

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЧЕРНІГІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ, ТЕОРІЯ ТІНЕЙ ТА ПЕРСПЕКТИВИ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання графічних робіт та самостійної роботи з дисципліни
для студентів спеціальностей
191– Архітектура та містобудування
022 – Дизайн

Частина 1 Нарисна геометрія

Чернігів НУ «Чернігівська політехніка» 2021

НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ, ТЕОРІЯ ТІНЕЙ ТА ПЕРСПЕКТИВИ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання графічних робіт та самостійної роботи з дисципліни
для студентів спеціальностей
191– Архітектура та містобудування
022 – Дизайн

Частина 1 Нарисна геометрія

Обговорено і рекомендовано
на засіданні кафедри
архітектури та дизайну
середовища
Протокол № _____
від _____ *2021р.*

Нарисна геометрія, теорія тіней та перспективи. Частина 1 Нарисна геометрія. Методичні вказівки до виконання графічних робіт та самостійної роботи для студентів спеціальностей 191 – Архітектура та містобудування, 022 – Дизайн /Укл.: Барбаш М.І. – Чернігів, НУ «ЧЕРНІГІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА», 2021. – 57с.

Укладач: **БАРБАШ МАРИНА ІГОРІВНА**, старший викладач кафедри технологій зварювання та будівництва

Відповідальний за випуск: **ПРИБИТЬКО ІРИНА ОЛЕКСАНДРІВНА**, завідувач кафедри технологій зварювання та будівництва, кандидат технічних наук, доцент

Рецензент: **САВЧЕНКО ОЛЕНА ВІТАЛІЇВНА**, доктор технічних наук, професор кафедри архітектури та дизайну середовища НУ «ЧЕРНІГІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1. ОФОРМЛЕННЯ КРЕСЛЕНИКІВ. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ.....	6
2 МЕТОД ПРОЕКЦІЮВАННЯ. ПРОЕКЦІЮВАННЯ ТОЧКИ, ПРЯМОЇ, ПЛОЩИНИ.....	11
3 ПРЯМА ТА ЇЇ ПРОЕКЦІЇ.....	16
4 ПЛОЩИНА.....	23
5 ПРЯМА ТА ПЛОЩИНА	31
6 КРИВІ ЛІНІЇ ТА ПОВЕРХНІ.....	35
7 ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ ПЛОЩИНОЮ	42
8 ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ.....	48
9 АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ.....	53
ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ.....	57

ВСТУП

Методичні вказівки призначені для виконання графічних робіт та самостійної роботи з дисципліни «Нарисна геометрія, теорія тіней та перспективи» студентами спеціальностей 191 – Архітектура та містобудування та 022 – Дизайн.

Предметом нарисної геометрії є розробка методів побудови та читання креслень, способів розв'язування за допомогою креслень позиційних і метричних задач, методів геометричного моделювання.

Метою розв'язання позиційних задач є вивчення взаємного розміщення геометричних об'єктів у просторі або на площині, метричних – визначення метричних характеристик як самих об'єктів, так і їх взаємного положення.

Дана методична розробка призначена для формування системи знань з фундаментальної графічної підготовки студентів з орієнтуванням на фаховий профіль; навчання основним прийомам роботи при підготовці паперових варіантів креслень, фіксації композиційних задумів, побудові плоского зображення просторового об'єкту з повним відображенням форми, положення, розмірів, пропорцій, освітленості.

Методичні вказівки спрямовані на допомогу в оволодінні системою знань і вмінь, спрямованих на створення й опрацювання тривимірних зображень, вивчення реально існуючих та об'єктів, що проектуються, за їх зображеннями; розвиток геометричної логіки та просторової уяви, здатності мислити просторовими образами.

Прийняті позначення

$Oxyz$ – натуральна система координат
O – початок координат
Точки – великими літерами латинського алфавіту та арабськими цифрами A, B, C, D, E, F, ... 1, 2, 3, 4, 5
Лінії – малими літерами латинського алфавіту a, b, c, d, ...
Площини та поверхні – великими літерами грецького алфавіту A, B, Γ, Δ, ...
Куты – малими літерами грецького алфавіту α, β, γ, δ, ...
\times - перетин
\perp - прямий кут
\supset - включення, належність
\equiv - збіг
\parallel - паралельність
\nparallel - непаралельність
\perp - перпендикулярність
$\frac{\Pi_2}{\Pi_1}$ - осі (при заміні площин проєкцій)
$\Sigma_2, \Delta_2, H_1, \dots$ - площина задана слідами

1. ОФОРМЛЕННЯ КРЕСЛЕНИКІВ. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Ватман. Для креслень вручну обирати ватман щільністю не менше 200г/м², 250г/м².

Формат – розмір аркуша паперу, на якому виконано кресленик. За державним стандартом України основними форматами є: А0, А1, А2, А3, А4. Основні формати наведено в таблиці 1.1.

Дозволяється застосування додаткових форматів, утворених збільшенням коротких сторін основних форматів на величину, кратну їх розмірам.

За правилами оформлення графічних документів креслення повинно займати 2/3 формату аркуша.

Таблиця 1.1 – Формати за ДСТУ ISO 5457:2006

Позначення формату	A0	A1	A2	A3	A4
Розміри, мм	1189x841	594x891	594x420	297x420	297x210



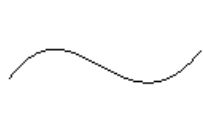

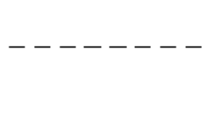

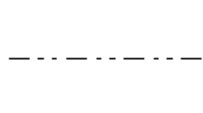
Масштаб – це відношення лінійних розмірів зображення предмету на кресленнику до відповідних розмірів самого предмету. Розрізняють масштаби збільшення, зменшення та натуральну величину. Масштаби за ДСТУ ISO 5455:2005 представлені в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Масштаби за ДСТУ ISO 5455:2005

Натуральна величина	1:1		
Масштаби збільшення	2:1	20:1	
	5:1	50:1	
	10:1	100:1	
Масштаби зменшення	1:2	1:20	1:200
	1:5	1:50	1:500
	1:10	1:100	1:1000

Лінії на креслениках повинні відповідати ДСТУ ISO 128-24:2005. Найбільш вживані типи ліній представлені в таблиці 1.3.

Таблиця 1.3 – Типи ліній за ДСТУ ISO 128-24:2005

Найменування	Зображення	Товщина	Призначення
Суцільна товста		S	Лінії видимого контуру, винесеного перерізу
Суцільна тонка		S/3...S/2	Розмірні, виносні, штриховка, контури накладених перерізів
Суцільна тонка, виконана від руки		S/3...S/2	Лінії обриву, розмежування вигляду і розрізу
Суцільна тонка із зигзагами		S/3...S/2	Інструментально виконана лінія обриву
Штрихова тонка		S/3...S/2	Лінії невидимого контуру
Довгоштрихова-пунктирна тонка		S/3...S/2	Осьові, центрові
Довгоштрихова-двопунктирна тонка		S/3...S/2	Контури можливих положень, початкові контури перед наданням форми

Шрифт – це графічний малюнок накреслення букв, знаків, що складає єдину стилістичну та композиційну систему, набір символів визначеного розміру і малюнку. Архітектору та дизайнеру необхідно набути певних навичок у виконанні шрифтів, розвинути в собі почуття пропорції, рівноваги, ритму для грамотного застосування шрифтів в своїй роботі.

Стандартні шрифти за ДСТУ ISO 3098:6-2007 типу А (із товщиною наведення літер 1/14 від розміру шрифту) та Б (товщина наведення ліній 1/10 від висоти великої літери) представлені на рисунку 1.1.

№ шрифту – це висота прописної літери в міліметрах.

За ДСТУ ISO 3098-0:2006 розрізняють наступні номери шрифтів: **1,8; 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20.**

Висота малих літер в словах в міліметрах дорівнює шрифту на номер менше.

АБВГДЕЄЖЗИІЙКЛМ
НОПРСТУФХЦЧШЩЬЮЯ
абвгдеєжзиіїйклмн
опрстуфхцчшщьюя
1234567890

*АБВГДЕЄЖЗИІЙКЛМ
НОПРСТУФХЦЧШЩЬЮЯ
абвгдеєжзиіїйклмн
опрстуфхцчшщьюя
1234567890*

Рисунок 1.1 – Шрифт за ДСТУ ISO 3098:6-2007 прямий та з нахилом 75°

Гарнітура вузького архітектурного шрифту вписується в прямокутники таким чином, що площа між літерами стає практично однаковою. Пропорції цього шрифту наступні: ширина g звичайної літери дорівнює $1/5$ її висоти h . Ширина широких літер Ж, М, Ф, Ш, Щ, Ю в півтора рази більша і дорівнює $1,5g$.

Цифри та літери на кресленику які мають однаковий розмір повинні бути виконані в одному стилі та зі спряженням $0,5g$.

На рисунку 1.2 представлено вузький архітектурний шрифт.

ВУЗЬКИЙ АРХІТЕКТУРНИЙ ШРИФТ

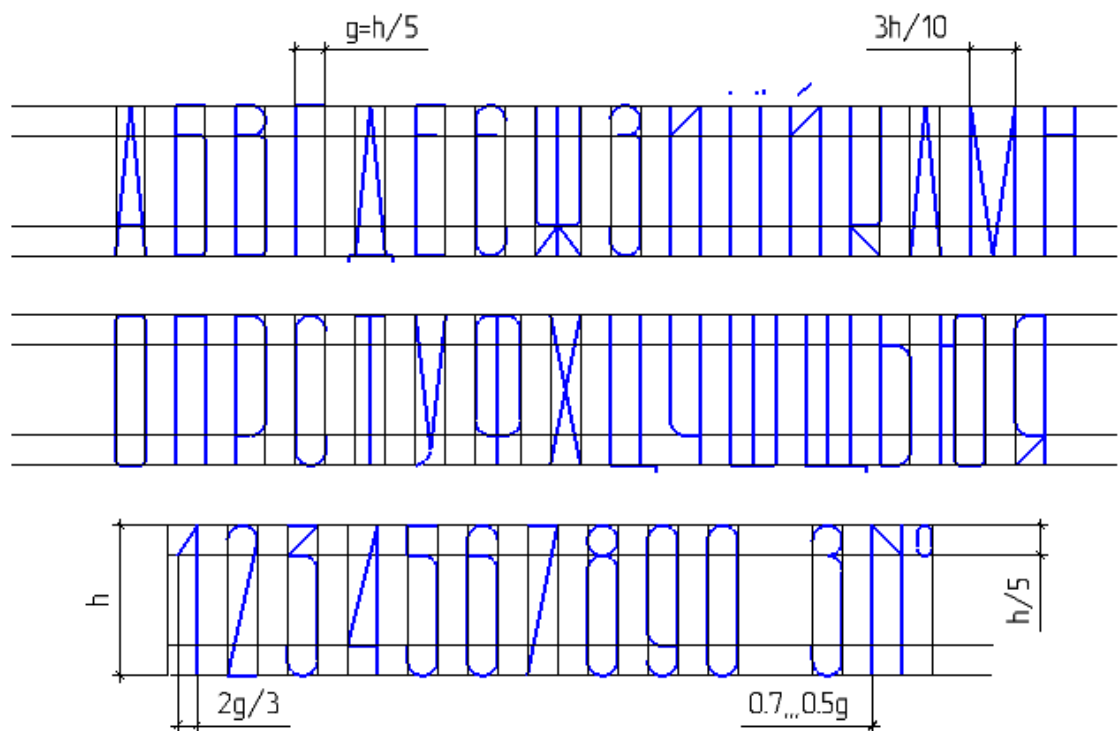


Рисунок 1.2 – Узкий архитектурный шрифт

На рисунках 1.3, 1.4 представлен Шрифт Зодчого за методом Жоффруа Торі. Цей шрифт створений на основі розробок майстрів епохи Відродження. Одним з таких майстрів був французький графік Жоффруа Торі. Шрифт зодчого складається з прописних, малих літер і цифр. Букви і цифри цих шрифтів мають вгорі і внизу зарубки. Існує два способи побудови великих літер цього шрифту. При першому способі букви вписують в квадрат, використовуючи дві одиниці виміру: b – сторона квадрату та $m = 1/9$ сторони квадрату.

При другому способі шрифт будується за допомогою модульної сітки, модуль якої дорівнює m , наявність модульної сітки і чіткість побудов дозволяють легко відтворити літери і не вимагають особливих пояснень.

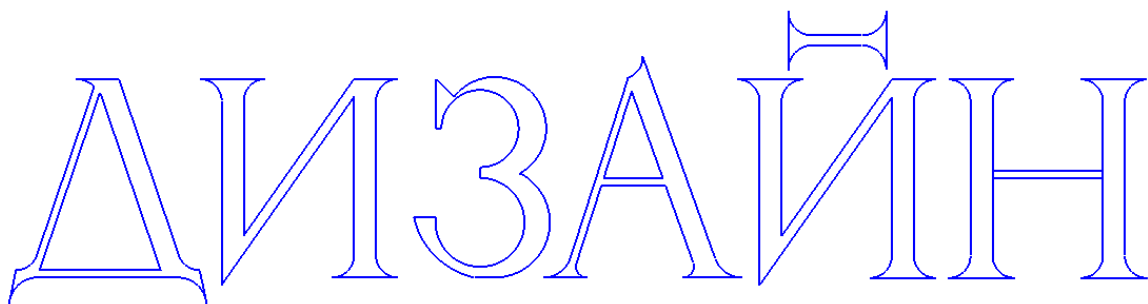


Рисунок 1.3 – Приклад шрифту Зодчого

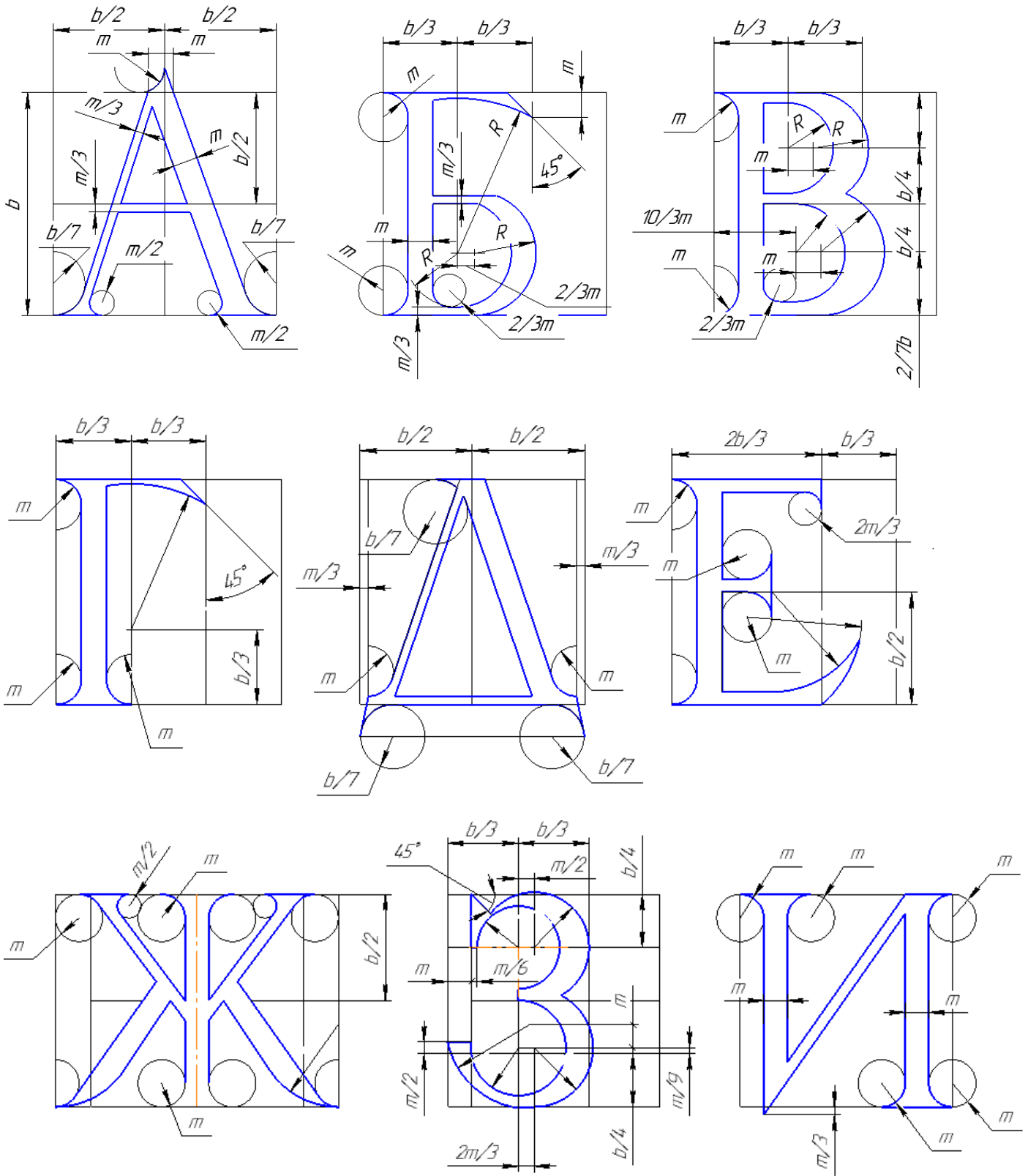


Рисунок 1.4 – Написання літер по методу Жоффрау Торі

2 МЕТОД ПРОЕКЦІЮВАННЯ. ПРОЕКЦІЮВАННЯ ТОЧКИ, ПРЯМОЇ, ПЛОЩИНИ

2.1 Проекції центральні та паралельні

Проекція лінії отримується в перетині проєкціовальної поверхні з площиною проєкції. Паралельне проєкціювання можна розглядати, як окремий випадок центрального, якщо прийняти, що центр проєкцій нескінченно віддалений. **Паралельною проєкцією** точки будемо називати точку перетину проєктуючого променя, проведеного паралельно заданому напрямку, з площиною проєкцій (рисунок 2.1).

Паралельні проєкції поділяються на **косокутні** та **прямокутні**. В першому випадку напрямок проєкціювання складає з площиною проєкцій кут, який не дорівнює 90° , в другому випадку проєктуючі промені перпендикулярні до площини проєкцій.

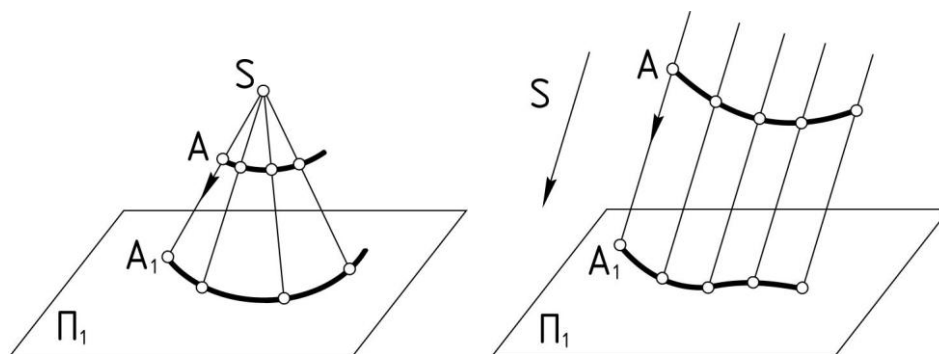


Рисунок 2.1– Центральне та паралельне проєктування

Π_1 – площина проєкцій;

A – точка в просторі;

S – центр проєкції (напрям проєкціювання);

SA – проєктуючий промінь;

A_1 – проєкція точки A

2.2 Система прямокутних координат

Три взаємно перпендикулярні площини визначають модель простору (просторове креслення). Ці три площини приймаємо за площини проєкцій:

Π_1 – горизонтальна площина проєкцій;

Π_2 – фронтальна площина проєкцій;

Π_3 – профільна площина проєкцій.

Визначник точки простору – координати X, Y, Z точки, тобто відстань точки від трьох координатних площин. Приймається, що площини проєкцій суміщені з координатними. Умовний запис визначника точки: $A(X, Y, Z)$.

Проекціювання точки на три площини проєкцій представлено на рисунку 2.2, просторове креслення точки рисунок 2.2а.

Плоске креслення отримується співставленням однієї з площин проєкцій з другою площиною проєкцій обертанням навколо осі проєкцій (рисунок 2.2б).

Лінії зв'язку – прямі в площинах Π_1, Π_2, Π_3 , які з'єднують проєкції точки A (лінії $A_1A_2; A_2A_3$). Лінії зв'язку перпендикулярні до осей проєкцій.

Комплексним кресленням називається плоске креслення, яке складається з проєкцій образу, проєкції якого повинні бути розміщені у проєкційному зв'язку одна з одною.

На рисунку 2.2 представлено комплексне креслення точки A , що містить горизонтальну (A_1), фронтальну (A_2) та профільну (A_3) проєкції точки A , зв'язані між собою лініями проєкційного зв'язку A_1A_2 та A_2A_3 .

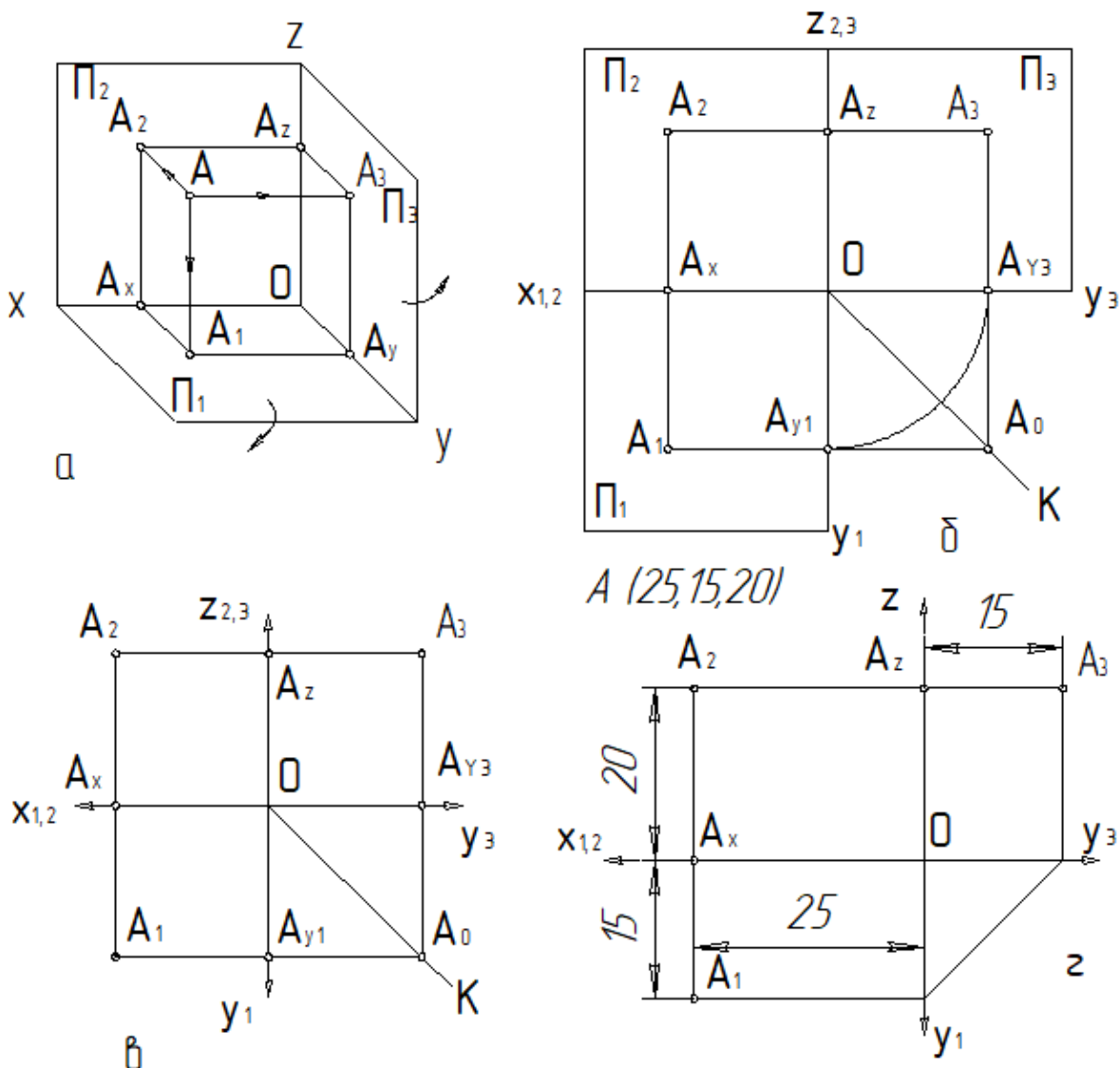


Рисунок 2.2 – Проекціювання точки на три площини проєкцій:

а) просторове креслення; б) комплексне креслення; в) приклад виконання

Проекції точки в прямокутній системі координат (епюр Монжа) представлено на рисунку 2.3.

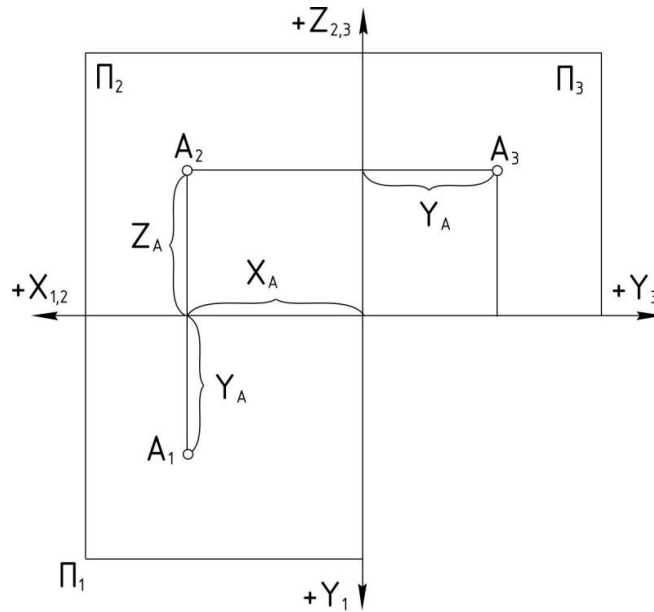


Рисунок 2.3 – Комплексне креслення точки **A**

A₁ – горизонтальна проекція т. **A**;

A₂ – фронтальна проекція т. **A**;

A₃ – профільна проекція т. **A**.

Надалі епюр Монжа будемо називати одним словом – креслення. Двокартинне креслення точки **A** містить три координати, які визначають положення точки в просторі: **X**_{**A**} – широта; **Y**_{**A**} – глибина; **Z**_{**A**} – висота.

Дві взаємно перпендикулярні площини **П**₁ і **П**₂ ділять простір на чотири **чверті**. Координатні площини у своєму перетині утворюють вісім тригранних кутів – вісім **октантів**.

Нумерація октантів вказана на рисунку 2.4. Після повороту площин **П**₁ і **П**₃ до фронтального положення, отримуємо одну площину креслення, де проекції т. **A** розташовані на лініях зв'язку (рисунок 2.4, рисунок 2.5).

Чверті нумеруються також, як I-IV октанти.

На рисунку 2.5 показані т. **A**, **B**, **C**, **D**

т.**A** – в першій чверті;

т.**B** – в другій чверті;

т.**D** – в третій чверті;

т.**C** – в четвертій чверті.

Для побудови профільної проекції т. **A** (рисунок 2.6) необхідно врахувати наступне:

– лінія зв'язку **A**₁**A**₂ перетинає вісь **X** під прямим кутом;

– лінія зв'язку **A**₂**A**₃ перетинає вісь **Z** під прямим кутом;

– лінія зв'язку A_1A_3 будується за допомогою постійної креслення K .

Вказані положення справедливі при побудові проєкцій в усіх октантах (рисунок 2.7).

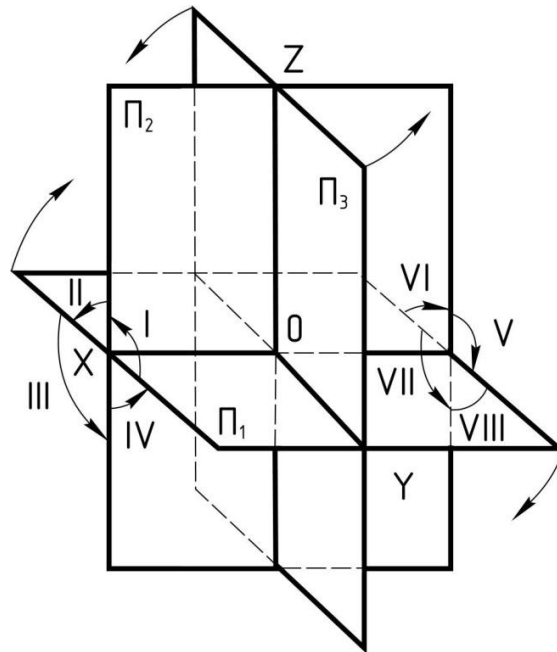


Рисунок 2.4 – Октанти простору

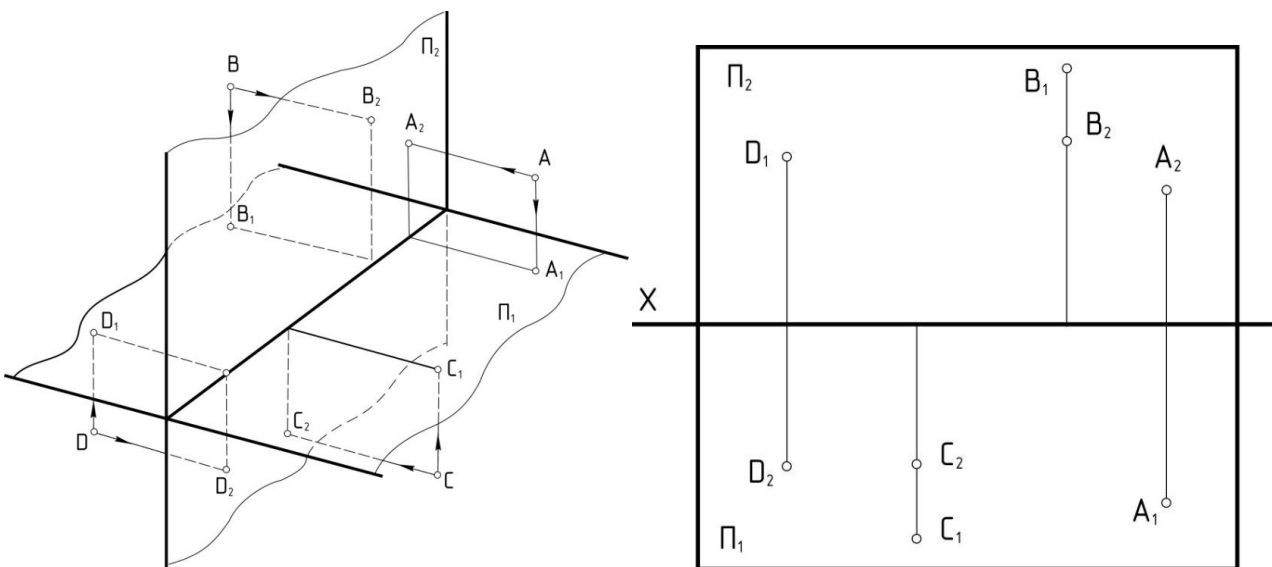
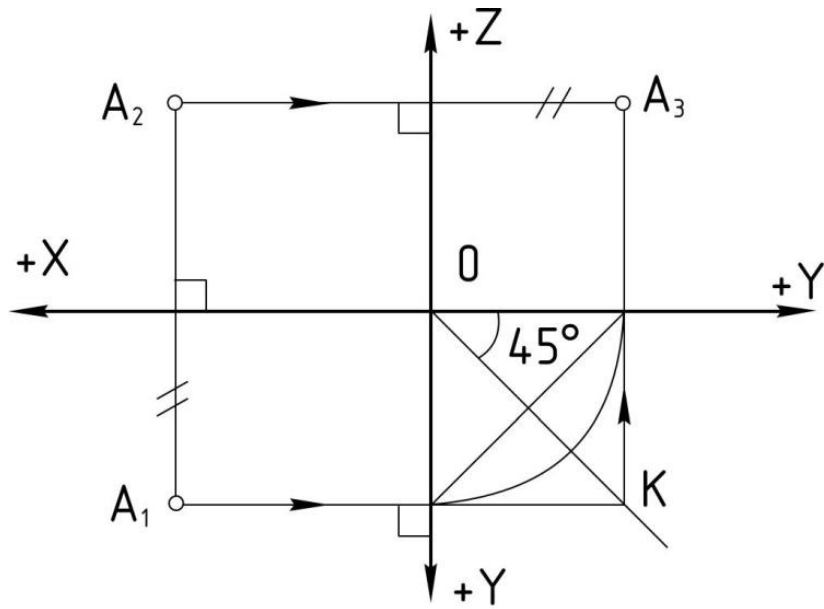
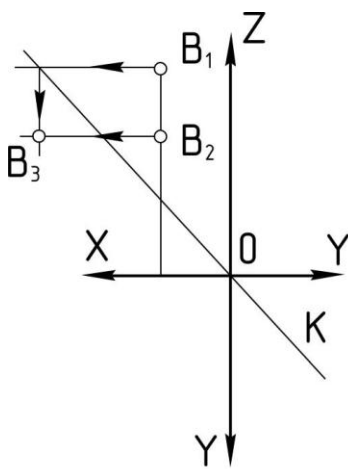


Рисунок 2.5 – Проєкції точок, які належать різним чвертям простору

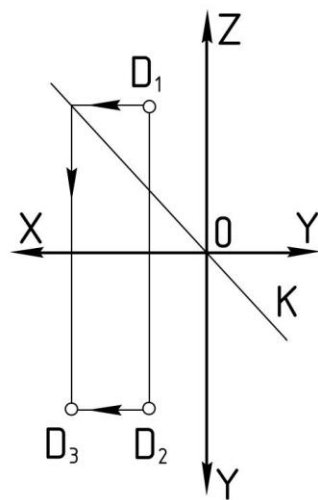


I октант

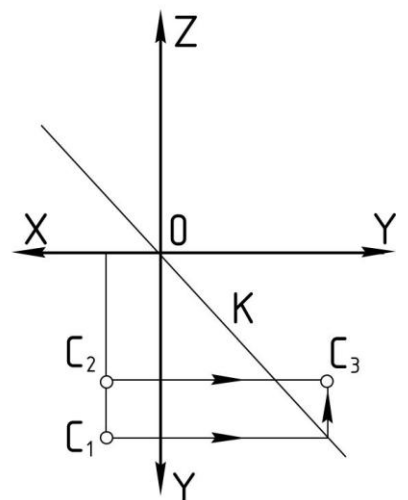
Рисунок 2.6 - Побудова профільної проекції точки за допомогою постійної креслення



II октант



III октант



IV октант

Рисунок 2.7 – Проекції точок, які належать різним октантам простору

3 ПРЯМА ТА ЇЇ ПРОЕКЦІЇ

3.1 Проекції прямої загального положення

Пряма лінія (або відрізок) визначається двома точками, що належать їй (рисунок 3.1). З'єднавши відповідно горизонтальні, фронтальні та профільні проекції точок прямою лінією отримаємо горизонтальну, фронтальну та профільну проекції прямої АВ (відрізка АВ). Пряма, яка не паралельна і не перпендикулярна жодній з площин проекцій називається **прямою загального положення** (рисунок 3.1, рисунок 3.2).

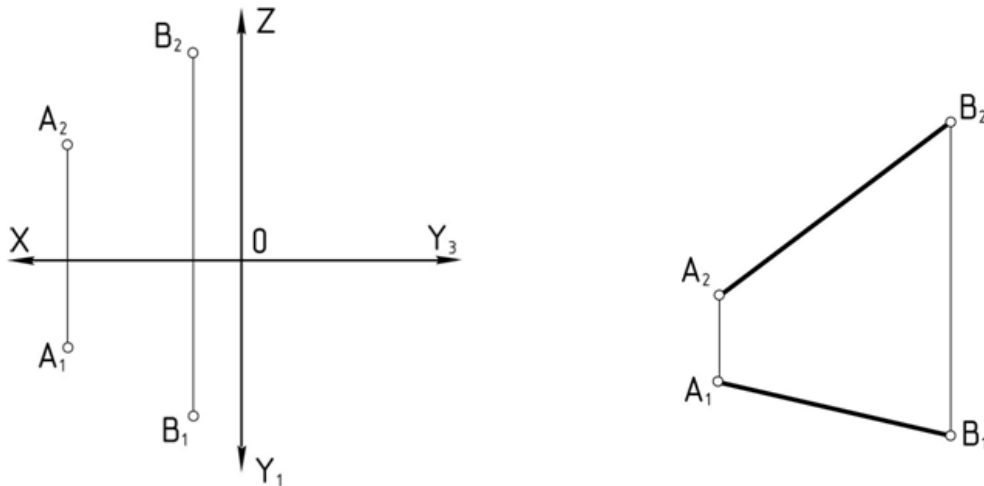


Рисунок 3.1 – Проекції відрізка загального положення

Слідом прямої на площині називається точка перетину прямої з площиною проекцій (рисунок 3.2). На рисунку 3.2 (праворуч) необхідно знайти сліди відрізка АВ. Принцип побудови показано на рисунку 3.2 ліворуч.

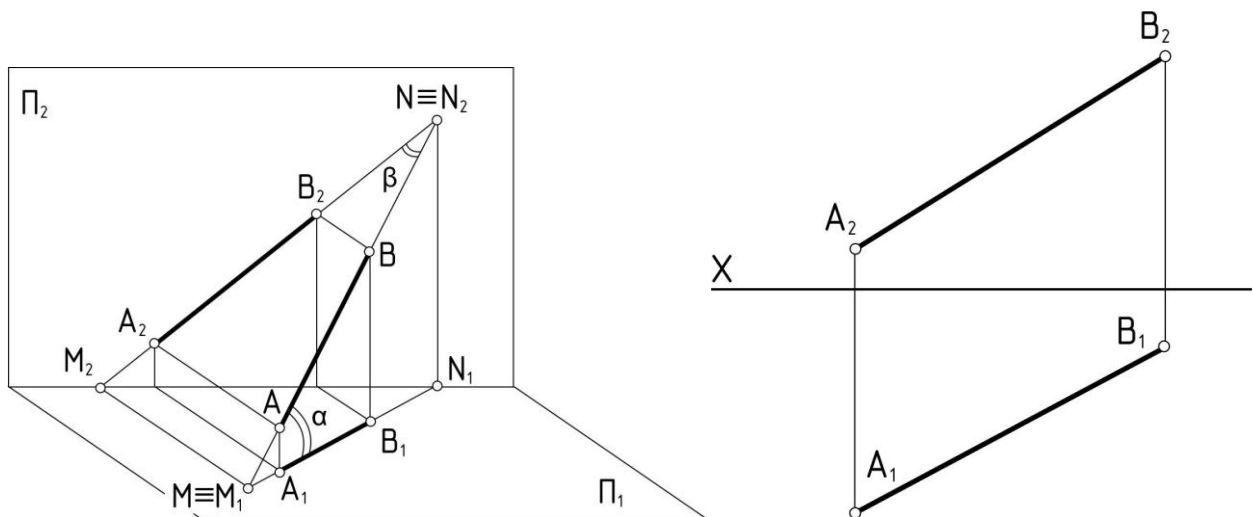


Рисунок 3.2 – Сліди прямої

М – горизонтальний слід прямої АВ;

М₁ – горизонтальна проекція горизонтального сліду;

M_2 – фронтальна проекція горизонтального сліду;

N – фронтальний слід прямої AB ;

N_1 – горизонтальна проекція фронтального сліду;

N_2 – фронтальна проекція фронтального сліду.

3.2 Прямі лінії окремого положення

Наочне уявлення про прямі окремого положення дає модель (рисунок 3.3), де такими прямими є сторони трикутника: катети трикутника перпендикулярні площинам проекцій, а гіпотенуза у кожному випадку паралельна одній з площин проекцій.

Прямі лінії, перпендикулярні до площин проекцій, називаються **проекціювальними**.

Проекціювальна лінія перпендикулярна до однієї з площин проекцій та паралельна до двох інших площин проекцій.

Кожна проекціювальна пряма проектується в точку на одну з площин проекцій та в натуральну величину на дві інші площини проекцій.

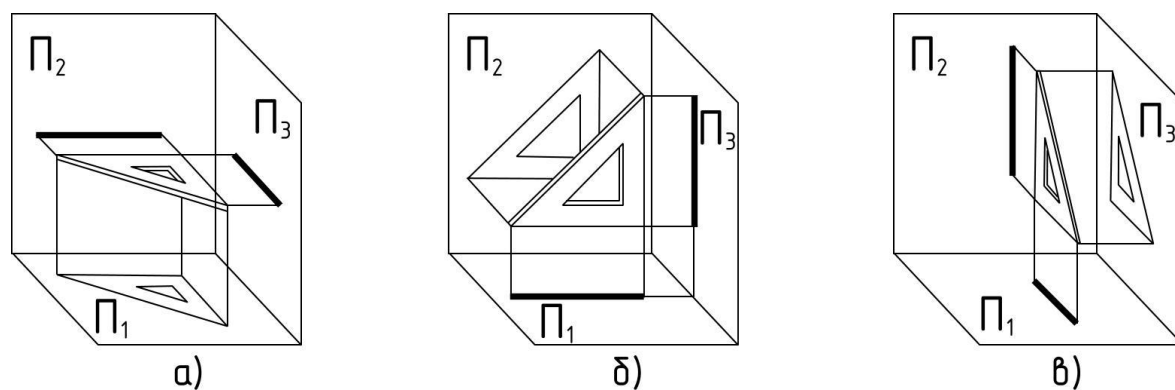


Рисунок 3.3 – Проекції прямих окремого положення

Прямі паралельні тільки одній площині проекцій називають **лініями рівня**.

Кожна лінія рівня має дві проекції, які паралельні до осей проекцій.

Відрізок лінії рівня проектується в натуральну величину лише на одну з площин проекцій.

Розглядаючи рисунок 3.3 та таблицю 3.1, можна відмітити кути нахилу прямих до площин проекцій (кути α , β , γ).

Таблиця 3.1– Проектування прямих особливого положення

Положення прямої	Проекції прямої	Найменування прямої	Особливості проєкцій прямої
$\perp \Pi_1$		Проекціювальні прямі	Горизонтально-проекціювальна Горизонтальна проєкція – точка. Фронтальна та профільна проєкції – натуральні величини
$\perp \Pi_2$			Фронтально-проекціювальна Фронтальна проєкція – точка. Горизонтальна та профільна проєкції – натуральні величини.
$\perp \Pi_3$			Профільно-проекціювальна Профільна проєкція – точка. Горизонтальна та фронтальна проєкції – натуральні величини.
$\parallel \Pi_1$		Прямі рівня	Горизонтальна Фронтальна проєкція \parallel до осі X. Профільна проєкція \parallel до осі Y. Горизонтальна проєкція – натуральна величина $\angle \beta$ до Π_2 , $\angle \gamma$ до Π_3
$\parallel \Pi_2$			Фронтальна Горизонтальна проєкція \parallel до осі X. Профільна проєкція \parallel до осі Z. Фронтальна проєкція – натуральна величина $\angle \alpha$ до Π_1 , $\angle \gamma$ до Π_3
$\parallel \Pi_3$			Профільна Горизонтальна проєкція \parallel до осі Y. Фронтальна проєкція \parallel до осі Z. Профільна проєкція – натуральна величина $\angle \beta$ до Π_2 , $\angle \alpha$ до Π_1

3.3 Взаємне положення двох прямих

Паралельні прямі. Проекції двох паралельних прямих паралельні між собою (рисунок 3.4а).

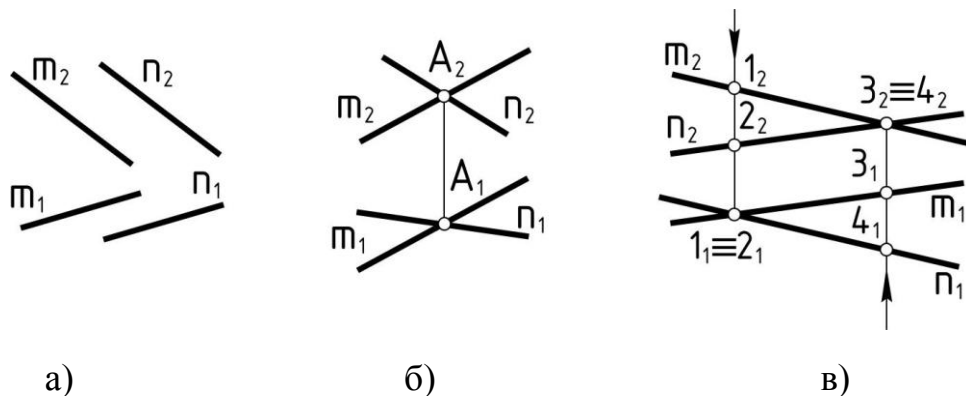


Рисунок 3.4 – Взаємне положення двох прямих: а) паралельні прямі; б) прямі, що перетинаються; в) мимобіжні прямі

Прямі, які перетинаються. Якщо дві прямі перетинаються, то їх однойменні проекції теж перетинаються, а проекції точки перетину лежать на одній лінії зв'язку (рисунок 3.4б).

Мимобіжні прямі. Ці прямі лінії не перетинаються і не паралельні між собою (рисунок 3.4в). Якщо прямі, що перетинаються та паралельні прямі лежать в одній площині, то мимобіжні прямі лежать в двох паралельних площинах.

Видимість.

Точки 1 та 2 є **конкуруючими** при визначенні видимості двох прямих на горизонтальній проекції (рисунок 3.5). Точки 3 и 4 є **конкуруючими** при визначенні видимості двох прямих на фронтальній проекції.

Точки 1 и 2 порівнюються по висоті (координата Z), напрямком погляду на точки по горизонтально-проекціювальній прямій а .

Точки 3 и 4 порівнюються по глибині розташування (координата Y).

Напрямок погляду на точки по фронтально-проекціювальній прямій В.

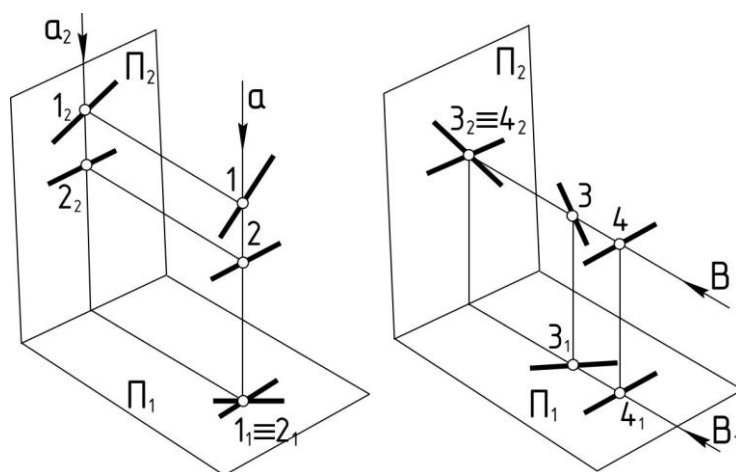


Рисунок 3.5 – Визначення видимості за допомогою конкуруючих точок

3.4 Задачі

Задача 3.1 Позначити на кресленні фронтальну і горизонтальну проекції прямої a , яка проходить через точки A та B (рисунок 3.6). Координати задати самостійно.

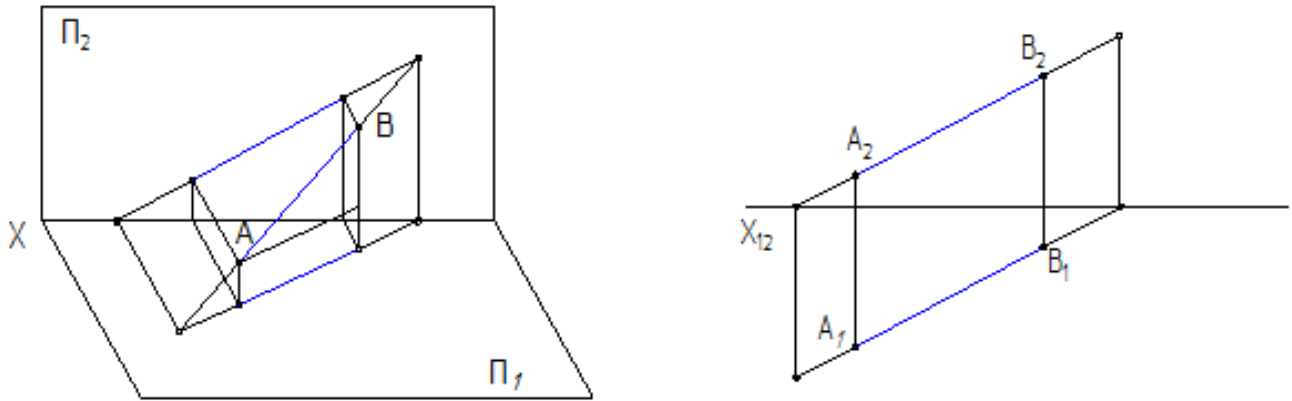


Рисунок 3.6 – Проекції прямої загального положення

Задача 3.2. Визначити натуральну величину відрізка AB способом прямокутного трикутника (рисунок 3.7 ліворуч).

Задача 3.3. Розділити відрізок AB у відношенні 2:5 (рисунок 3.7 праворуч).

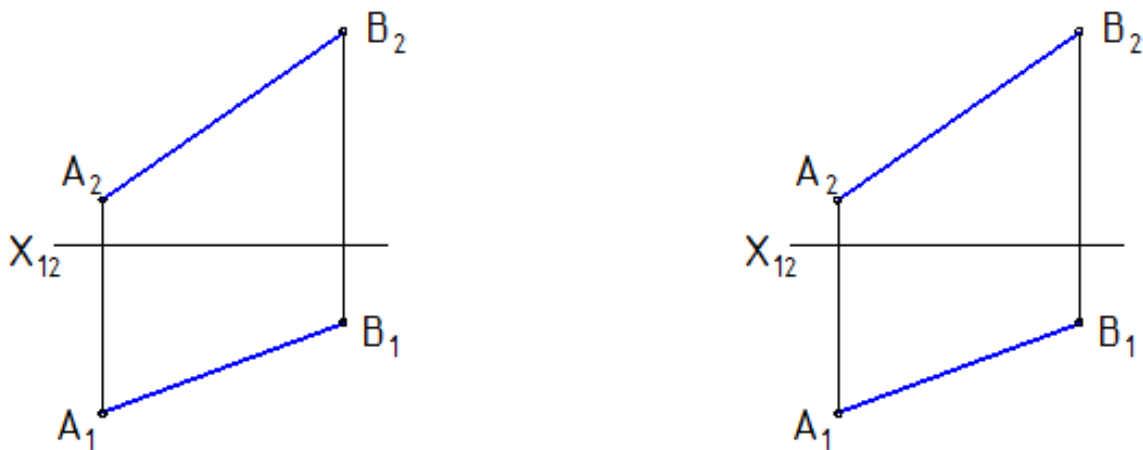
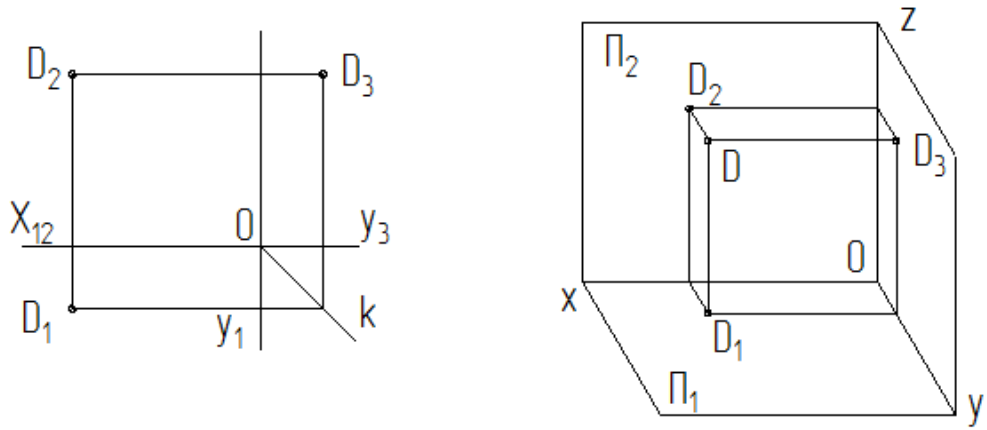


Рисунок 3.7 – Умова для задач 3.2 та 3.3

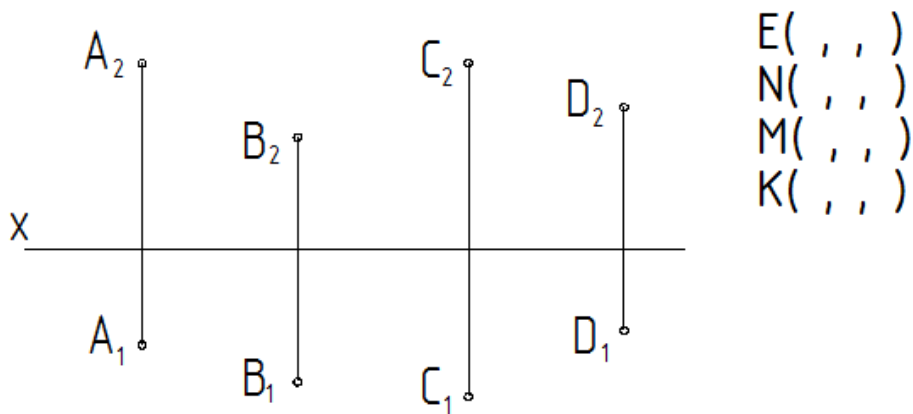
Задача 3.4. Побудувати зображення точок $A(25;20;15)$, $B(20;25;0)$ і $C(35;0;10)$ у фронтальній диметрії і на комплексному кресленні за зразком точки D :



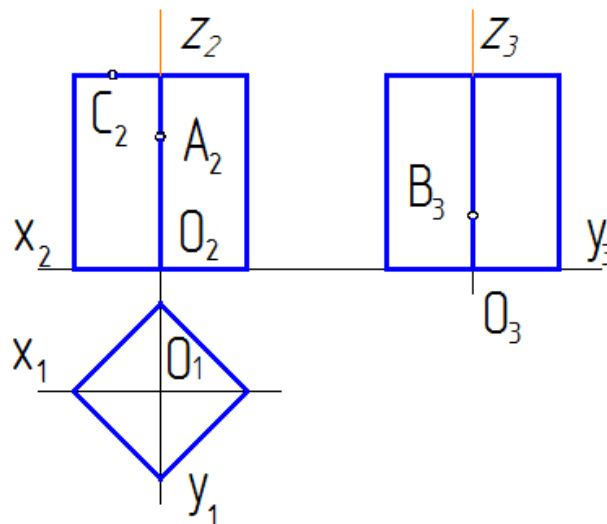
Задача 3.5 Задані точки A, B, C, D. Побудувати:

- 1) точку E, розміщену під точкою A на 15мм;
- 2) точку N, розміщену над точкою B на 20мм;
- 3) точку M, розміщену за точкою C на 10мм;
- 4) точку K, розміщену перед точкою D на 5мм.

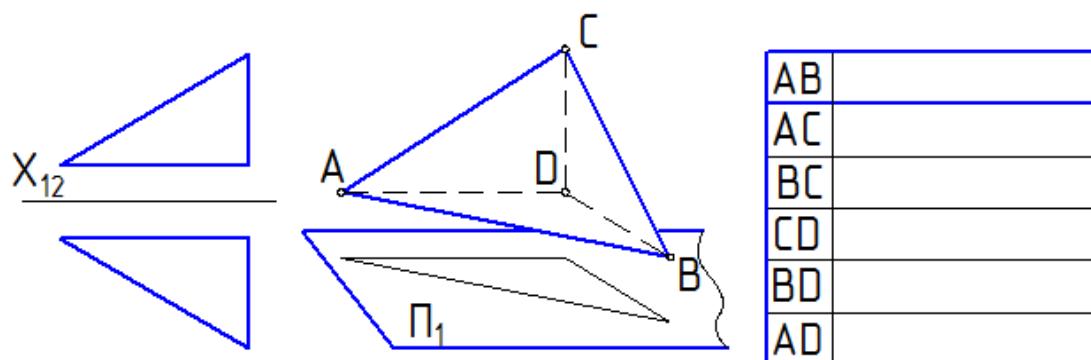
Виміряти та записати координати точок:



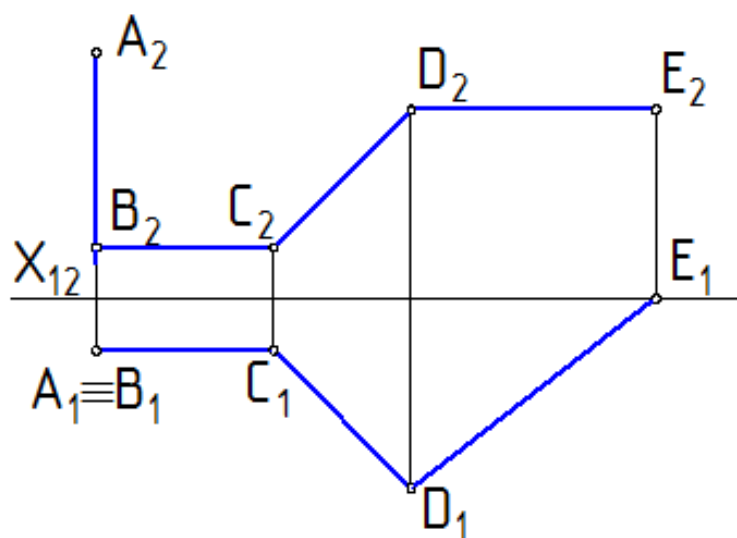
Задача 3.6 Побудувати проєкції, яких не вистачає для видимих точок A, B, C, які належать призмі. Записати координати точок у вказаній системі координат.



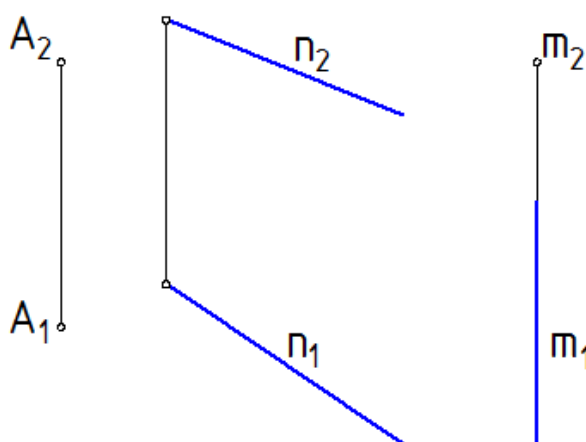
Задача 3.7 На епюрі позначити літерами проекції вершин піраміди і записати в таблицю положення ребер відносно площин проекції.



Задача 3.8 Визначити справжню довжину ламаної лінії ABCDE в мм. Побудувати на CD точку K з умови : $|CK|=15$ мм.



Задача 3.9 Через точку A провести пряму, яка перетинає прямі n і m.



4 ПЛОЩИНА

4.1 Площина загального положення

Площина у просторі безмежна. Проекцією площини слід вважати усе поле площини проєкцій.

Визначник площини – це три точки, які не лежать на одній прямій: $\Sigma(A, B, C)$.

Площина на комплексному кресленні може бути задана: трьома точками; прямою та точкою, що їй не належить; паралельними прямими; прямими, що перетинаються; трикутним відсіком; слідами (рисунок 4.1):

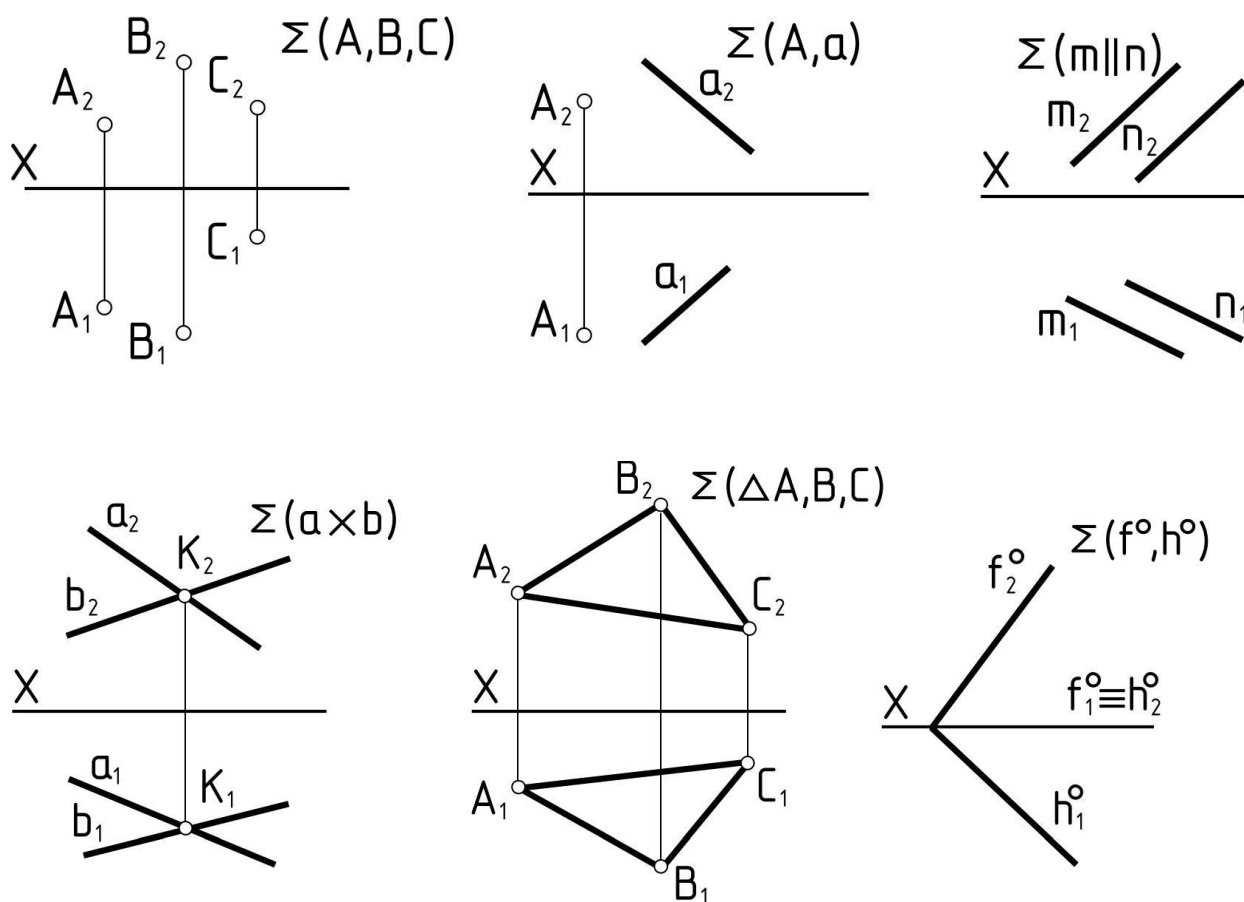


Рисунок 4.1 – Способи задання площини

Площиною загального положення називається площина, яка не паралельна і не перпендикулярна до жодної з площин проєкцій (рисунок 4.2).

Слід площини – лінія перетину площини з площиною проєкцій.

h° - горизонтальний слід площини Σ ;

f° - фронтальний слід площини Σ ;

p° - профільний слід площини Σ .

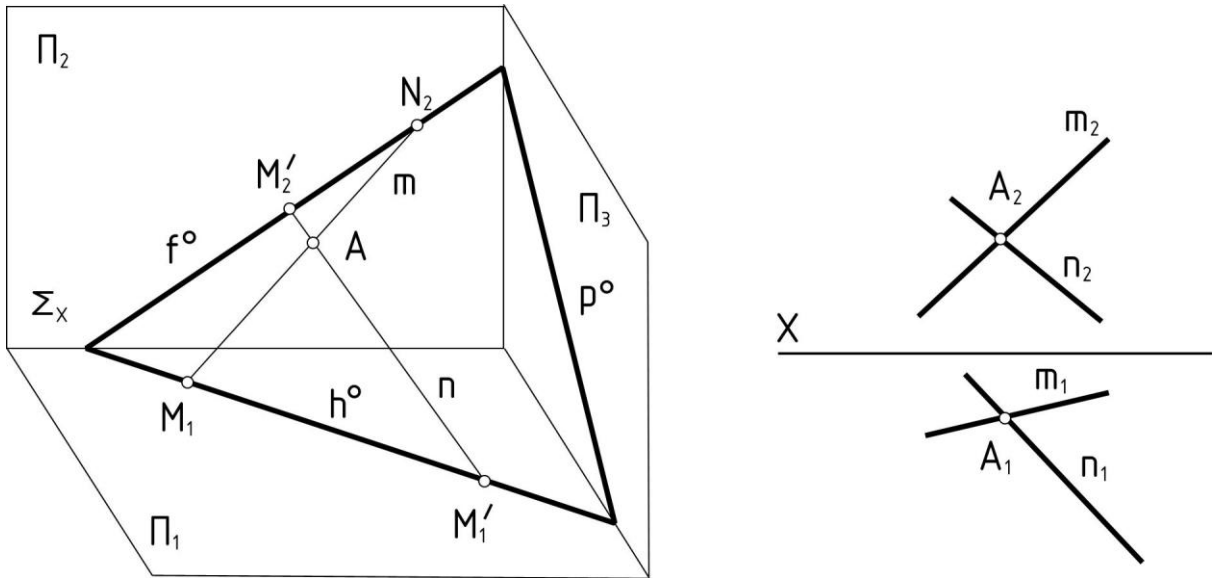


Рисунок 4.2 – Площина загального положення

4.2 Окремі положення площини

Площини окремого положення діляться на два види:

площини проєкціювальні – перпендикулярні до однієї з площин проєкцій та нахилені до іншої;

площини рівня – паралельні одній площині проєкцій.

Лінія перетину площин окремого положення з площиною проєкцій називається **слідом-проєкцією**, слід площини одночасно є також її проєкцією.

Слід-проєкція повністю визначає площину.

4.2.1 Проєкціювальні площини

1. Горизонтально-проєкціювальна площина

Горизонтальна проєкція – пряма лінія (рисунок 4.3).

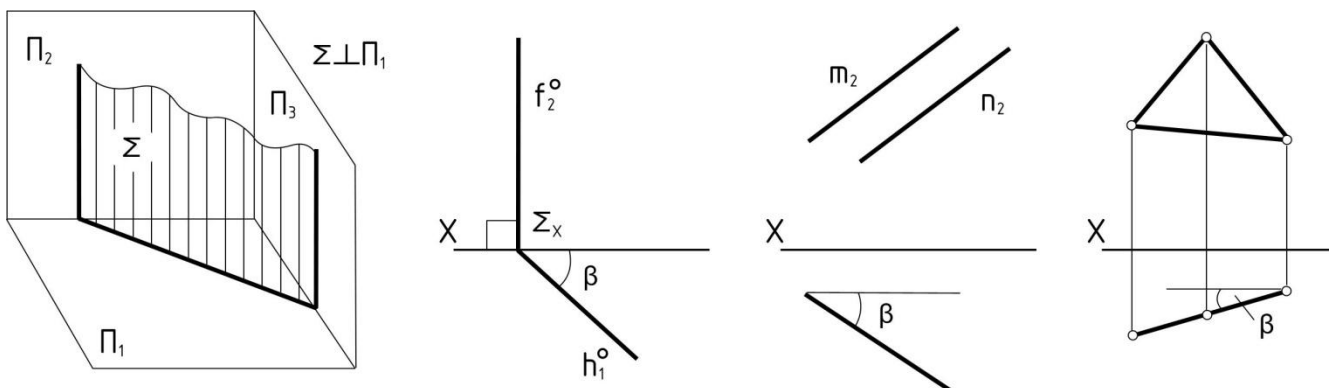


Рисунок 4.3 – Проєкції горизонтально-проєктуючої площини

2. Фронтально – проєкціювальна площина

Фронтальна проєкція такої площини – пряма лінія (рисунок 4.4).

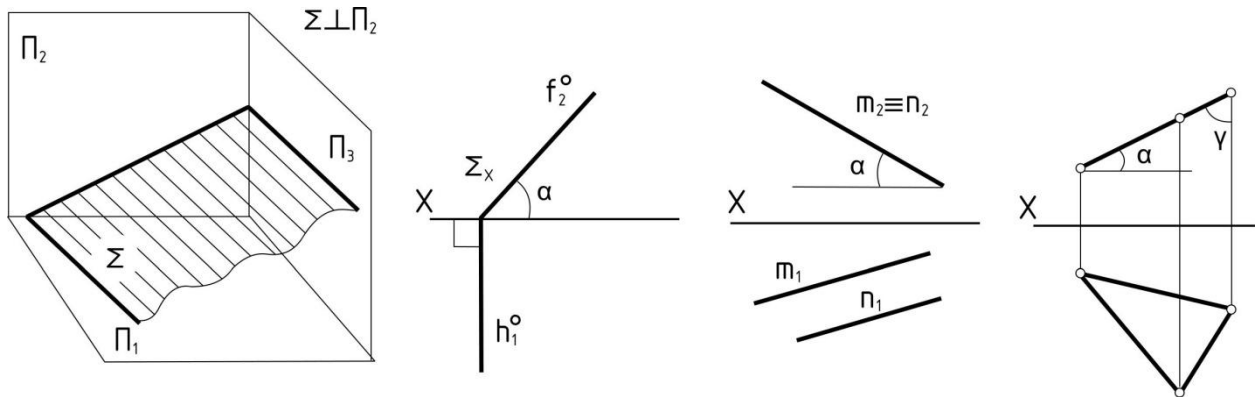


Рисунок 4.4 – Фронтально-проєкціювальна площина

3. Профільно-проєкціювальна площина

Профільна проєкція профільно-проєкціювальної площини – пряма лінія (рисунок 4.5)

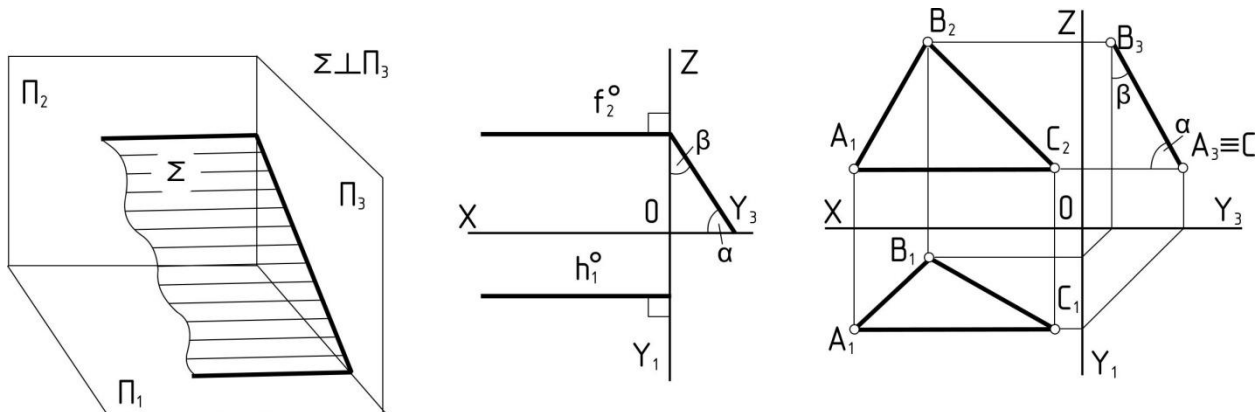


Рисунок 4.5 – Профільно-проєкціювальна площина

4.2.2 Площини рівня

1. Горизонтальна площина Σ

Фронтальні та профільні проєкції горизонтальної площини – це прямі лінії (рисунок 4.6). Горизонтальна проєкція горизонтальної площини – її натуральна величина (координата $Z = \text{const}$). На рисунку 4.6 праворуч горизонтальна проєкція трикутника є його натуральною величиною.

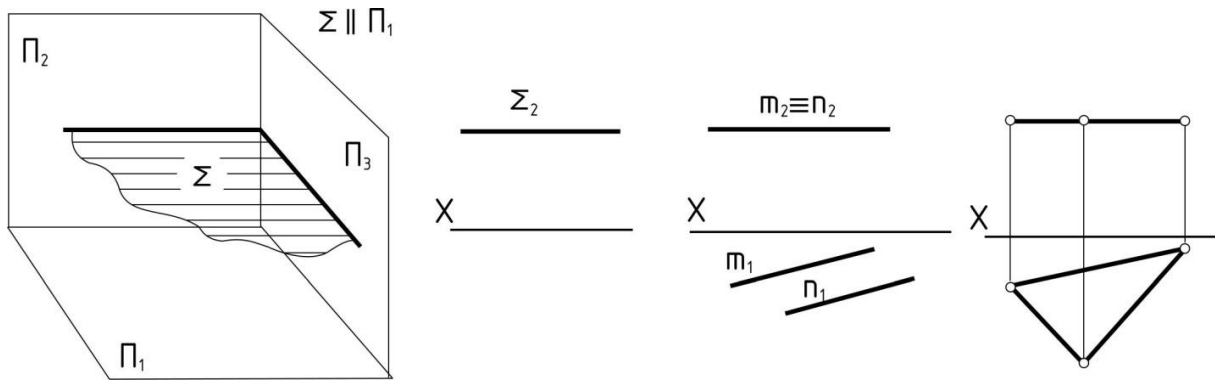


Рисунок 4.6 – Проекції горизонтальної площини

2. Фронтальна площина Σ

Горизонтальна та профільна проекції фронтальної площини – це прямі лінії (рисунок 4.7). Фронтальна проекція фронтальної площини – її натуральна величина (координата $Y = \text{const}$).

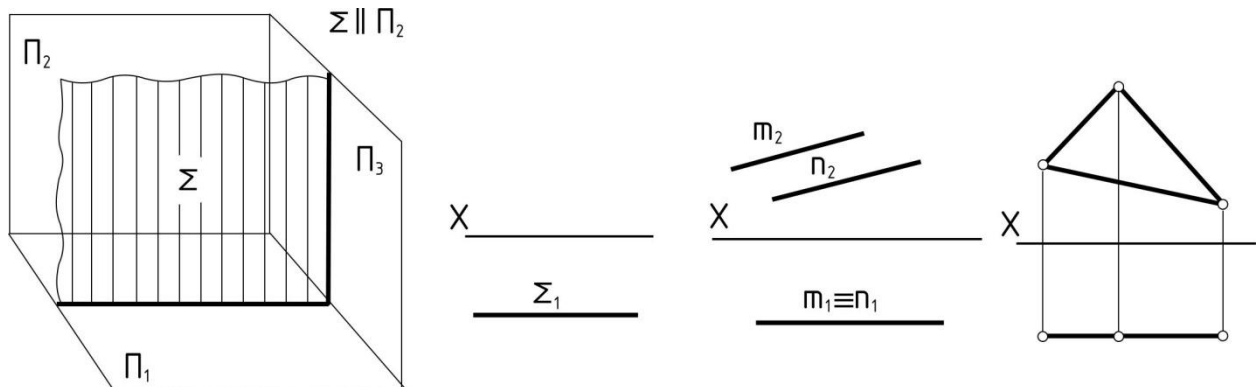


Рисунок 4.7 – Проекції фронтальної площини

3. Профільна площина Σ

Горизонтальна та фронтальна проекції профільної площини – це прямі лінії (рисунок 4.8). Профільна проекція профільної площини – її натуральна величина (координата $X = \text{const}$).

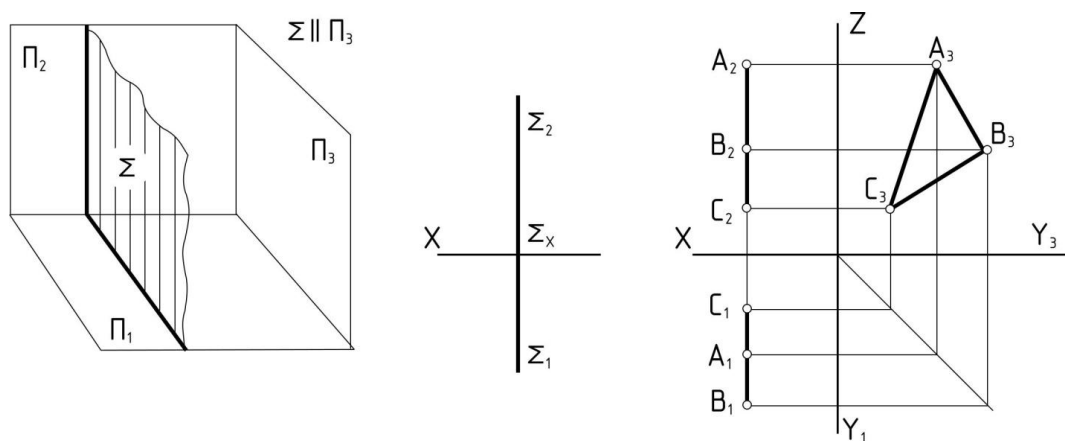


Рисунок 4.8 – Проекції профільної площини

4.3 Точка і пряма в площині

Точка належить площині, якщо вона належить будь-якій прямій, що лежить в цій площині (рисунок 4.9а). **Пряма належить площині**, якщо вона проходить через дві точки, що належать цій площині (рисунок 4.9б).

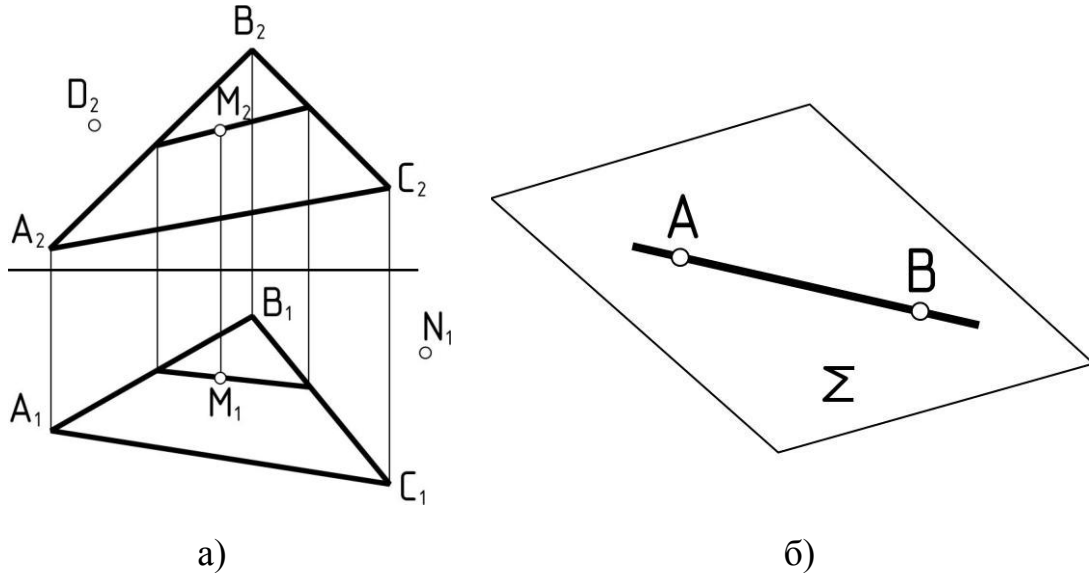


Рисунок 4.9 – Належність точки та прямої площині

4.4 Лінії рівня площини

1. **Горизонталь** – це лінія, яка належить площині і паралельна горизонтальній площині проєкцій (рисунок 4.10).

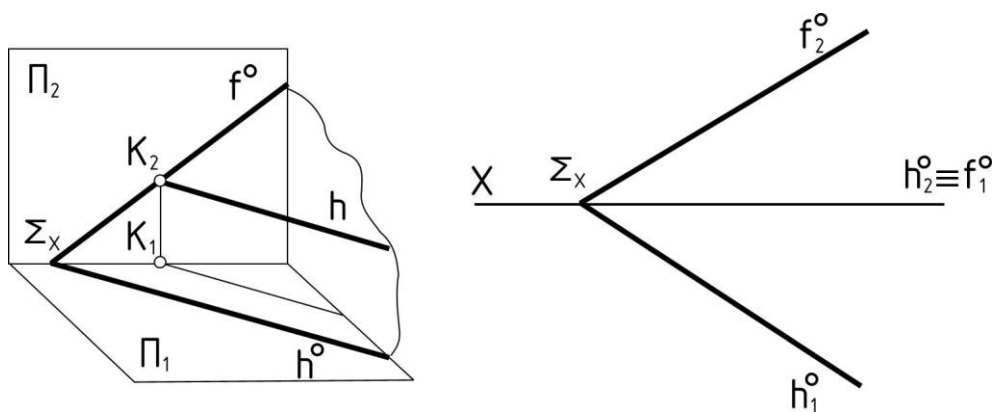


Рисунок 4.10 – Горизонталь площини

2. **Фронталь** – лінія, що належить площині і паралельна фронтальній площині проєкцій (рисунок 4.11).

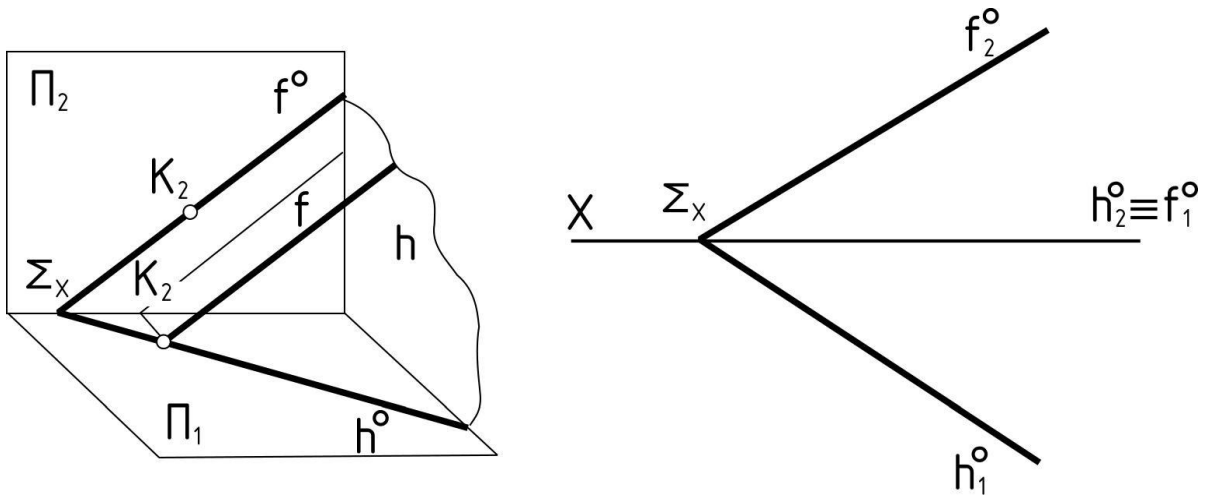


Рисунок 4.11 – Фронталь площини

3. Лінія найбільшого нахилу – лінія, що належить площині і перпендикулярна відповідно до горизонталей (рисунок 4.12а) або до фронталей (рисунок 4.12б) цієї площини.

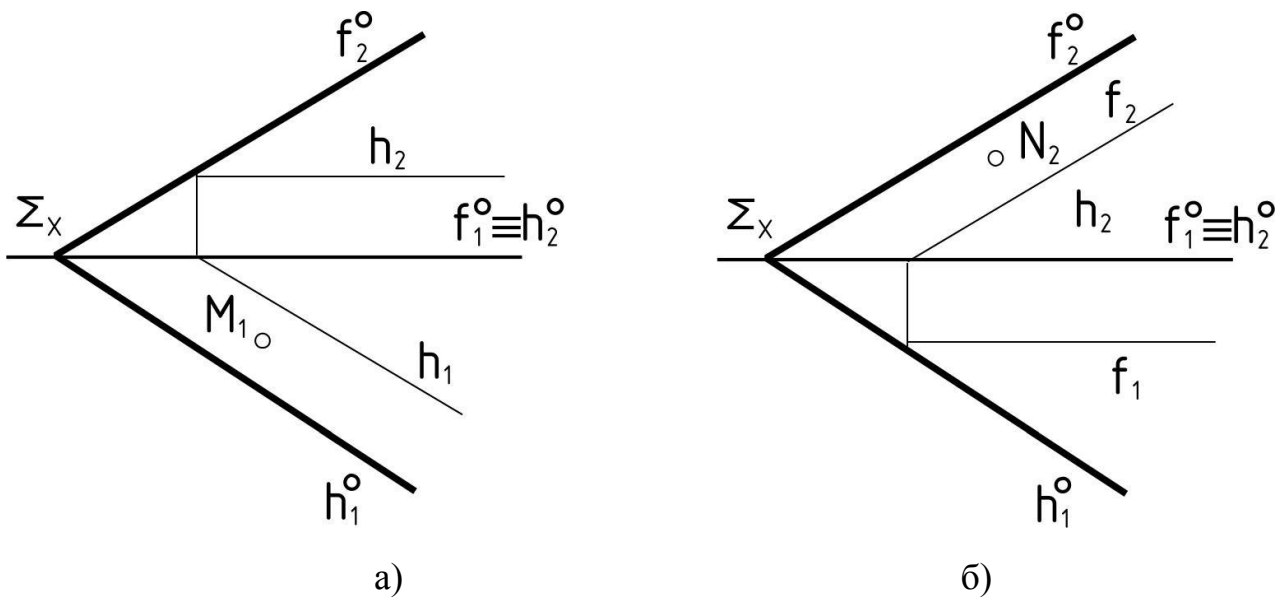
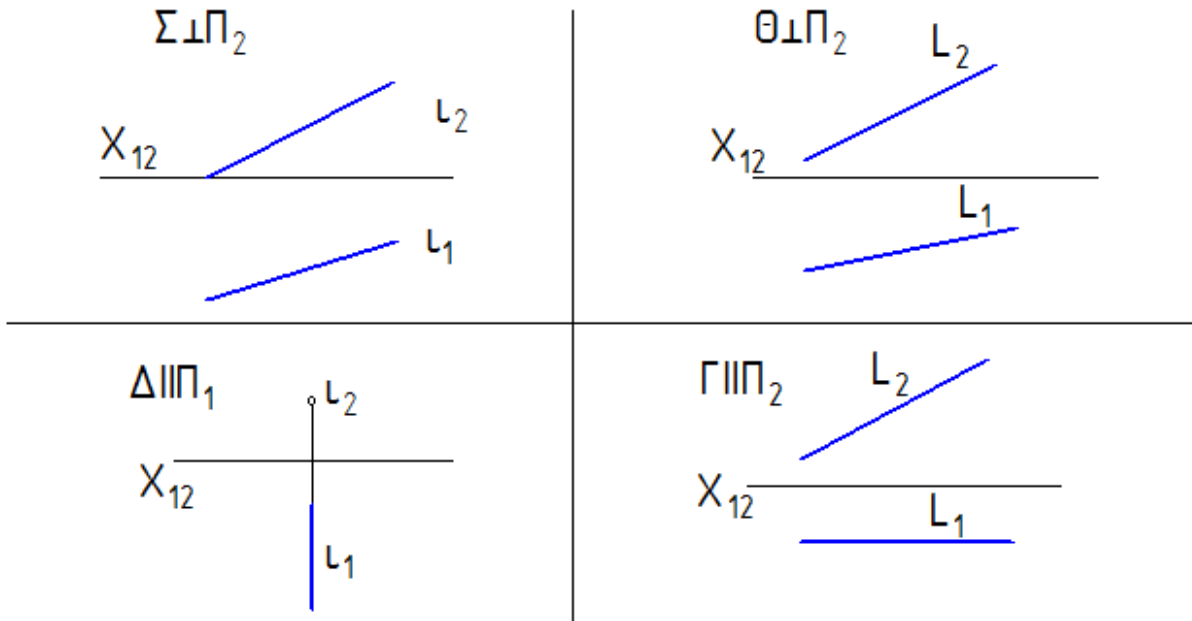


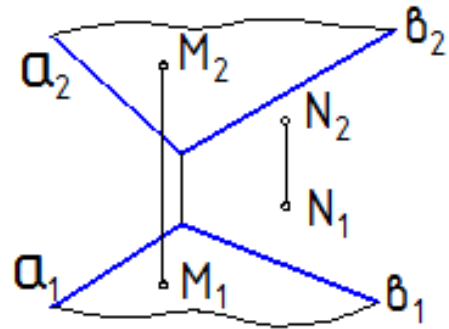
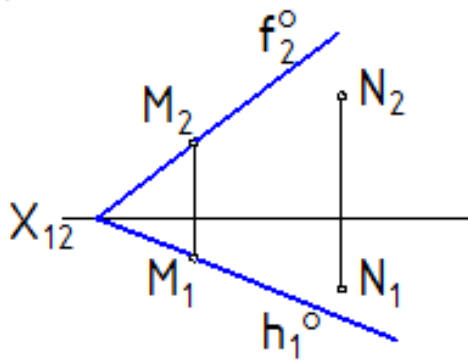
Рисунок 4.12 – Лінії найбільшого нахилу площини

4.5 Задачі

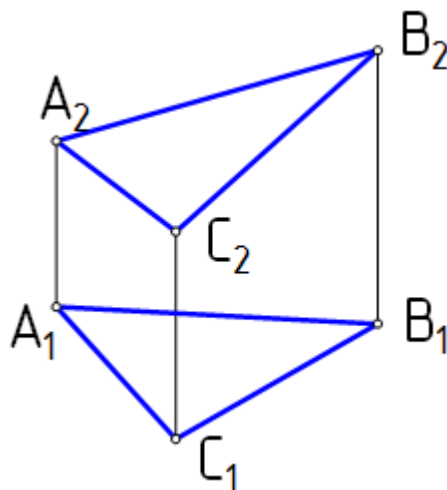
Задача 4.1 Включити пряму l в площину:



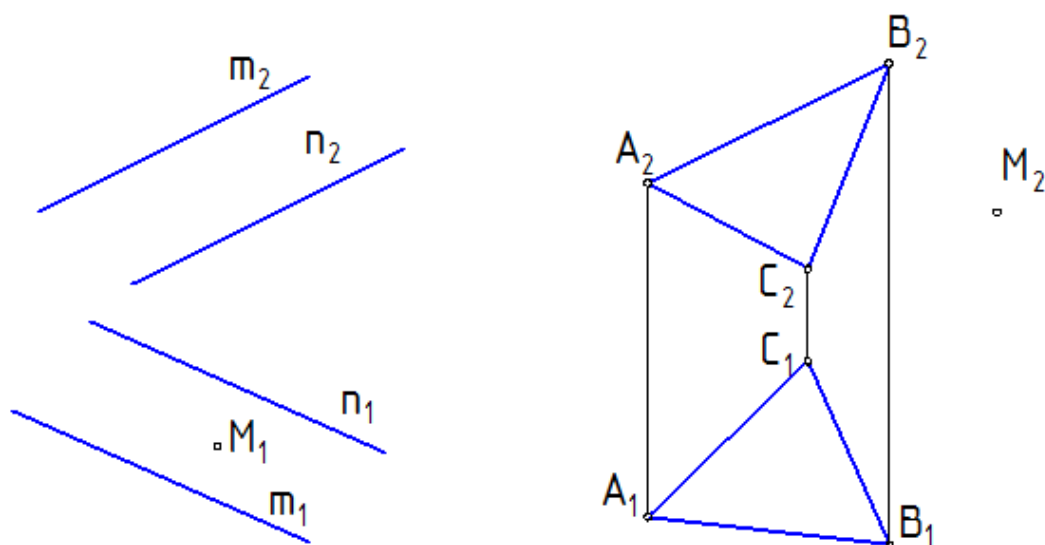
Задача 4.2 Визначити та символічно записати, чи належать точки M і N заданій площині.



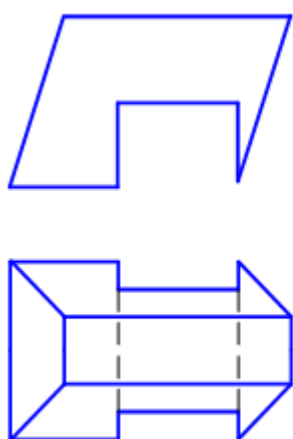
Задача 4.3 В площині ΔABC провести: а) фронталь, яка проходить через точку B ; б) горизонталь, яка проходить через точку A ; в) лінію найбільшого нахилу до Π_1 .



Задача 4.4 Побудувати відсутні проекції точки М за умови належності її заданим площинам.

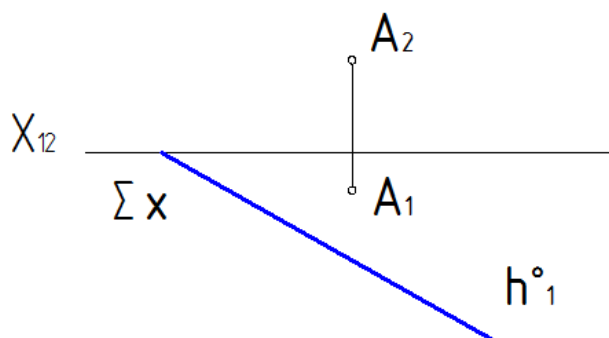


Задача 4.5 Підрахувати та записати в таблицю кількість граней зображеного тіла:



Положення граней	Кількість
Горизонтальне	
Фронтальне	
Профільне	
<u>Горизонтально-проекційвальне</u>	
<u>Фронтально-проекційвальне</u>	
<u>Профільно-проекційвальне</u>	

Задача 4.6 Побудувати фронтальний слід площини, якщо задано її горизонтальний слід і точка А, яка належить площині



5 ПРЯМА ТА ПЛОЩИНА

Пряма та площина можуть займати в просторі наступні положення:

- пряма та площина перетинаються;
- пряма та площина паралельні;
- пряма належить площині.

5.1 Пряма перетинається з площиною

Загальний план розв'язку задачі на перетин прямої з площиною:

1. Пряму включаємо в допоміжну проєкціовальну площину (рисунок 5.1).
2. Будуємо лінію перетину двох площин /допоміжної і заданої/.
3. Визначаємо точку зустрічі знайденої лінії із заданою прямою.

Для побудови точки перетину прямої l з площиною Σ (рисунки 5.1; 5.2) потрібно виконати наступне:

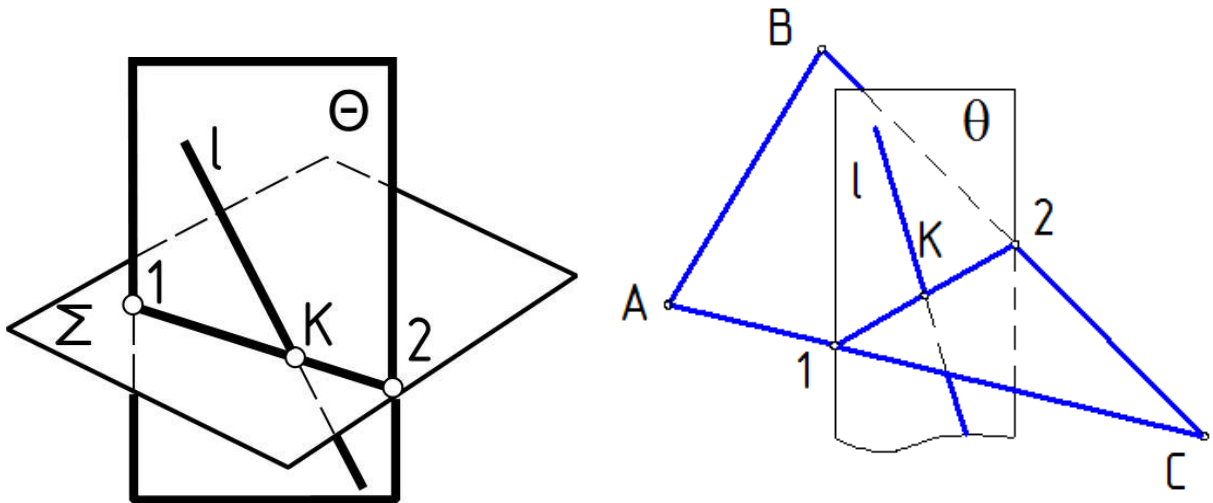


Рисунок 5.1 – Перетин прямої з площиною

1. Провести через пряму допоміжну площину Θ . Площина може бути будь-яка, але найбільш зручне застосування проєкціовальної площини (рисунок 5.2) ($l \subset \Theta$)
2. Побудувати лінію перетину 1-2 площин – даної Σ та допоміжної Θ . ($1-2 = \Theta \times \Sigma$)
3. На перетині даної прямої l з лінією перетину 1-2 знайти точку K зустрічі прямої з площиною $K = (l \times 1-2)$.

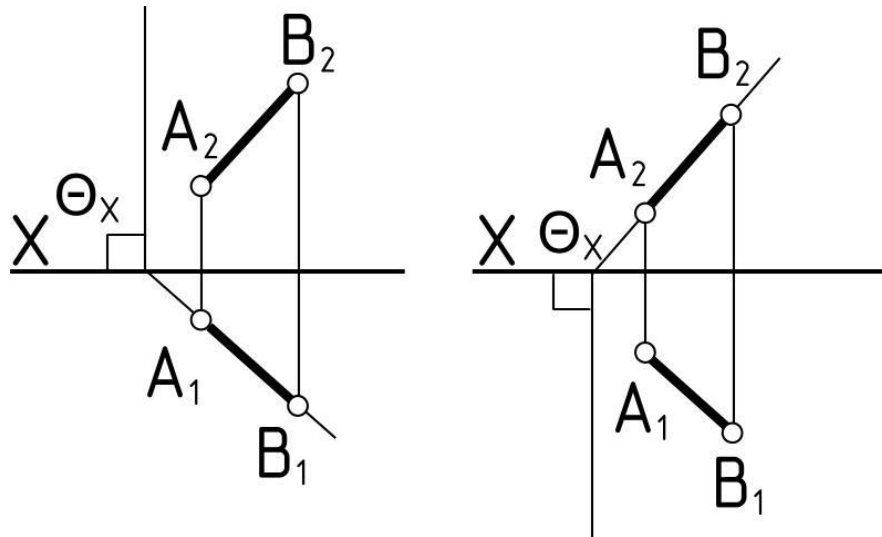


Рисунок 5.2 – Вибір допоміжних площин

В якості допоміжної площини Θ можна обирати проєкціювальні площини або площини рівня. Розмістити пряму в площині означає провести слід проєкціювальної площини через відповідну проєкцію прямої. На рисунку 5.2 ліворуч пряма АВ укладена в горизонтально-проєкціювальну площину Θ .

На рисунку 5.2 праворуч пряма АВ укладена у фронтально-проєкціювальну площину Θ .

5.2 Перетин площин

Способи визначення лінії перетину двох площин

Лінія перетину двох площин визначається або двома точками, що одночасно належать заданим площинам, або однією спільною точкою і відомим напрямком цієї лінії (рисунку 5.3).

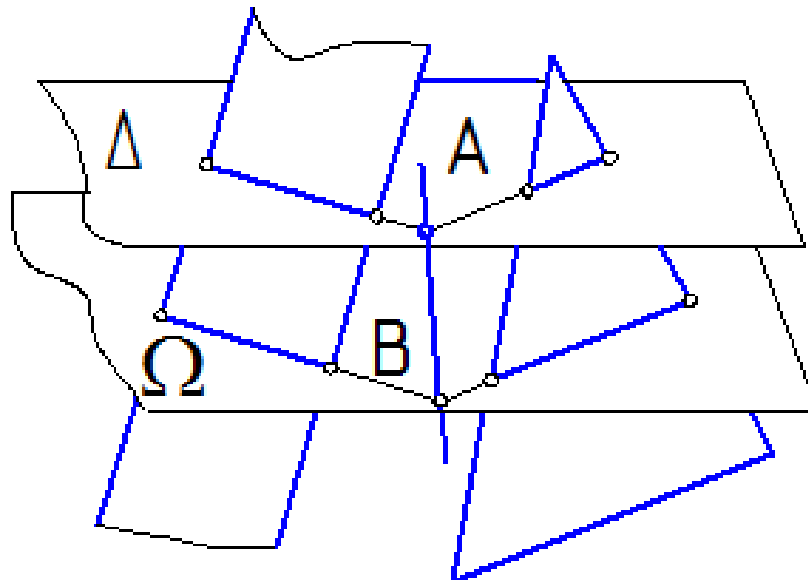
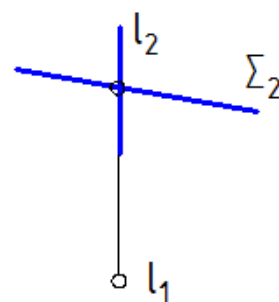
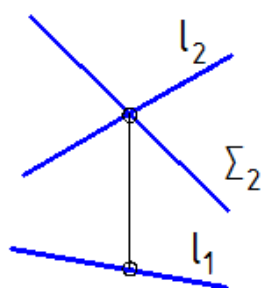
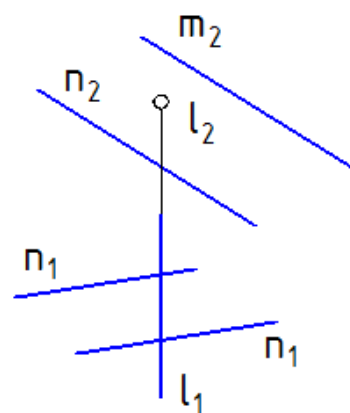
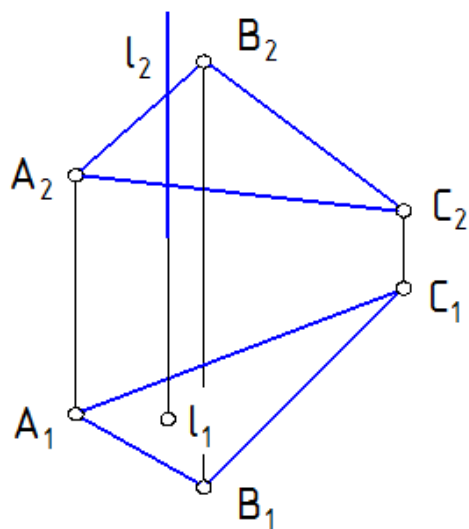


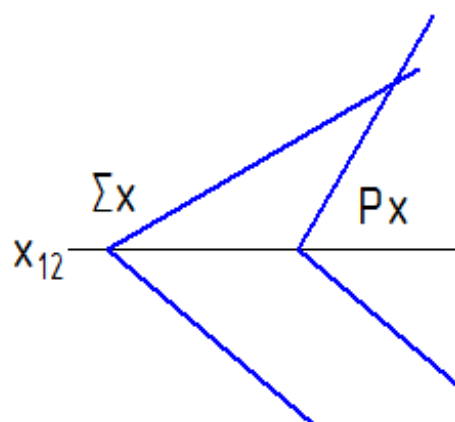
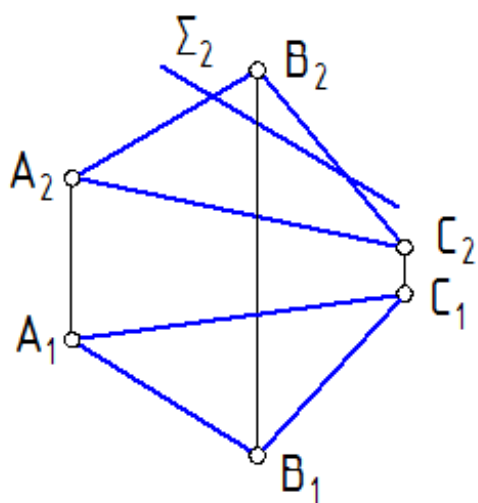
Рисунок 5.3– Визначення перетину двох площин

5.3 Задачі

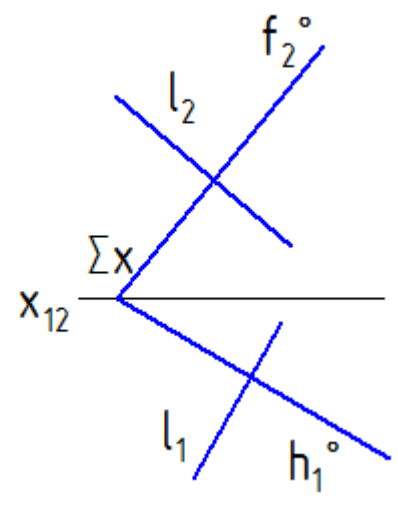
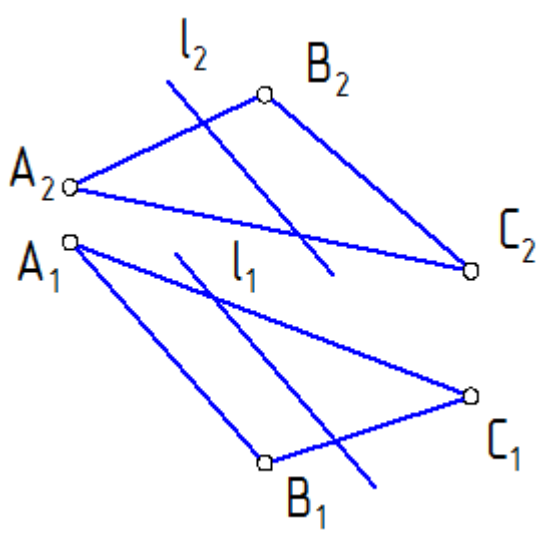
Задача 5.1 Знайти лінію перетину площин з прямою l для чотирьох різних способів завдання площини:



Задача 5.2 Знайти лінію перетину двох площин у наступних прикладах:



Задача 5.3 Знайти точку перетину прямої та площини в наступних прикладах:



6 КРИВІ ЛІНІЇ ТА ПОВЕРХНІ

6.1 Визначення поверхні

Поверхнею називається сукупність послідовних положень лінії, що рухається в просторі за визначеним законом. Ця лінія називається твірною.

Закон руху твірної визначається направляючими елементами і положенням твірної щодо цих елементів у будь-який момент руху.

Таким чином, визначниками поверхні є: твірна; напрямні елементи; умови, що визначають положення твірної відносно напрямних елементів (рисунок 6.1).

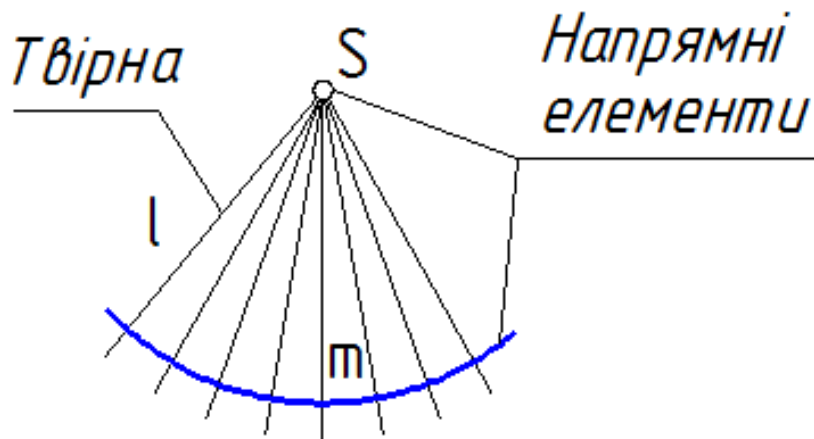


Рисунок 6.1 – Визначники поверхні

Криві лінії – це обриси багатьох інженерних конструкцій та споруд, деталей машин та механізмів, траєкторії рухомих об'єктів. З кривих ліній складаються каркаси поверхонь.

Криву лінію можна розглядати, як слід рухомої точки.

Криві лінії можна розглядати також, як межі поверхні або як результат взаємного перетину поверхонь.

Способи утворення кривих ліній можуть бути різні. Одні криві лінії утворюються за певним законом (закономірні криві);

Утворення інших має емпіричний характер (незакономірні криві лінії).

Закономірні криві лінії можуть бути задані графічно або аналітично, тобто рівнянням. Незакономірні криві лінії задаються тільки графічно на кресленику.

Рівнянням кривої лінії називають таке рівняння між змінними, якому задовольняють координати будь-якої точки, яка належить цій лінії.

Закономірні криві лінії розділяють на алгебраїчні (виражені у декартових координатах алгебраїчними рівняннями) та трансцендентні (виражені неалгебраїчними рівняннями).

Порядком алгебраїчної кривої лінії називають ступінь її рівняння.

Геометрично порядок плоскої алгебраїчної кривої лінії характеризується найбільшим числом точок її перетину з прямою лінією. Порядок просторової алгебраїчної кривої лінії характеризується найбільшим числом точок її перетину з площиною загального положення.

Проекції кривих у загальному випадку представляються кривими того ж або більш низького порядку.

Криві лінії на кресленні задають звичайно проекціями ряду їх точок.

Алгебраїчну криву лінію, аналітичне рівняння якої в декартових координатах має другий ступінь, називають *кривою другого порядку*.

$$Ax^2+2Bxy+Cy^2+2Dx+2Ey+1=0$$

Це рівняння описує криву другого порядку, довільно розміщену на площині відносно координатної системи XOY , і називається *рівнянням кривої* у загальному вигляді. Залежно від співвідношення коефіцієнтів цього рівняння розрізняють чотири типи кривих другого порядку:

- еліпс ($AC - B^2 > 0$);
- гіпербола ($AC - B^2 < 0$);
- парабола ($AC = B^2$);
- коло ($A = C; B = 0; D = E$).

Поверхню можна представити як сукупність усіх положень твірних. Така сукупність ліній поверхні називається її безперервним каркасом. Крім безперервного, часто розглядають на поверхні дискретний каркас. Він не заповнює всю поверхню і по такому каркасу можна визначити положення точок, що належать лініям каркасу. Положення точок, що належать поверхні і, що знаходяться між лініями дискретного каркасу, є невизначеним.

Вигляд утвореної поверхні залежить як від форми твірної лінії, так і від закону переміщення її в просторі. У визначенні закону переміщення твірної лінії часто бере участь напрямна – лінія, котру перетинає твірна у всіх своїх положеннях.

Поверхня вважається цілком заданою, якщо визначена її твірна в будь-який момент переміщення. Інформація, що визначає поверхню як сукупність усіх положень твірної, називається кінематичним законом утворення поверхні.

6.2 Класифікація поверхонь

Крива поверхня представляє собою сукупність послідовних положень лінії, яка переміщується в просторі за певним законом (рисунок 6.2). Ця лінія називається *твірною* α .

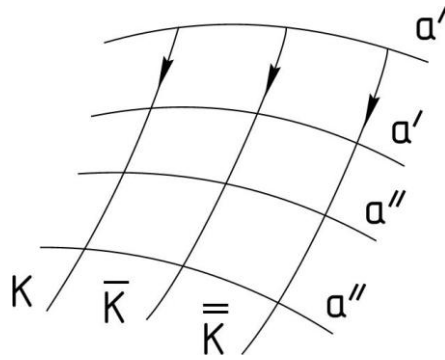


Рисунок 6.2 – Утворення кривої поверхні

Лінія, по якій рухається твірна, є **направляючою**. Твірні та направляючі можна поміняти місцями: лінію **K** прийняти за твірну, а лінію **a** за направляючу.

Як і криві лінії, поверхні можуть бути незакономірні і закономірні. Перші можуть бути задані графічно, другі – як аналітично, так і графічно.

Поверхні можуть бути розділені на групи, як за видом твірних, так і за способом їх утворення. З усіх можливих способів утворення поверхні необхідно обирати такі, які є найбільш простими та більш зручними для зображення або для розв'язку даної задачі.

Щоб задати поверхню на комплексному кресленні, достатньо мати на ньому такі елементи поверхні, котрі дозволяють побудувати кожну її точку. Сукупність цих елементів поверхні є **визначником** поверхні.

Для надання кресленню більшої наочності будують на ньому ще обрис поверхні, а також її найбільш важливі лінії та точки.

Обрисом поверхні є проекція її контурної лінії.

Поверхню, яка утворилась рухомою у просторі прямою (твірною), називають лінійчатою.

Поверхні лінійчаті. Ці поверхні можуть бути утворені переміщенням прямої лінії. Лінійчаті поверхні, твірні яких паралельні або перетинаються є такими, що розгортаються (рисунок 6.3).

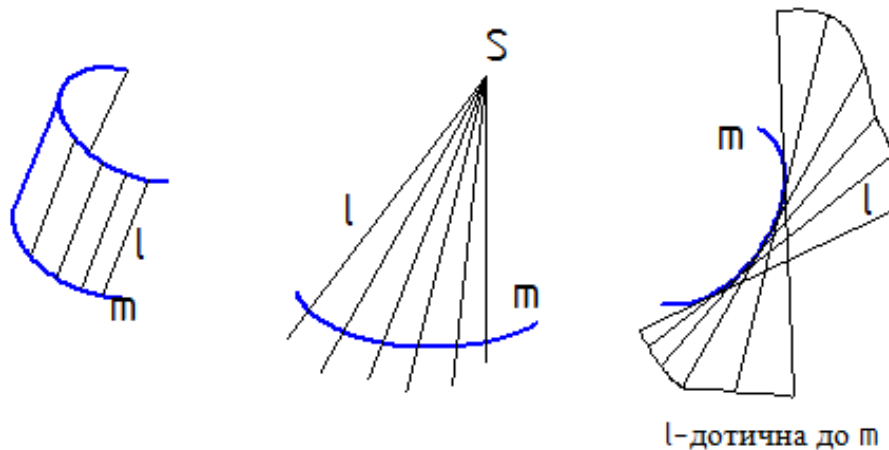


Рисунок 6.3 – Лінійчаті поверхні: циліндрична, конічна, торс

Лінійчаті поверхні з площиною паралелізму (поверхні Каталана)

До нерозгортних поверхонь (рисунок 6.4) можна віднести:

- **циліндроїд** утворюється рухом прямолінійної твірної по двох криволінійних напрямних. Твірна циліндроїда у всіх своїх положеннях залишається паралельною деякій площині.
- **коноїд** утворюється рухом прямолінійної твірної по двох направляючих, одна з яких є кривою лінією, а інша – прямою. Твірна коноїда у всіх своїх положеннях паралельна деякій площині.
- **коса площина** (гіперболічний параболоїд) утворюється рухом прямолінійної твірної по двох прямолінійних напрямних, що схрещуються, у всіх своїх положеннях твірна залишається паралельна до деякої площини паралелізму.

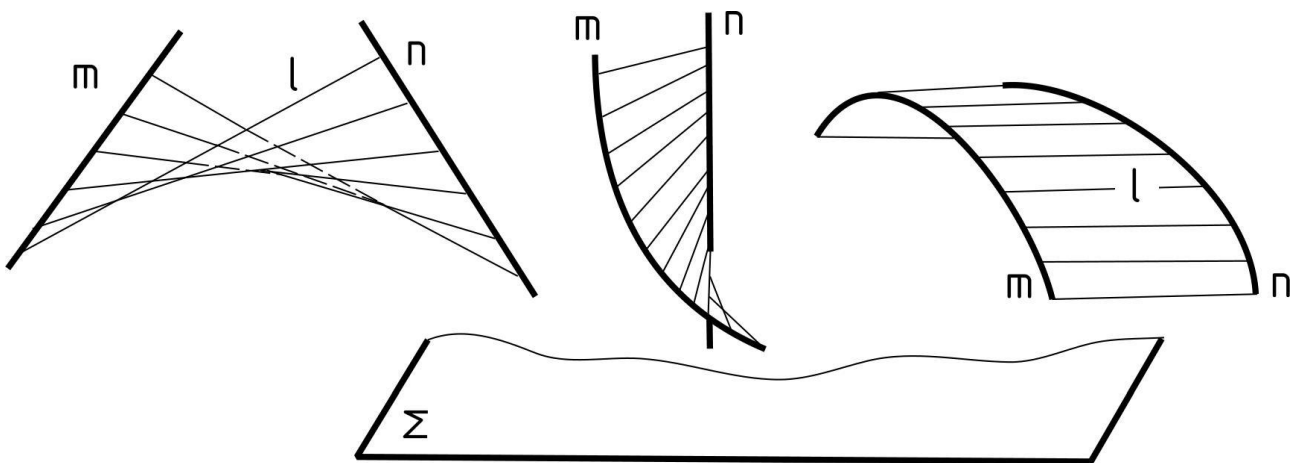


Рисунок 6.4 – Нерозгортні поверхні: коса площина, коноїд, циліндроїд

Лінійчаті поверхні, твірні яких є мимобіжними, - не розгортаються (не можуть бути суміщені з площиною без розривів) і називаються ще косими. Пряма l - паралельна напрямній площині Σ та перетинає m та n .

Поверхні обертання

Ці поверхні утворюються при обертанні твірної навколо заданої осі: сфера, тор, циліндр, конус, еліпсоїд, однопорожнинний та двопорожнинний гіперболоїди.

Поверхнею **обертання** називається поверхня, яка описується будь-якою кривою, зокрема прямою (твірною) при її обертанні навколо нерухомої осі.

Поверхні, які утворились за допомогою обертання прямої лінії:

- **конус обертання** утворюється обертанням прямої лінії навколо осі, яка перетинається з нею;
- **циліндр обертання** утворюється обертанням прямої лінії навколо паралельної до неї осі;

- *однопорожнинний гіперболоїд* обертання утворюється обертанням прямої лінії навколо мимобіжної з нею осі (рисунок 6.5).

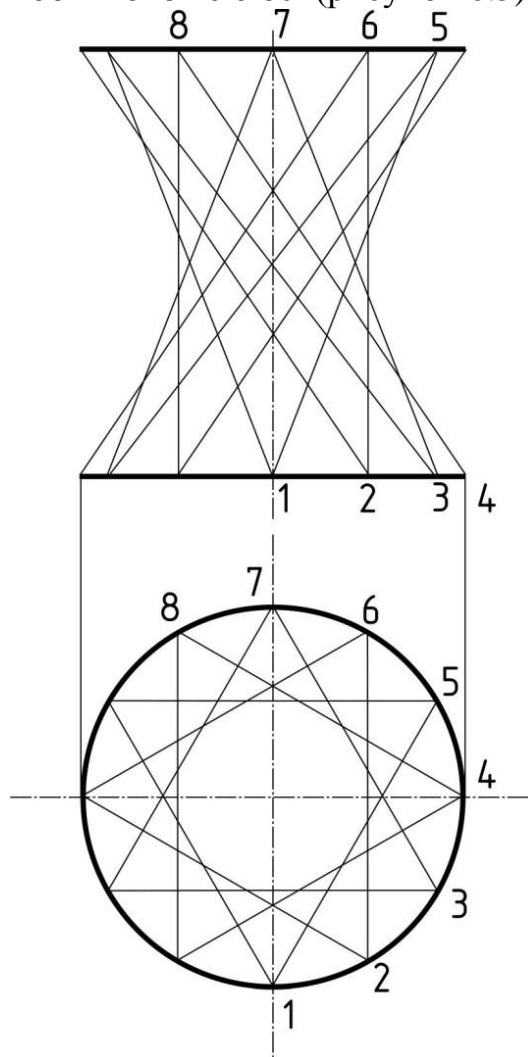


Рисунок 6.5 – Однопорожнинний гіперболоїд

Поверхні, які утворились обертанням кулі:

- *сфера*, утворюється обертанням кола навколо його діаметра;
- *тор* утворюється обертанням кола навколо осі, яка лежить у площині кола, але не проходить через його центр. При цьому, якщо вісь обертання проходить поза колом, то тор називають кільцем.

Поверхні, які утворились обертанням кривих другого порядку:

- *еліпсоїд* обертання;
- *параболоїд* обертання;
- *однопорожнинний гіперболоїд* обертання;
- *двопорожнинний гіперболоїд* обертання.

Криві поверхні

Торсові поверхні (поверхні з ребром звороту)

Розгортні поверхні

Поверхня торса утворюється рухом прямої лінії (твірної), яка у всіх положеннях залишається дотичною до просторової кривої лінії – ребра звороту. Якщо ребро звороту (просторова крива) поверхні торса перетворюється в точку, маємо конічну поверхню з вершиною у цій точці. Якщо вершина конічної поверхні віддалена у нескінченність в заданому напрямку, маємо циліндричну поверхню.

Визначником поверхні з ребром звороту є просторова крива – ребро звороту поверхні; конічної поверхні – направляюча крива та вершина; циліндричної поверхні – направляюча крива та напрямок твірних.

Гвинтові поверхні

Гвинтова поверхня утворюється гвинтовим переміщенням твірної лінії. Гвинтові поверхні, у яких твірними є прямі лінії, називають *гелікоїдами*. Гелікоід називають прямим (рисунок 6.6), якщо твірна пряма лінія складає з віссю поверхні прямий кут; у всіх інших випадках гелікоід називається косим. Якщо твірна пряма лінія перетинається з віссю поверхні, гелікоід називається закритим; якщо не перетинається – гелікоід називається відкритим.

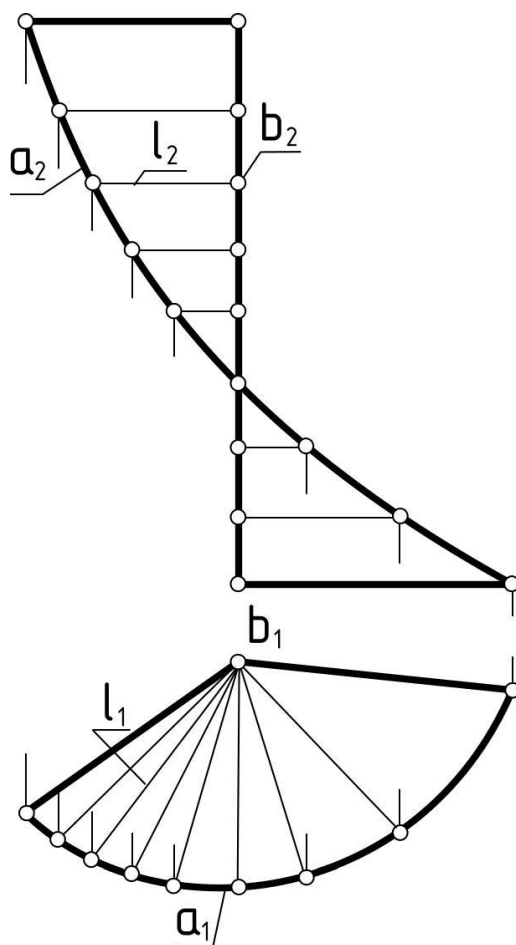


Рисунок 6.6 – Утворення гвинтової поверхні

Нелінійчаті поверхні

Поверхні, для яких тільки крива лінія може бути твірною називаються нелінійчатими (торова поверхня, рисунок 6.7).

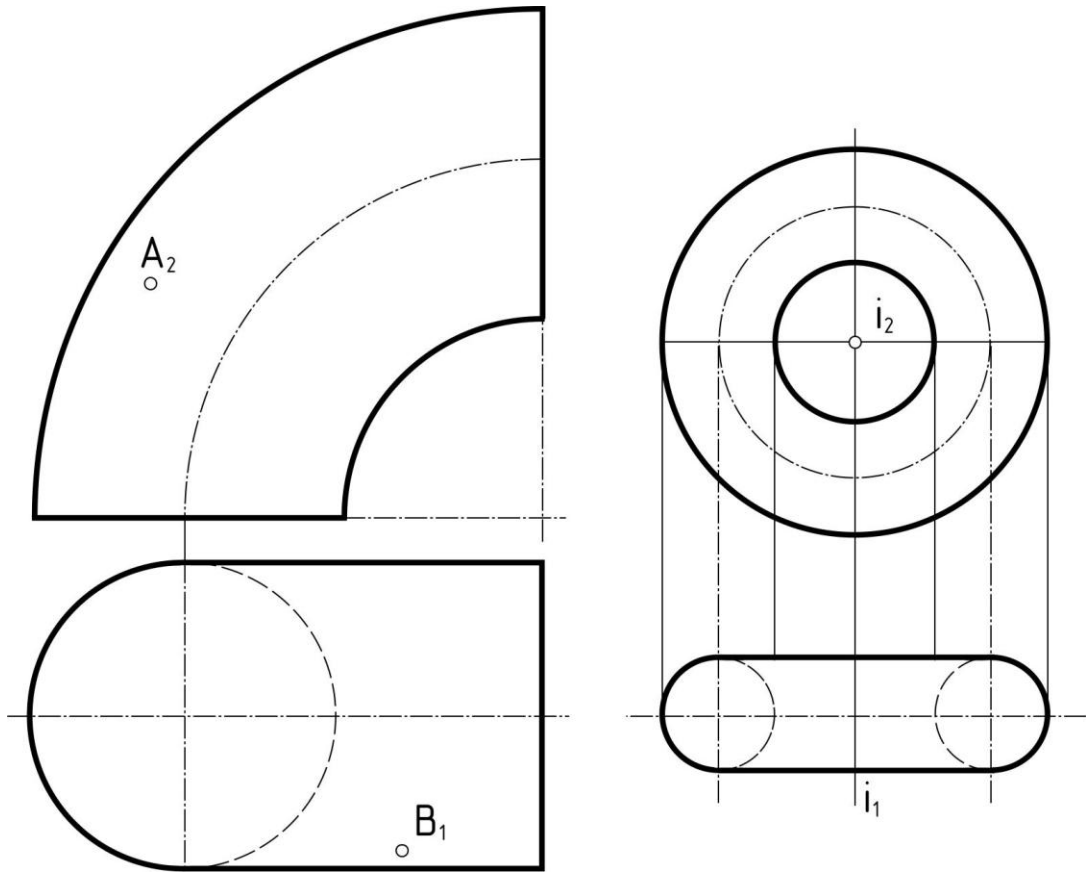


Рисунок 6.7 – Тор

Точки, які належать поверхні. Правило належності: точка належить поверхні, якщо її проекції лежать на однойменних проекціях лінії, яка напевно належить поверхні.

7 ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ ПЛОЩИНОЮ

Перетин поверхні з площиною (рисунок 7.1, таблиця 7.1) визначає плоску лінію, форма якої залежить від форми поверхні та взаємного положення площини та поверхні.

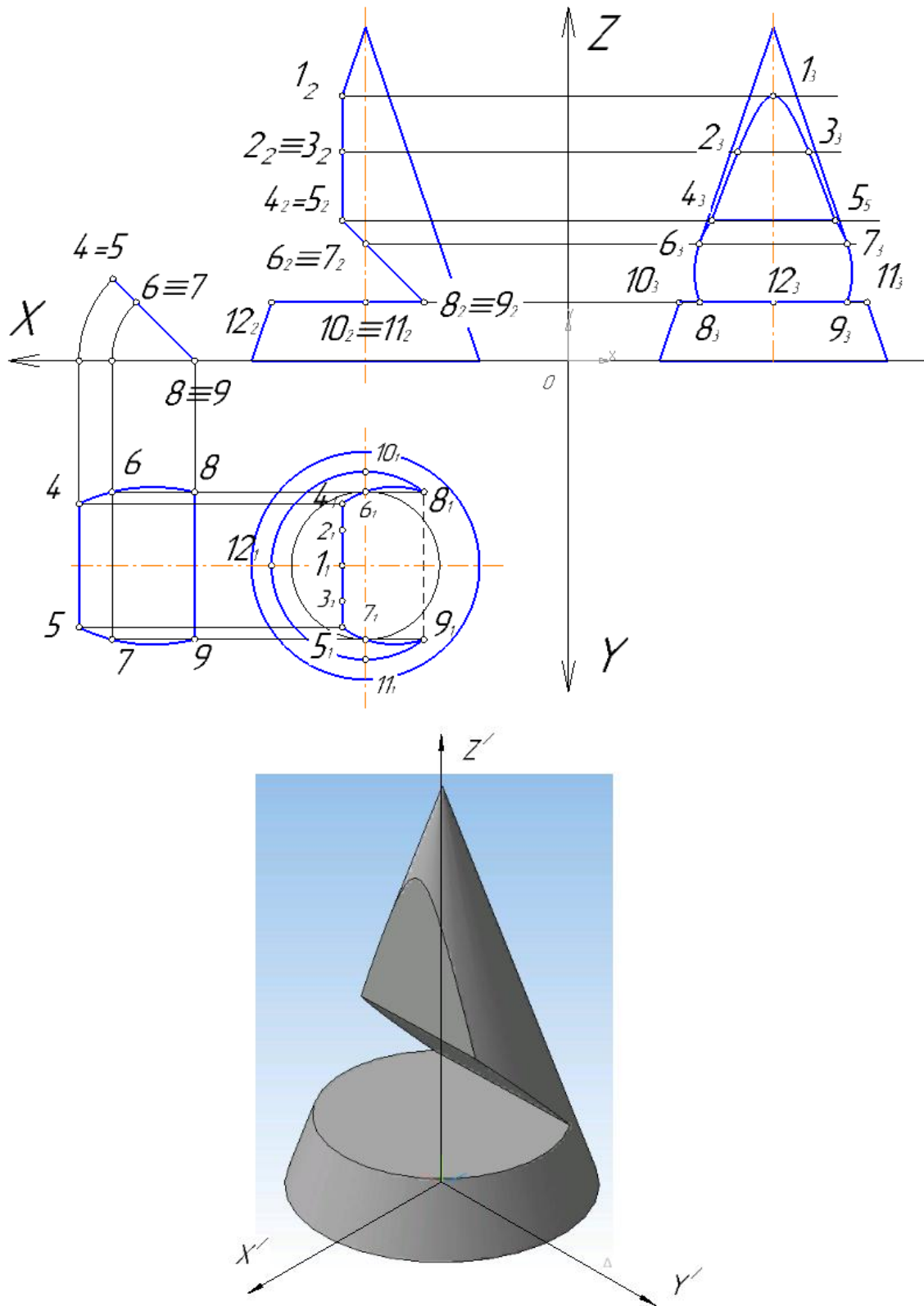


Рисунок 7.1 – Перетизи поверхні конуса площинами

Для знаходження кривої лінії, яка утворюється при перетині лінійчатої поверхні площиною, необхідно у загальному випадку будувати точки перетину твірних поверхні з січною площиною. Якщо крива поверхня не лінійчата, то для побудови лінії перетину такої поверхні площиною у загальному випадку слід застосовувати допоміжні площини. Точки шуканої лінії визначаються в перетині ліній, по яким допоміжні січні площини перетинають дані поверхню і площину.

При виборі допоміжних січних площин керуються простотою побудови ліній перетину цих площин з даною поверхнею. Ці лінії повинні бути графічно простими, прямими або колами.

Перетин поверхні площиною будується за допомогою посередників (допоміжні січні площини, рисунок 7.2). Такими посередниками можуть бути площини рівня або проєкціювальні площини.

Побудову плоского перерізу починають з визначення опорних точок, розташованих на крайніх твірних або, які мають проєкції на лінії обрису. До опорних точок відносять найвищу та найнижчу точки, які розділяють фігуру перерізу на видиму та невидиму частини. Решта точок перерізу називають випадковими.

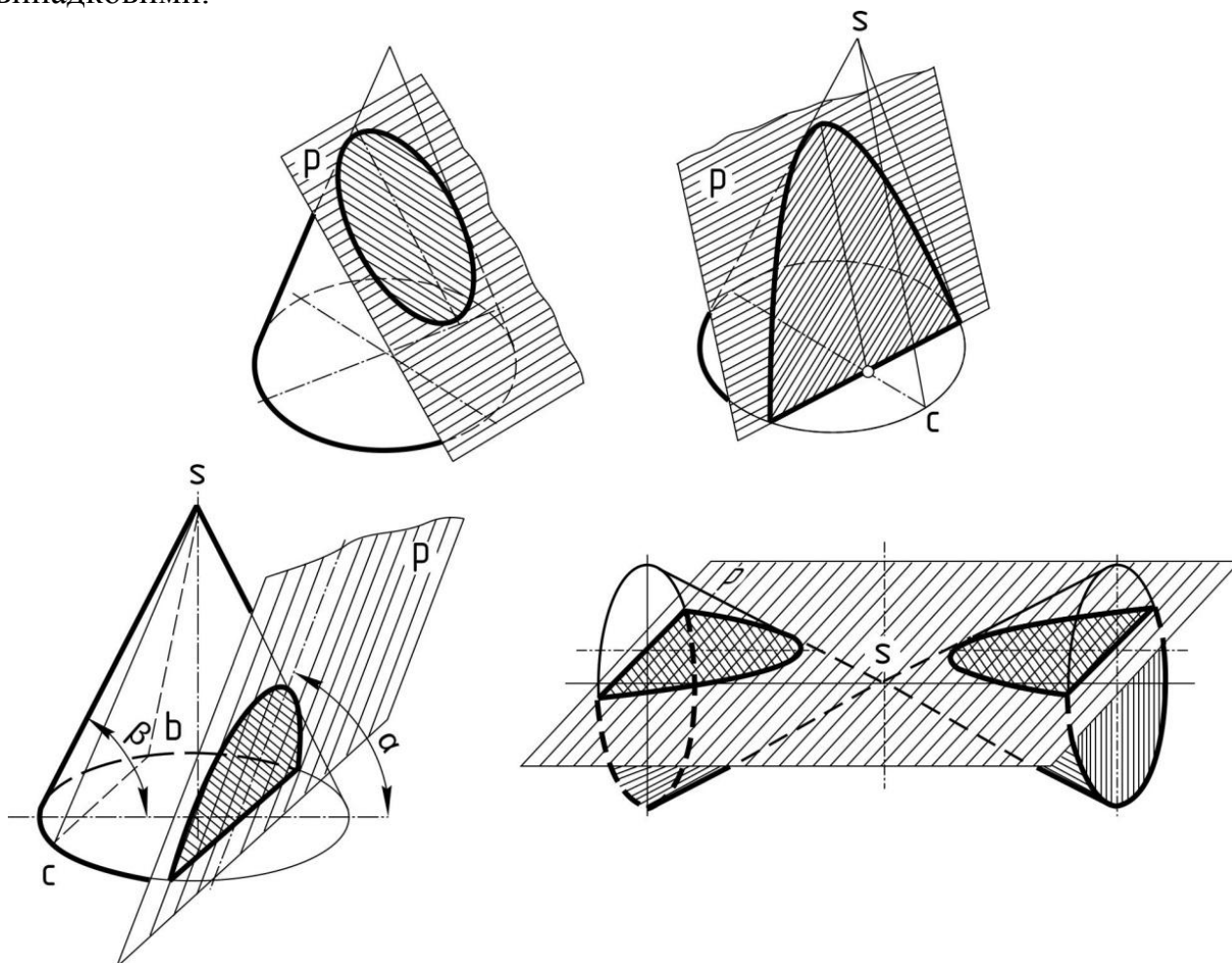
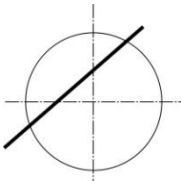
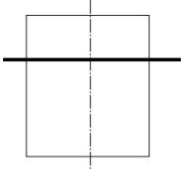
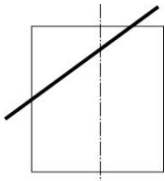
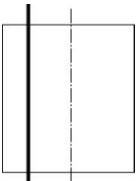
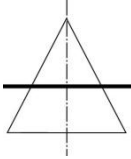
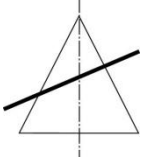
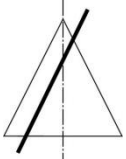
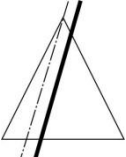
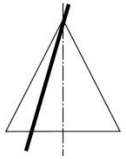


Рисунок 7.2 – Перерізи конуса

Таблиця 7.1 – Перерізи поверхонь

Поверхня обертання		Положення площини	Лінія перерізу
	Сфер	Довільне	Коло
	Циліндр	Перпендикулярно осі обертання циліндра	Коло
		Похило відносно осі обертання циліндра	Еліпс
		Паралельно осі обертання циліндра	Дві прямі лінії (твірні)
	Конус	Перпендикулярно осі обертання конуса	Коло
		Перетинає всі твірні, нахилена до осі обертання	Еліпс
		Паралельно одній твірній	Парабола
		Паралельно двом твірним	Гіпербола
		Проходить через вершину та основу конуса	Дві прямі лінії (твірні) Трикутник

Побудова перерізу поверхні площиною загального положення, знаходження натуральної величини фігури перерізу та побудова розгортки поверхні представлені на рисунку 7.3.

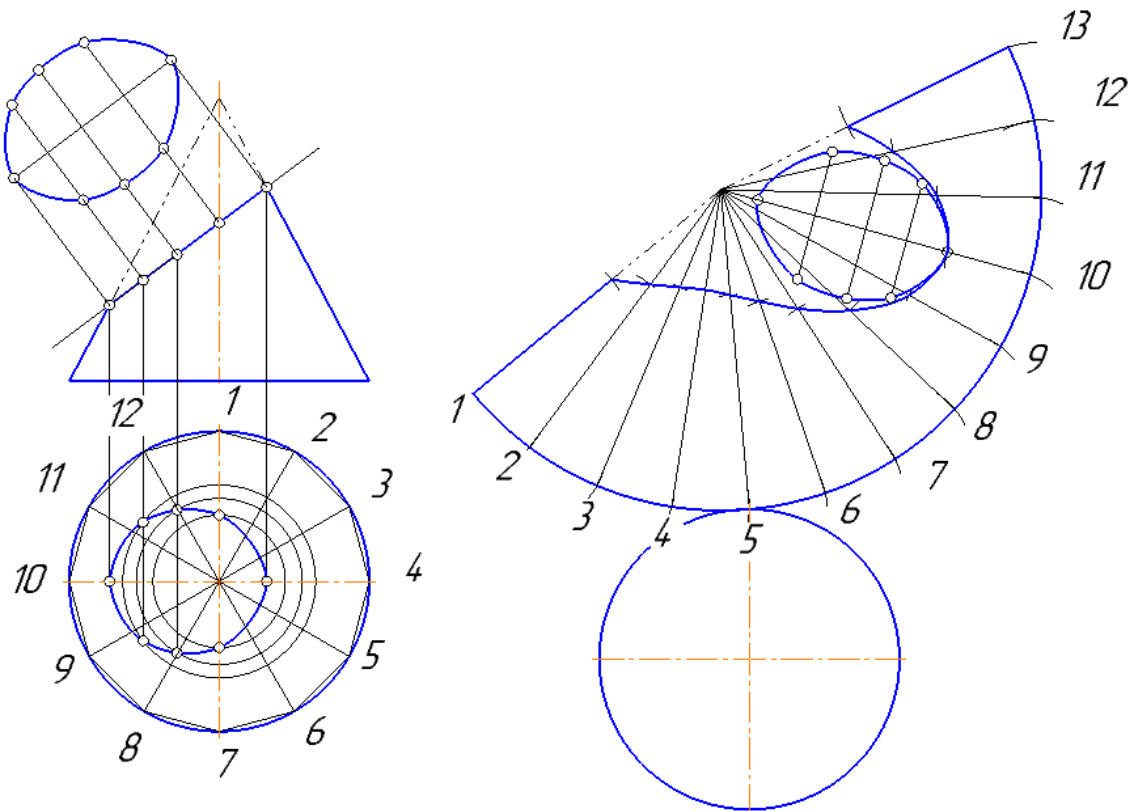
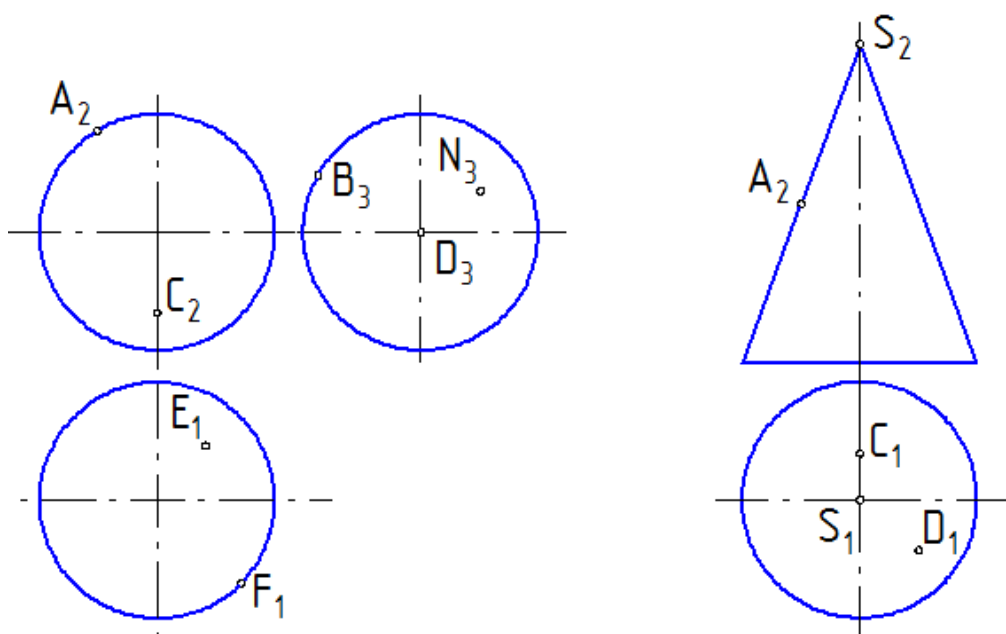
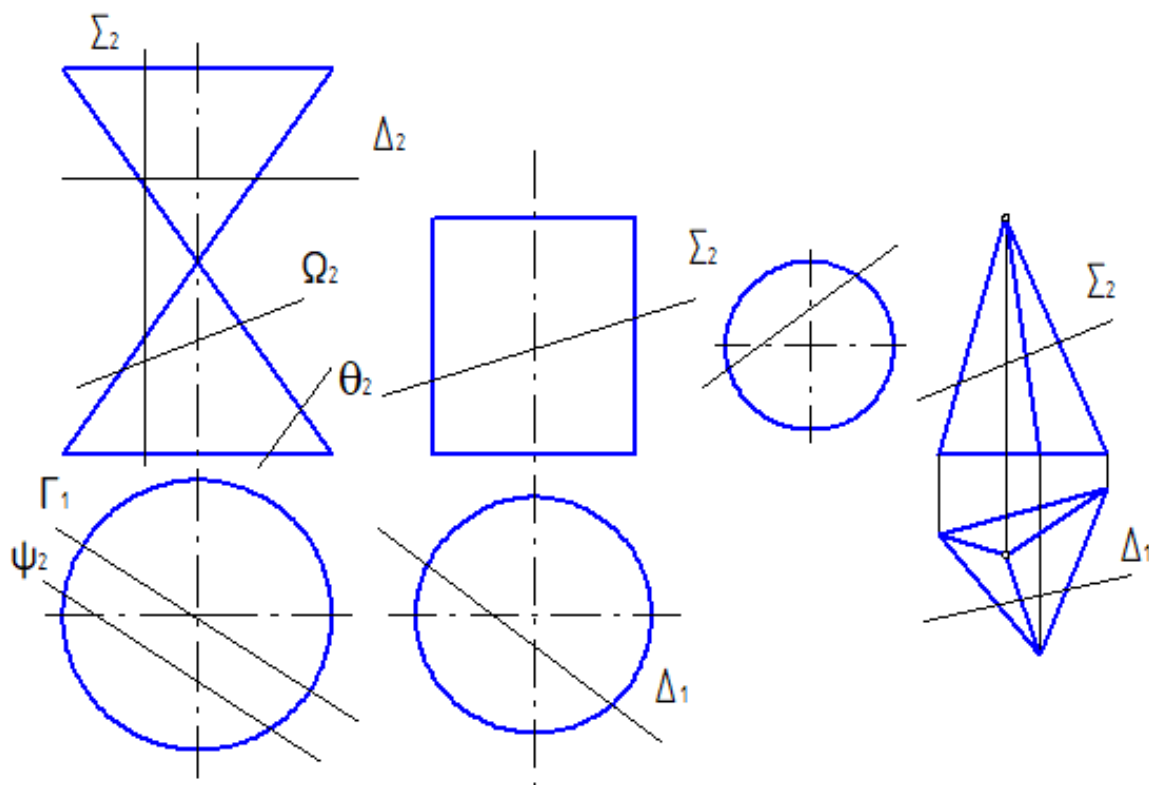


Рисунок 7.3 – Побудова натуральної величини перерізу та розгортки

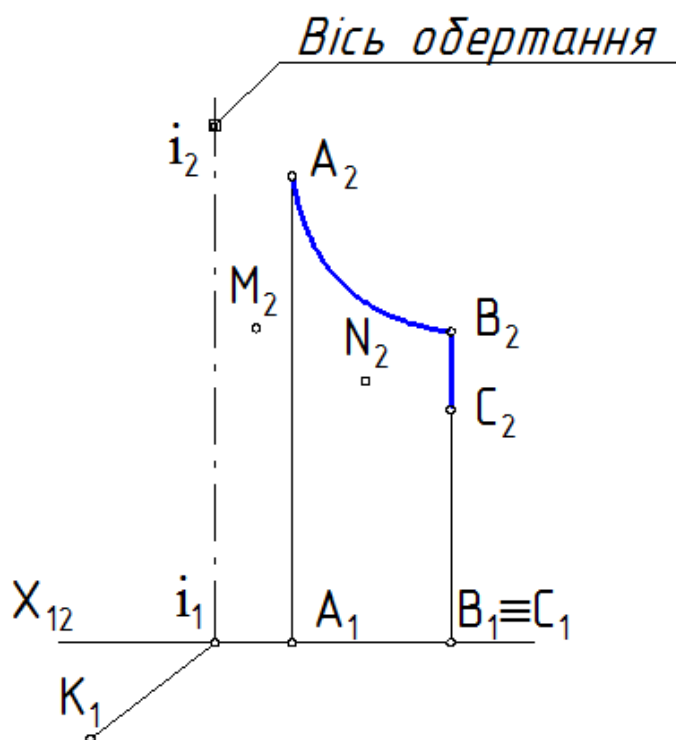
Задача 7. 1 Побудувати відсутні проекції точок, які лежать поверхням сфери та конусу. Точки вважати видимими на тих зображеннях, де задані їх проекції.



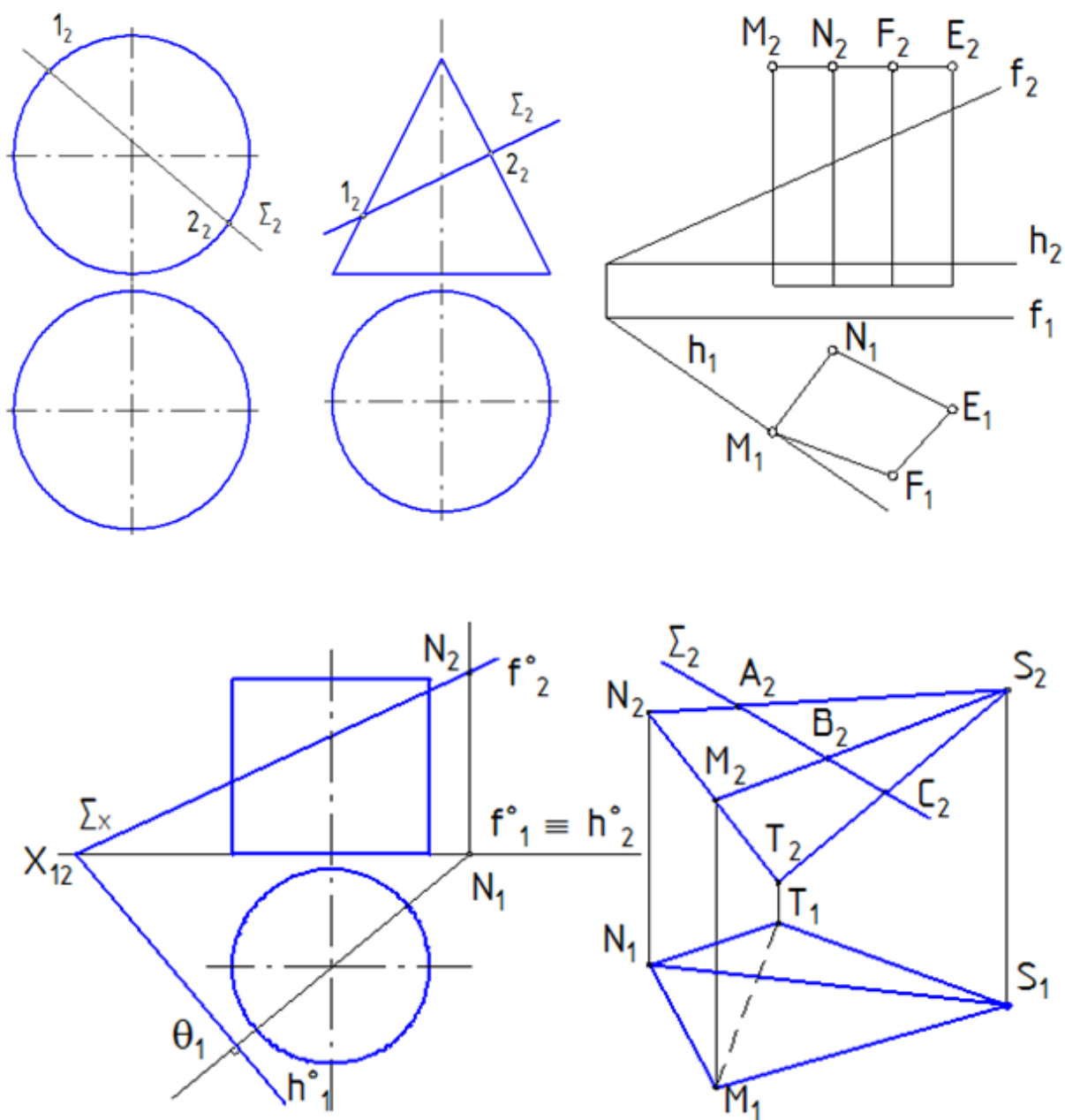
Задача 7.2 Схематично побудувати криві, які утворяться при перетині поверхонь вказаними площинами.



Задача 7.3 Поверхня обертання задана проекціями твірної ABC (горизонтальною $A_1B_1C_1$ і фронтальною $A_2B_2C_2$) та віссю обертання i . Побудувати: 1. Обрис поверхні обертання. 2. Відсутні проекції точок K , M і N , які належать видимим частинам поверхні. 3. Визначити радіус паралелі, якій належить точка M .



Задача 7.4 Побудувати плоскі перерізи заданих поверхонь вказаними площинами.



8 ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ

8.1 Форми лінії перетину поверхонь

Лінія перетину поверхонь є упорядкована множина точок, які одночасно належать заданим поверхням (рисунок 8.1).

Форма лінії перетину залежить від форми та взаємного розміщення поверхонь.

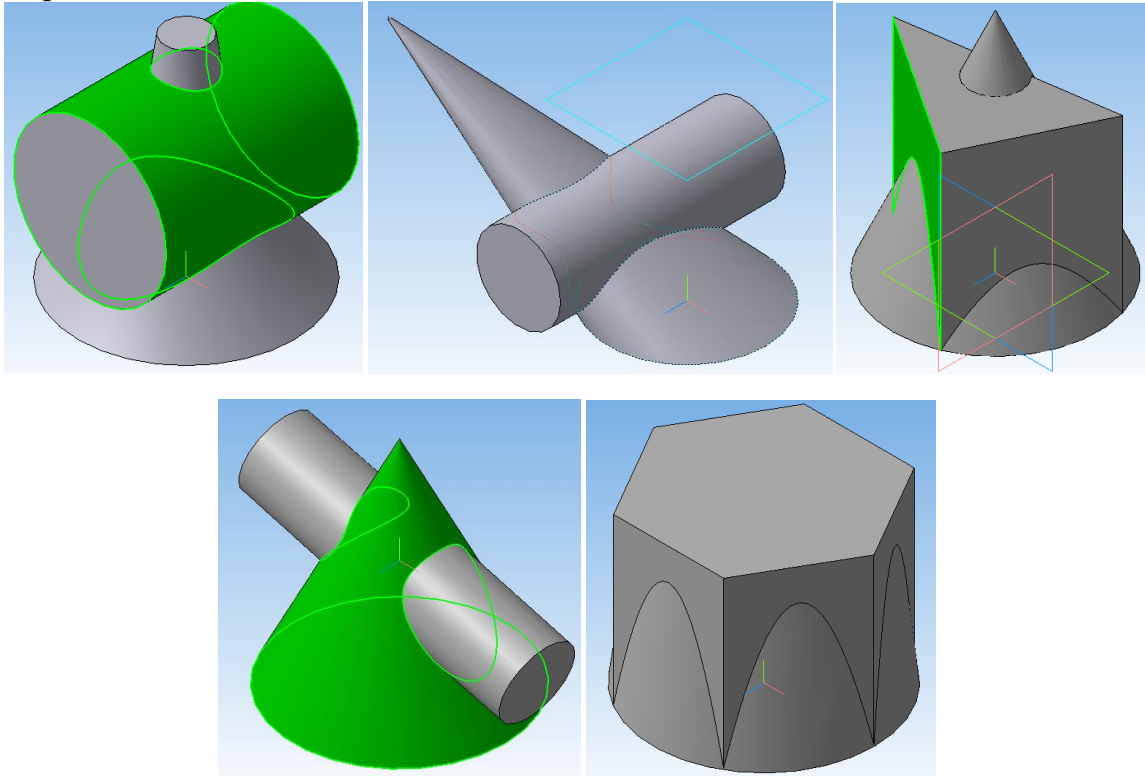


Рисунок 8.1 – Перетин поверхонь

Дві криволінійні поверхні перетинаються по просторовій кривій лінії.

При перетині гранних поверхонь лінія перетину – просторова ламана.

Якщо одна з поверхонь криволінійна, а друга гранна, то лінія перетину – просторова лінія, ланки якої – дуги плоских кривих.

Основний метод визначення лінії перетину поверхонь – метод посередників.

8.2 Порядок графічних побудов при визначенні лінії перетину поверхонь

1. Обрати посередник (площину або поверхню), які перетинають задані поверхні по самих простих за формою лініях (рисунок 8.2).

2. Визначити лінії перетину посередника з кожною з заданих поверхонь окремо.

3. Знайти точки перетину одержаних ліній, які і належать шуканій лінії перетину поверхонь.

У якості допоміжних поверхонь найчастіше використовують площини особливого положення або сфери (спосіб січних площин, спосіб концентричних або ексцентричних сфер).

На лінії перетину двох поверхонь розрізняють точки опорні і випадкові. В першу чергу визначають опорні точки, тобто найвищу та найнижчу, крайні праву та ліву, точки видимості. Визначення цих точок дозволяє бачити, в яких межах розміщені проєкції лінії перетину.

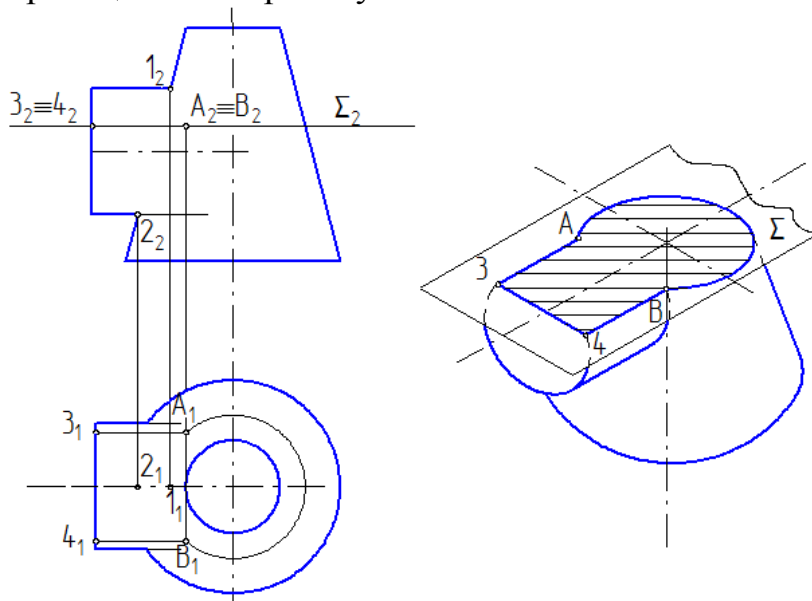


Рисунок 8.2 – Побудова лінії перетину поверхонь за допомогою посередників - площин особливого положення

Σ - горизонтальна площина (посередник)

8.3 Спосіб сфер

8.3.1 Спосіб концентричних сфер

Завдання: Побудувати лінію перетину конуса обертання з циліндром обертання.

Спосіб концентричних сфер (побудова лінії перетину поверхонь за допомогою посередників - сферичних поверхонь) базується на тому, що сфера перетинається з поверхнею обертання по колу, якщо вісь поверхні проходить через центр сфери (рисунок 8.3).

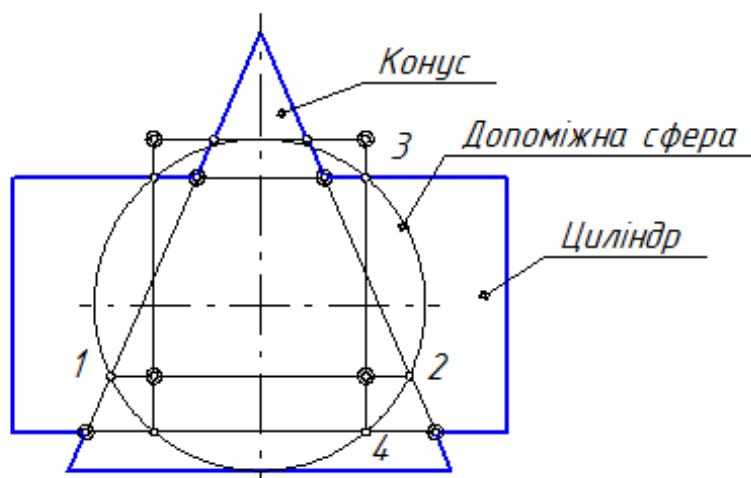


Рисунок 8.3 – Спосіб концентричних сфер

Роз'яснення: 1-2 - коло по, якому допоміжна сфера перетинає конус;
 3-4 - коло по, якому допоміжна сфера перетинає циліндр;
 О - точка, яка належить лінії перетину конуса і циліндра;

Спосіб концентричних допоміжних сфер можна застосувати для розв'язання задач при наявності таких умов: а/ обидві поверхні повинні бути поверхнями обертання; б/ осі поверхонь повинні перетинатися між собою; в/ обидві осі повинні бути паралельними одній з площин проєкцій.

Розв'язування задач виконується за таким планом (рисунок 8.4):

- 1) з точки перетину осей заданих поверхонь як із центра проводять допоміжні сфери;
- 2) визначають кола, по яким допоміжні сфери перетинаються з кожною з заданих поверхонь окремо;
- 3) знаходять точки перетину отриманих кіл.

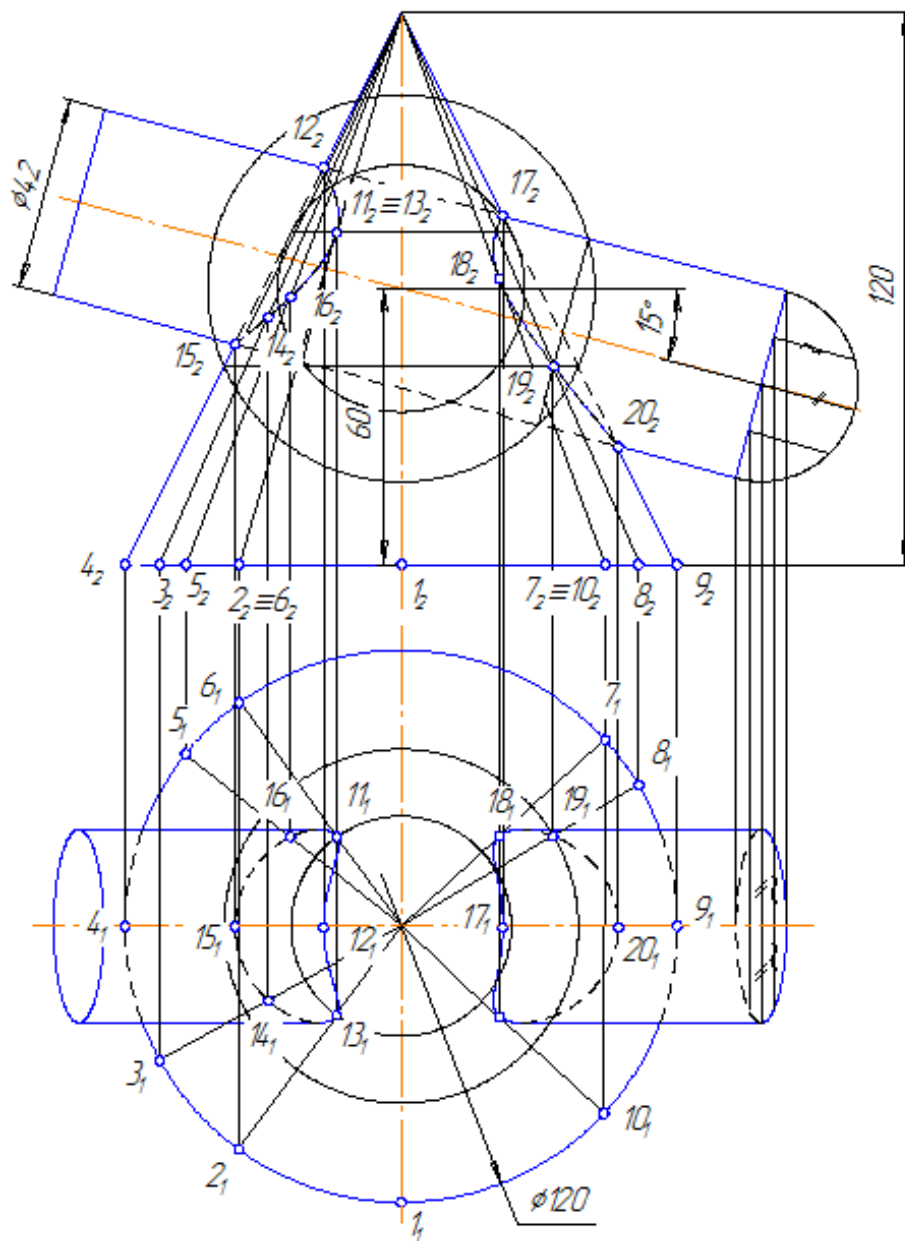


Рисунок 8.4 – Перетин поверхонь. Спосіб концентричних сфер

8.3.2 Особливі випадки перетину поверхонь

Теорема Монжа. Якщо дві поверхні другого порядку описані навколо третьої поверхні другого порядку (або вписані у неї), то лінія їх перетину розпадається на дві плоскі криві другого порядку (рисунок 8.4, рисунок 8.5).

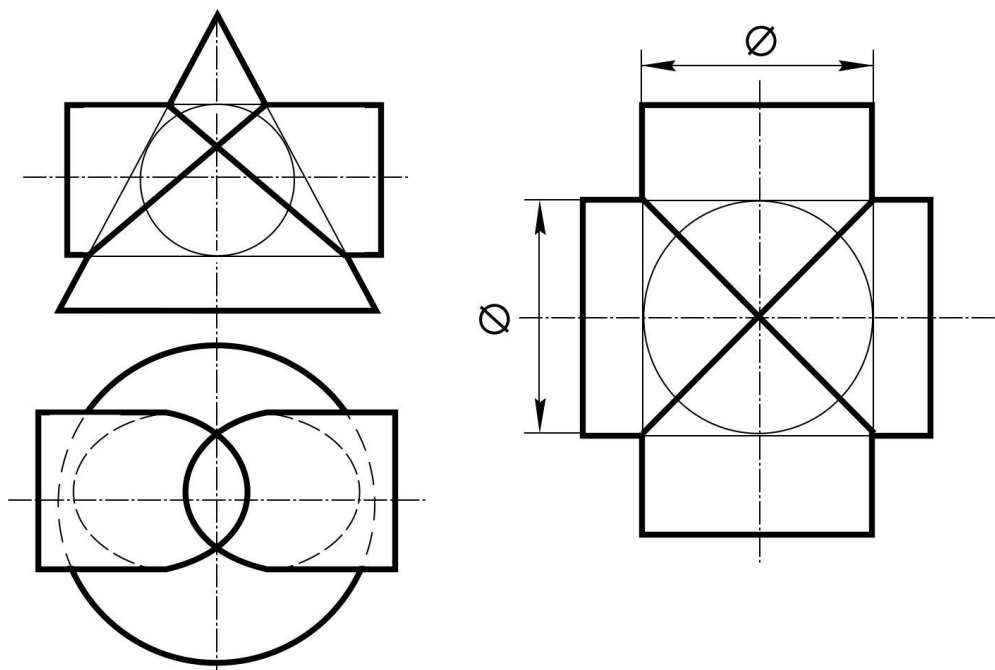


Рисунок 8.4 – Особливі випадки перетину поверхонь

Якщо дві поверхні другого порядку мають спільну площину симетрії, то лінія їх перетину проектується на площину, паралельну площині симетрії, у вигляді кривої другого порядку. Лінія перетину конуса і циліндра проектується як вітка гіперболи, а лінія перетину цих поверхонь з сферою – як парабола.

Варіанти перетину конуса і циліндра. Вид лінії перетину двох поверхонь буде залежати від відносних розмірів конуса і циліндра. Допоміжна сфера найменшого радіуса повинна доторкатись до твірних однієї поверхні та перетинати іншу.

Обрис сфери максимального радіуса проходить через найбільш віддалену точку перетину обрисів поверхонь.

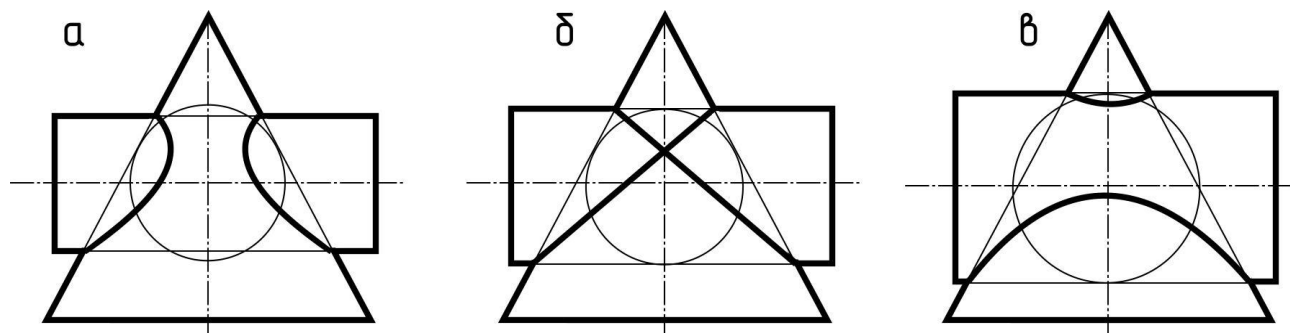
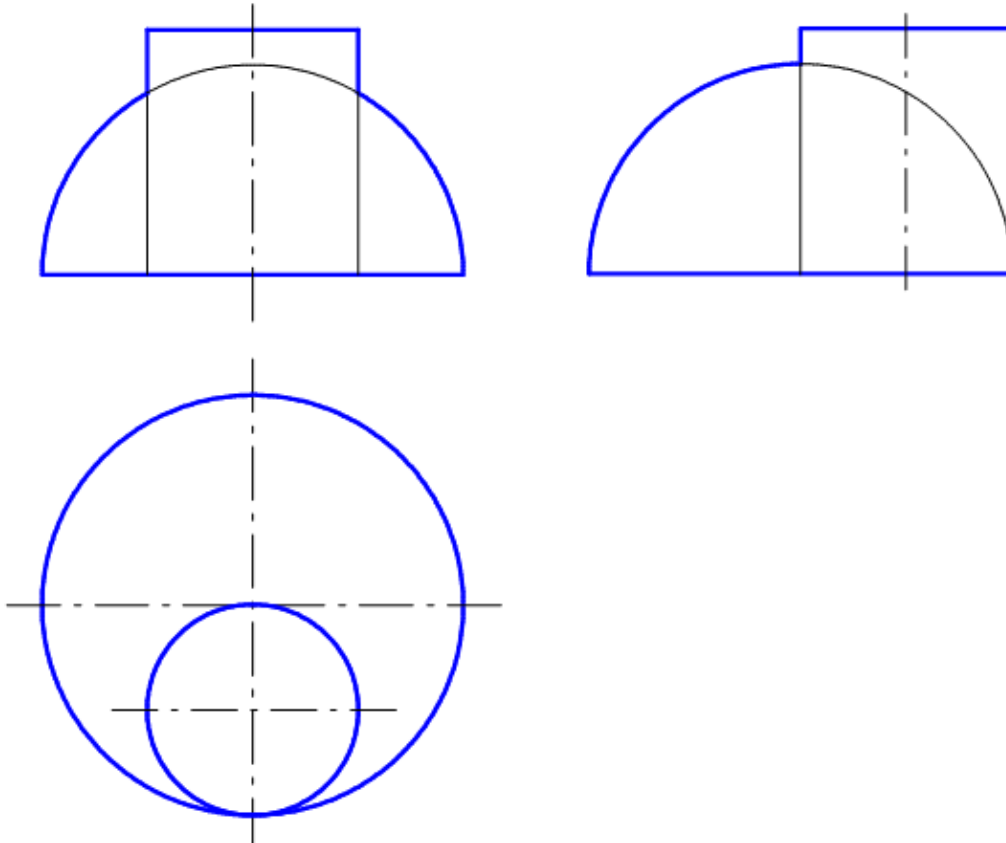


Рисунок 8.5 – Варіанти перетину конуса та циліндра

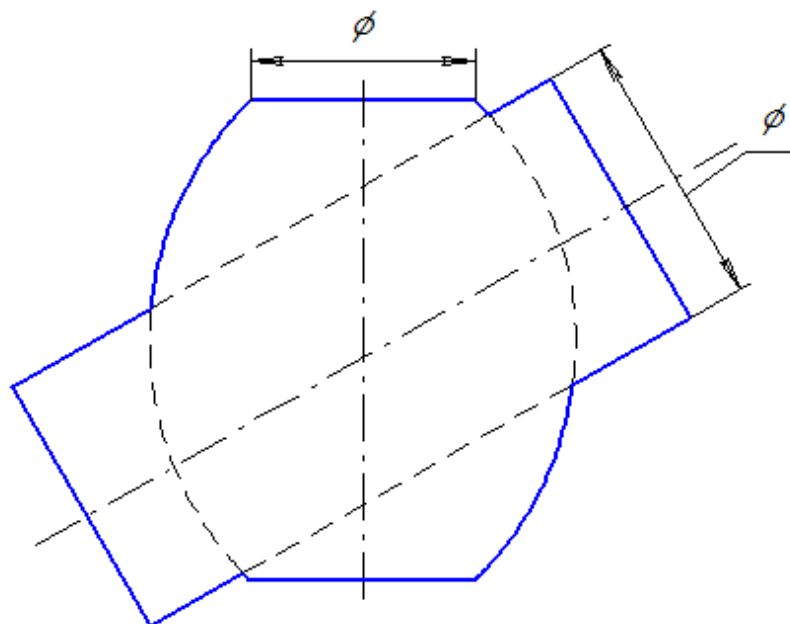
Перетин багатогранників

Два багатогранника в загальному випадку перетинаються по просторовій ламаній лінії – багатокутнику. Вершинами цього багатокутника є точки перетину ребер першого багатогранника з гранями другого, та ребер другого з гранями першого. Розв'язок будується на розв'язуванні задачі перетину прямої з площиною.

Задача 8.1 Побудувати проєкції лінії перетину поверхонь



Задача 8.2 Побудувати проєкції ліній перетину поверхонь



9 АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ

Суть аксонометричних проєкцій полягає у тому, що предмет разом із трьохмірною системою, до якої він відноситься, переноситься проєкціюванням на одну площину Π' , яка називається аксонометричною (рисунок 9.1).

Напрямок проєкціювання не збігається з жодною з осей координат і при цьому отримують наочне зображення.

Окрім наочності, аксонометричні проєкції дозволяють вимірювання предмету за трьома координатними напрямками.

Зображення предмету будується за каркасом характерних для предмету точок з урахуванням властивостей паралельного проєкціювання.

Для можливості використання методу координат в аксонометрії вводяться показники спотворення по осях.

Показники спотворення дорівнюють відношенню аксонометричних координат точки до відповідних натуральних координат:

$$U = \frac{e'_x}{e}; \quad V = \frac{e'_y}{e}; \quad W = \frac{e'_z}{e}.$$

При відомих показниках спотворення, можна побудувати аксонометричне зображення точки за її натуральними координатами, користуючись формулами:

$$e'_x = Ue; \quad e'_y = Ve; \quad e'_z = We.$$

Ці ж формули дають можливість визначити натуральні координати точок за їх аксонометричними зображеннями.

Показники спотворення пов'язані між собою співвідношеннями:

- у прямокутній аксонометрії: $U^2 + V^2 + W^2 = 2$;
- у косокутній аксонометрії: $U^2 + V^2 + W^2 = 2 + \text{ctg}^2 \varphi$
-

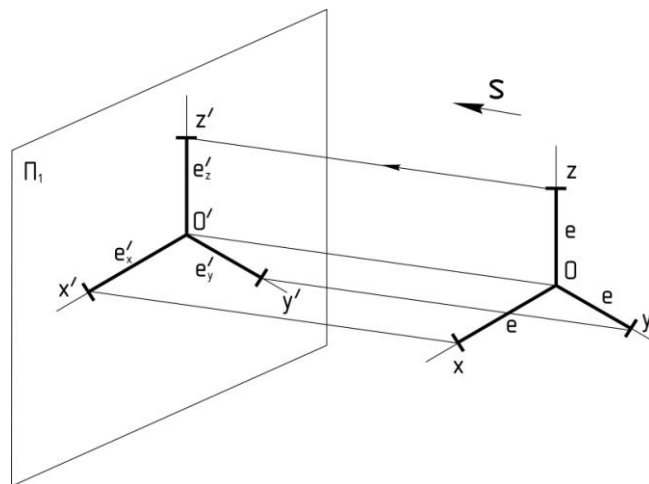


Рисунок 9.1 – Аксонометричне проєкціювання

Прямокутна аксонометрія

Ізометрія. Цей вид аксонометрії характеризується рівністю показників спотворення: $U=V=W$.

Підставляючи ці показники у формулу $U^2 + V^2 + W^2 = 2$ одержимо точні показники спотворення в ізометрії: $U=V=W=0.82$.

Точне аксонометричне креслення в ізометрії виконується за координатами, які обчислюються за формулами:

$$X' = 0,82X; Y' = 0,82Y; Z' = 0,82Z$$

Для спрощення побудов рекомендується користуватися показниками спотворення, які дорівнюють одиниці: $U=V=W=1$. Ці показники спотворення називаються зведеними.

Аксонометричне креслення, побудоване з використанням цих показників, має збільшене зображення в 1,22 рази (рисунок 9.2).

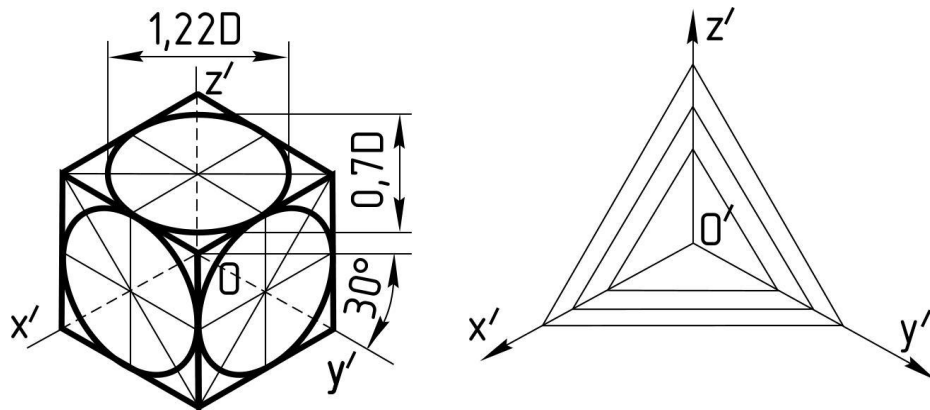


Рисунок 9.2 – Прямокутна ізометрія

Диметрія. Для двох осей показники спотворення однакові: $U=W$, а третій показник $V=0,5V$. Точні показники спотворення в диметрії:

$$U=0,94; V=0,47; W=0,94$$

Аксонометричні координати для точного креслення обчислюються за формулами: $X' = 0,94X; Y' = 0,47Y; Z' = 0,94Z$.

Аксонометричні координати для зведеного креслення обчислюються за формулами: $X' = X; Y' = 0,5Y; Z' = Z$.

Зображення на кресленні утворюється збільшеним в 1,06 рази (рисунок 9.3).

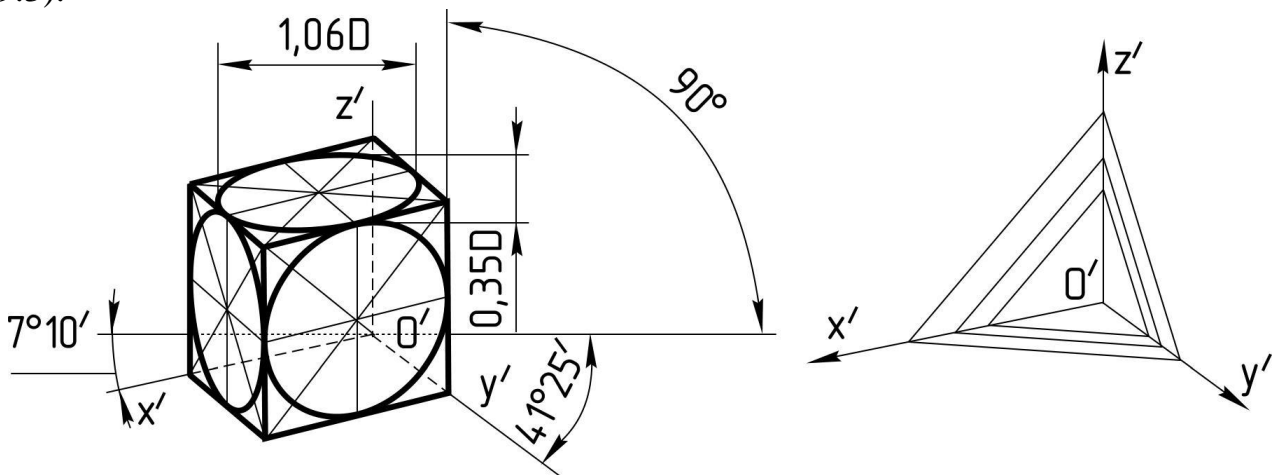


Рисунок 9.3 – Диметрія

На рисунку 9.4 представлена побудова кола в різних видах аксонометричного проєкціювання.

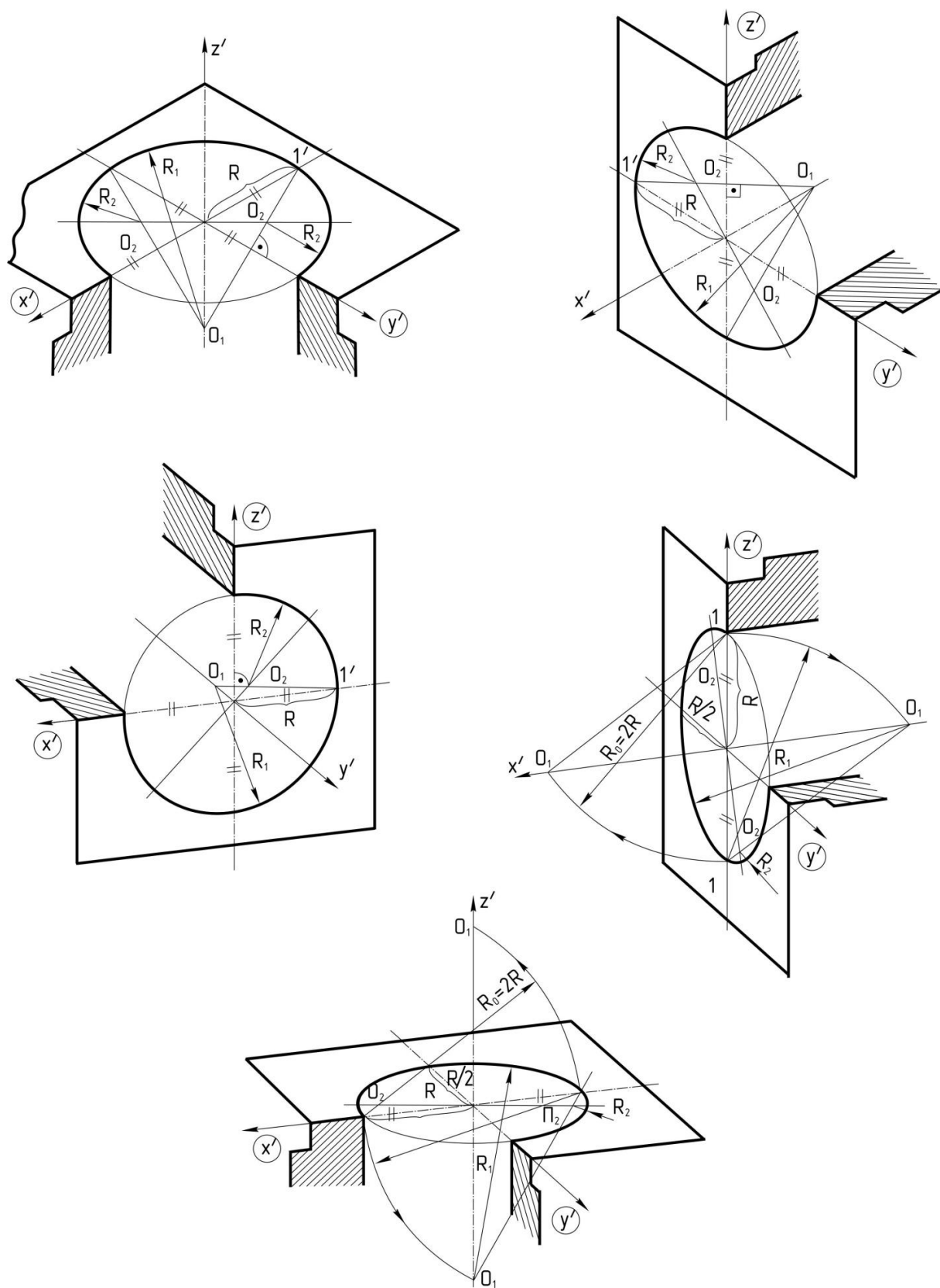
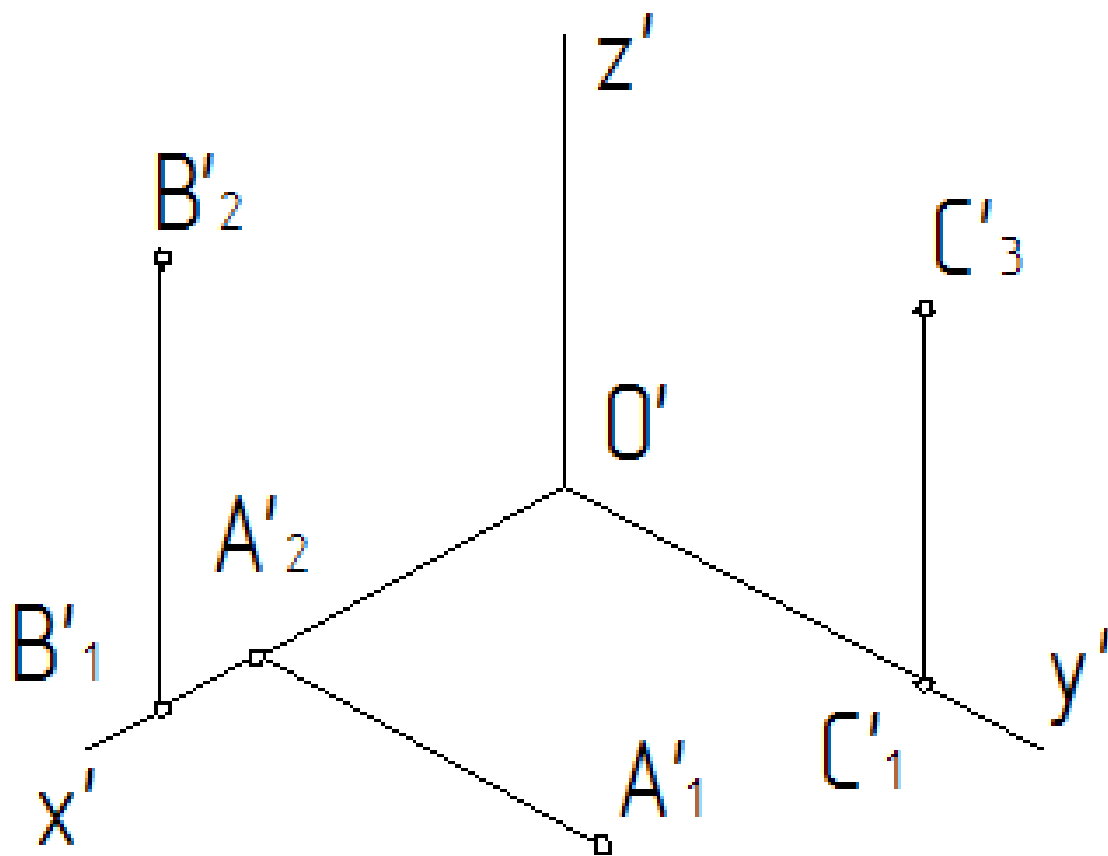


Рисунок 9.4 – Варіанти зображення кола в аксонометрії

Задача 9.1 Побудувати в прямокутній ізометрії зображення кіл, що лежать в координатних площинах, радіусом 20 мм і з центрами в точках А; В; С.



ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ

1. Антонович Є.А., Василюшин Я.В., Шпільчак В.А. Креслення: Навч. посібник/ За ред.. проф.. Є.А. Антоновича. – Львів: Світ, 2006. – 512с.
2. Ванін В. В., Перевертун В. В., Надкернична Т. М., Власюк Г. Г. Інженерна графіка: Підручник Частина 1. Основи нарисної геометрії . - К.: Видавнича група ВНУ, 2009. – 400с.
3. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии. – М.: Наука, 1999. - 483 с.
4. Михайленко В.Е., Евстифеев М.Ф., Ковалев С.М., Кащенко О.В. Нарисна геометрія. 2-ге вид. –К.: Вища школа, 2004. -303 с.
5. Михайленко В.Е., Ванін В.В., Ковалев С.М. Інженерна графіка. 4-те вид. –К. «Каравела» 2008. -270 с.
6. Михайленко В.С., Ванін В.В., Ковальов С.М. Інженерна графіка .- Львів: «Новий світ – 2000», 2002.- 284 с.
7. Хмеленко О.С. Нарисна геометрія Підручник. - К.: Кондор, 2008. - 440с.