; в – діаграма кутових швидкостей

5 Контрольні питання

1. В чому полягає характерна особливість планетарних передач у порівнянні із звичайними зубчастими передачами?
2. Як називають основні ланки планетарної зубчастої передачі?
3. Які зубчасті передачі називаються диференціальними?
4. Що таке замкнені планетарні механізми?
5. Як визначається ступінь рухливості планетарних та диференціальних зубчастих механізмів?
6. Як визначаються передаточні відношення в планетарних та диференціальних зубчастих передачах?
7. В чому полягає сутність метода інверсії?
8. Що таке самогальмування в планетарній зубчастій передачі?
9. Як конструктивні особливості планетарних передач впливають на величину коефіцієнта корисної дії?
10. Які обмеження накладено на числа зубців коліс планетарних передач?
11. Що означають умови співвісності, складання та сусідства в планетарних передачах?

7 РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Вишенський І. І. Теорія механізмів і машин. Механічні передачі / І. І. Вишенський. – Київ: Навчально-методичний кабінет вищої освіти Мінвузу України, 1992. – 356 с.
2. Кореняко О. С. Теорія механізмів і машин / О. С. Кореняко – К.: Вища шк. Головне вид-во, 1987. – 206 с.
3. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 640 с.
4. Теория механизмов и машин / Фролов К. В., Попов С. А., Мусатов А. К. и др.; под ред. К. В. Фролова.– М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
5. Теория механизмов / Гавриленко В. А., Минут С. Б., Мусатов А. К. и др.; под ред. В. А. Гавриленко. – М.: Высш. шк., 1973. – 511 с.
6. Попов С. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин / С.А. Попов – М.: Высшая школа, 1986. – 295 с.