МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний університет «Чернігівська політехніка»

ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

МОДУЛЬ 1

Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи
і практичних завдань
з дисципліни «Вища математика»
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
за спеціальностями 071 «Облік і оподаткування»,
072 «Фінанси, банківська справа, страхування та фондовий ринок»,
051 «Економіка»

Обговорено і рекомендовано
на засіданні кафедри АТ та ГМ,
протокол № 3 від 16.03. 2023р.

Чернігів 2023

Лінійна алгебра. МОДУЛЬ 1. Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи і практичних завдань з дисципліни «Вища математика» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальностями 071 «Облік і оподаткування», 072 «Фінанси, банківська справа, страхування та фондовий ринок», 051 «Економіка» / Укл.: Корнієнко С.П., Мурашковська В.П. – Чернігів: НУ «Чернігівська політехніка», 2023. – 40 с.

Укладачі: Корнієнко Світлана Петрівна, кандидат технічних наук, доцент
Мурашковська Віра Петрівна, старший викладач

Відповідальний за випуск: Кальченко Віталій Іванович, завідувач кафедри автомобільного транспорту та галузевого машинобудування, професор, доктор технічних наук

Рецензент: Венжега Володимир Іванович – доцент, кандидат технічних наук кафедри автомобільного транспорту та галузевого машинобудування

Зміст

Вступ

Ці методичні вказівки укладені у відповідності до Навчальної програми з дисципліни «Вища математика» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 071 «Облік і оподаткування», за спеціальністю 072 «Фінанси, банківська справа, страхування та фондовий ринок», за спеціальністю 051 «Економіка».

В методичних вказівках до виконання РГР і практичних завдань з дисципліни «Вища математика» модуль 1 розглянуто розділи „Системи лінійних рівнянь”, “Визначники. Матриці”, які відповідають змістовому модулю 1 з дисципліни “Вища математика” для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальностями 071 «Облік і оподаткування», 072 «Фінанси, банківська справа, страхування та фондовий ринок», 051 «Економіка» денної та заочної форм навчання.

Кількість завдань, які наведені, дає можливість викладачу вибрати задачі для модульної контрольної або самостійної роботи. Методичні вказівки, крім того, містять завдання для розрахунково-графічної роботи. Дана робота може бути корисною як доповнення до літератури, яка вже використовується на заняттях, для самостійного виконання студентами розрахунково-графічних робіт та при вивченні інших навчальних дисциплін.

У даних методичних вказівках наведені завдання по варіантах для виконання розрахунково-графічної роботи.

Основне завдання цих методичних вказівок – надати студентам практичну допомогу по вивченню розділів модуля 1 „Системи лінійних рівнянь”, “Визначники. Матриці” з дисципліни «Вища математика».

Після вивчення розділу «Лінійна алгебра» студент повинен вміти:

1) виконувати лінійні операції над матрицями, множення матриць;
2) обчислити обернену матрицю;
3) обчислити визначник та ранг матриці різними методами;
4) розв’язати систему лінійних рівнянь методом Крамера, методом Гауса, методом оберненої матриці;
5) дослідити систему за теоремою Кронекера-Капеллі.

Методичні вказівки можуть бути використані під час аудиторних занять, як довідковий матеріал та в якості задачника при проведенні самостійних та модульно-тестових робіт.

I

Матриці та дії з ними

1. Знайти матрицю A+3B- C, якщо

$$A=\begin{bmatrix}3 & 5\\ 1 & -2\end{bmatrix};\qquad B=\begin{bmatrix}2 & -1\\ -1 & 2\end{bmatrix};\qquad C=\begin{bmatrix}9 & 2\\ -2 & 4\end{bmatrix},$$

записати $(A+3B-C)^{T}$.

2. Знайти матрицю X, якщо X+2A=E, де E- одинична матриця,

$$A=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 0 & 6\end{bmatrix}.$$

3. Знайти матрицю X^{T}, якщо $X=A^{2}+A-6E$, де E-одинична матриця,

$$A=\begin{bmatrix}3 & 5\\ 4 & -1\end{bmatrix}$$

4. Знайти матриці $2A+5B;\ -3B-2A,$ якщо

$$A=\begin{bmatrix}3 & 5 & 7\\ 2 & -1 & 0\\ 4 & 3 & 2\end{bmatrix};\ B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 4\\ 2 & 3 & -2\\ -1 & 0 & 1\end{bmatrix}.$$

5. Знайти матрицю X, якщо $X=2A^{2}+3A-5E,$ де E-одинична матриця,

$$A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & 3 & 1\\ 4 & 1 & 1\end{bmatrix}.$$

Відповідь: $X=\begin{bmatrix}18 & 15 & 16\\ 19 & 26 & 15\\ 30 & 19 & 18\end{bmatrix}.$

6. Обчислити:

а) $\begin{bmatrix}3 & -2\\5 & -4\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3 & 4\\2 & 5\end{bmatrix}$; б) $\begin{bmatrix}2 & -3\\4 & -6\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}9 & -6\\6 & -4\end{bmatrix}$; в) $\begin{bmatrix}4 & 3\\7 & 5\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-28 & 93\\38 & -126\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}7 & 3\\2 & 1\end{bmatrix}$;

г) $\begin{bmatrix}1 & -3 & 2\\3 & -4 & 1\\2 & -5 & 3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2 & 5 & 6\\1 & 2 & 5\\1 & 3 & 2\end{bmatrix}$; д) $\begin{bmatrix}5 & 8 & -4\\6 & 9 & -5\\4 & 7 & -3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3 & 2 & 5\\4 & -1 & 3\\9 & 6 & 5\end{bmatrix}$; е) $\begin{bmatrix}5 & 0 & 2 & 3\\4 & 1 & 5 & 3\\3 & 1 & -1 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}6\\-2\\7\\4\end{bmatrix}$;

ж) $\begin{bmatrix}4 & 0 & -2 & 3 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3\\1\\-1\\5\\2\end{bmatrix}$; з) $\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\1 & 1 & 2\\2 & 2 & 3\\3 & 3 & 4\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1 & -1\\2 & 2\\1 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}4\\1\end{bmatrix}$.

Відповідь: а) $\begin{bmatrix}5 & 2\\7 & 0\end{bmatrix}$; б) $\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$; в) $\begin{bmatrix}2 & 0\\0 & 3\end{bmatrix}$; г) $\begin{bmatrix}1 & 5 & -5\\3 & 10 & 0\\2 & 9 & -7\end{bmatrix}$;

д) $\begin{bmatrix}11 & -22 & 29\\9 & -27 & 32\\13 & -17 & 26\end{bmatrix}$; е) $\begin{bmatrix}56\\69\\17\end{bmatrix}$; ж) $\begin{bmatrix}3 & 1\end{bmatrix}$; з) $\begin{bmatrix}5\\15\\25\\35\end{bmatrix}$.

7. Знайти всі матриці 2-го порядку, квадрати яких дорівнюють нульовій матриці $0=\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$.

Відповідь: $\begin{bmatrix}a & b\\c & -a\end{bmatrix}$, де a,b,c- довільні числа, які задовольняють умові $a^2+bc=0$.

8. Знайти всі матриці 2-го порядку, квадрати яких дорівнюють одиничній матриці $E=\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$.

Відповідь: $\pm E$; $\begin{bmatrix} a & b \\ c & -a \end{bmatrix}$, де a,b,c- довільні числа, які задовольняють умові $a^2 + bc = 1$.

9. Знайти A^n, якщо

а) $A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $a \in$ **R;** **б)** $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

Відповідь: а) $\begin{bmatrix} 1 & n\alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos n\alpha & -\sin n\alpha \\ \sin n\alpha & \cos n\alpha \end{bmatrix}$.

10. Знайти ранг матриці A, якщо

а) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & 4 & -5 & -6 \\ -3 & 1 & -4 & -7 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$; **б)** $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & -2 \\ -3 & -1 & -4 & 3 \\ 4 & -1 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

Відповідь: а) $\operatorname{rang}(A) = 2$; б) $\operatorname{rang}(A) = 2$.

II

Обчислення визначників

1. Обчислити визначники:

а) $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -5 & 6 \end{vmatrix}$; **б)** $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$; **в)** $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}$; **г)** $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -5 \\ 4 & 2 & 5 \end{vmatrix}$; **д)** $\begin{vmatrix} 14999 & 13010 \\ 15000 & 13011 \end{vmatrix}$;

е) $\begin{vmatrix} 15325 & 15323 & 37527 \\ 23735 & 23735 & 17417 \\ 23737 & 23737 & 17418 \end{vmatrix}$; **ж)** $\begin{vmatrix} 13 & 12 & 11 \\ 24 & 25 & 22 \\ 35 & 34 & 33 \end{vmatrix}$; **з)** $\begin{vmatrix} 132 & 135 & 137 \\ 243 & 244 & 246 \\ 354 & 355 & 357 \end{vmatrix}$.

Відповідь: а) 32; б) -36; в) 0; г) 87; д) 1989; е) -22198; ж) 0; з) 144.

2. Розв’язати рівняння:

а) $\begin{vmatrix} x^2 & 3x \\ 3 & x \end{vmatrix}=0$**;** **б)** $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & x & 2 \\ 1 & 2 & x \end{vmatrix}=0$**;** **в)** $\begin{vmatrix} 1 & 7 & x \\ 8 & x & 8 \\ x & 2 & x \end{vmatrix}=0$**;** **г)** $\begin{vmatrix} 2 & x & 1 \\ x & 2 & 1 \\ 3 & 4 & x \end{vmatrix}=0$**.**

Відповідь: а) 0, ± 3; б) 1, 2, -3; в) -4, 1, 4; г) 2, -1$\pm\sqrt{8}$.

3. Обчислити визначники четвертого порядку:

а) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$**;** **б)** $\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$**;** **в)** $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ a & b & c & d \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$**;** **г)** $\begin{vmatrix} 5 & a & 2 & -1 \\ 4 & b & 4 & -3 \\ 2 & c & 3 & -2 \\ 4 & d & 5 & -4 \end{vmatrix}$**.**

Відповідь: а) 16; б) 90; в)18a + 15b + 12c - 19d; г) 2a - 8b + c + 5d.

4. Обчислити визначники, привівши їх до трикутного виду:

а) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$**;** **б)** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{vmatrix}$**.**

Відповідь: а) 54; б) 52.

5. Обчислити det(5A), якщо матриця А має вид:

а) А=$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$**;** **б) А=** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$**.**

Відповідь: а) -150; б) -500.

6. Знайти всі λ, при яких det(A-λE) = 0, якщо матриця А має вид:

а) А=$\begin{bmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix}$**;** **б)** А= $\begin{bmatrix} 6 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$**;** **в)** А= $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$**;**

г) A= $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$; **д)** A= $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$.

Відповідь: а) {3, 6, 9}; б) {0, 2, 3}; в) {1, 2}; г) {0, 1, 3}; д) {1, 7}.

III

Обернена матриця. Матричні рівняння

1. З'ясувати, для яких матриць існує обернена. Знайти обернену матрицю і зробити перевірку.

а) $A=\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$; б) $A=\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$; в) $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$; г) $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$;

д) $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix}$; е) $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$; ж) $A=\begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \end{bmatrix}$; з) $A=\begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$.

Відповідь:

а) не існує; б) $A^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{5}{2} & -3 \\ -\frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}$; в) $A^{-1}=\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$; г) $A^{-1}=\begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ \frac{7}{4} & -\frac{9}{4} & \frac{5}{4} \\ \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$;

д) $A^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{9}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{12}{5} & \frac{1}{5} & \frac{7}{5} \end{bmatrix}$; е) - ж) не існує; з) $A^{-1}=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{bmatrix}$.

2. Знайти обернену матрицю методом Гауса.

а) $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$; б) $A=\begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$; в) $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -13 \end{bmatrix}$; г) $A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$.

Відповідь: а) $A^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{7}{24} & -\frac{1}{24} \\ -\frac{1}{2} & \frac{5}{12} & -\frac{1}{12} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{24} & \frac{7}{24} \end{bmatrix}$; б) $A^{-1}=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{bmatrix}$;

в) $A^{-1}=\begin{bmatrix} -13 & 11 & -3 \\ \frac{39}{2} & -16 & \frac{9}{2} \\ \frac{5}{2} & -2 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$; г) $A^{-1}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$.

3. Розв'язати матричні рівняння:

а) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\cdot X=\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$; б) $X\cdot\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}$; в) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}\cdot X\cdot\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}$.

Відповідь: а) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$; б) $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$; в) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

4. Розв'язати матричні рівняння:

а) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}\cdot X=\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{bmatrix}$; б) $X\cdot\begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{bmatrix}$;

в) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ -2 & -5 & 0 \end{bmatrix}\cdot X\cdot\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -3 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Відповідь : а) $\begin{bmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$; б) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$; в) $\frac{1}{3}\begin{bmatrix} -172 & -97 & -83 \\ 69 & 39 & 33 \\ -21 & -12 & -9 \end{bmatrix}$.

5. З'ясувати, при яких значеннях α існує матриця, обернена до даної:

а) $A=\begin{bmatrix}\alpha & 2\\ 3 & 6\end{bmatrix}$; б) $A=\begin{bmatrix}4 & \alpha\\ \alpha & 9\end{bmatrix}$; в) $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ \alpha & 1 & 2\\ 0 & 3 & 1\end{bmatrix}$; г) $A=\begin{bmatrix}1 & \alpha & 1\\ \alpha & 1 & 0\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$.

Відповідь: а) $\alpha \neq 1$; б) $\alpha \neq \pm 6$; в) $\alpha \neq 1$ г) $\alpha \neq 0$; $\alpha \neq 1$.

IV

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь

4.1. Неоднорідні системи

1. Розв'язати системи за формулами Крамера.

1) $\begin{cases} x_1+5x_2-x_3=3\\ 2x_1+4x_2-3x_3=2\\ 3x_1-x_2-3x_3=-7\end{cases}$ Відповідь: (-4;1;-2).

2) $\begin{cases} 5x_1+3x_2+2x_3=4\\ 2x_1+6x_2=0\\ x_1-x_2=1\end{cases}$ Відповідь: $(\frac{3}{4};-\frac{1}{4};\frac{1}{2})$.

3) $\begin{cases} 3x_1+4x_2-8x_3=-1\\ 5x_1+5x_2+4x_3=3\\ x_1+7x_3=2\end{cases}$ Відповідь: $(-\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{1}{3})$.

4) $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=2\\ 3x_1+x_2+2x_3=3\\ 2x_1+3x_2+x_3=1\end{cases}$ Відповідь: $(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};\frac{2}{3})$.

5) $\begin{cases} x_1-2x_2-x_3=-2\\ 2x_1-x_2=-1\\ x_1+x_3=-2\end{cases}$ Відповідь: (1; 3; -3).

2. Розв'язати системи за допомогою оберненої матриці (матричним методом).

1) $$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$ Відповідь: $(-\frac{2}{5}; \frac{3}{5}; \frac{3}{5})$.

2) $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$ Відповідь: $(-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{3}{4})$.

3) $$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 16 \end{cases}$$ Відповідь: (2;3;–2).

4) $$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ \qquad x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$ Відповідь: (1;–1;2).

5) $$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \qquad = 11 \\ \qquad 5x_2 + 6x_3 = 28 \\ x_1 \qquad + 2x_3 = 7 \end{cases}$$ Відповідь: (1;2;3).

3. Розв'язати системи методом Гауса.

1) $$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -10 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 6 \end{cases}$$ Відповідь: (0;0;–2).

2) $$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7 \\ x_1 + 8x_2 + -7x_3 = 12 \end{cases}$$ Відповідь: (3;2;1).

3) $$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$ Відповідь: (–1;3;2).

4) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 \qquad = 3 \end{cases}$ Відповідь: (1;2;3).

5) $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 1 \end{cases}$ Відповідь: $(2 + 2m; \frac{4-m}{5}; \frac{11+16m}{5}; m), m \in R.$

6) $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 8x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$ Відповідь: $(\frac{1-14m+2n}{11}; \frac{2-6m-7n}{11}; m; n),$

$m, n \in R.$

7) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 2 \\ 2x_1 + 11x_2 + 12x_3 + 25x_4 + 22x_5 = 4 \end{cases}$ Відповідь: система несумісна.

8) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 2 \\ -5x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ -2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ -7x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}$ Відповідь:(5-5m;-13+12m+n;m;n), m,n$\in$**R**.

4. Дослідити системи на сумісність, якщо сумісні, розв’язати довільним методом.

1) $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 7 \\ x_1 + 9x_2 - 11x_3 = 1 \end{cases}$ Відповідь: $\begin{cases} x_1 = 2 - \frac{8}{5}x_3 \\ x_2 = 1 + \frac{7}{5}x_3 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ 8x_1 + 2x_2 - x_3 = 21 \\ 2x_1 + 11x_2 - 16x_3 = 21 \end{cases}$ Відповідь: $\begin{cases} x_1 = \dfrac{9 - x_3}{4} \\ x_2 = \dfrac{3x_3 + 3}{2} \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 \qquad = 2 \end{cases}$ Відповідь: $\begin{cases} x_1 = 2 - x_2 \\ x_3 = -1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 3 \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 5 \end{cases}$ Відповідь: $\begin{cases} x_1 = \dfrac{1}{5}(9 - 7x_3) \\ x_2 = \dfrac{1}{5}(1 + 2x_3) \end{cases}$

5) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 2 \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 3 \end{cases}$ Відповідь : $x_1 = 1 - 2x_2 - 3x_3$

6) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - 13x_3 + 22x_4 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 7x_4 = 4 \end{cases}$ Відповідь: $\begin{cases} x_1 = -17x_3 + 29x_4 + 5 \\ x_2 = 10x_3 - 17x_4 - 2 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -3 \\ 3x_1 + x_2 \qquad = 1 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 = -3 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \\ 4x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 7 \\ 4x_1 + 8x_2 - 12x_3 = 3 \end{cases}$ 10) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3_3x = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 3 \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 2 \end{cases}$

11) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 \qquad = 1 \end{cases}$ 12) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 7 \end{cases}$

13) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ 14) $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2 \\ 2x_1 + 8x_2 - x_3 = 8 \\ 9x_1 + x_2 + 8x_3 = 0 \end{cases}$

15) $\begin{cases} \quad 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 6x_1 + 5x_2 + 13x_3 - 8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 - 2x_4 = -5 \end{cases}$ 16) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 \quad - x_3 + 2x_4 = -4 \\ 4x_1 \quad - x_3 + 2x_4 = -3 \end{cases}$

Відповідь: системи 7-16 несумісні.

4.2. Однорідні системи

1. Розв’язати однорідні системи рівнянь.

1) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ \quad 5x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$ Відповідь: $(0,0,0,0)$.

2) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}$ Відповідь $:(8m - 7n; 5n - 6m; m; n)$, $m, n \in \mathbf{R}$.

3) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$ Відповідь $:(14m;\ 21m;\ m; m), m \in R$.

4) $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$ Відповідь$:(-8m; 7m; -2m), m \in R$.

5) $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + \ 2x_3 = 0 \\ 6x_1 - 7x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$ Відповідь: (0,0,0).

6) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$ Відповідь: (2m;16m;11m), $m \in \mathbf{R}$.

7) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0 \end{cases}$ Відповідь: $(m, \frac{3}{2}n - \frac{1}{2}m, n), m, n \in R$.

8) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$ Відповідь: (4m;–5m;–7m); $m \in \mathbf{R}$.

V

Додаткові завдання

1. Розв’язати системи рівнянь.

1) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 = 1 \end{cases}$ Відповідь: (1,1,-1,0).

2) $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_4 = 2 \\ x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$ Відповідь: (m; -1-m; -1+m; 2-m), $m \in \mathbf{R}$.

3) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$ Відповідь: (1,2,3,4).

4) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 2 \\ 4x_1 - 9x_2 + x_3 - 8x_4 = -3 \\ x_1 + 6x_2 - 4x_3 + 8x_4 = 4 \end{cases}$ Відповідь: $(\frac{1}{2};-\frac{1}{4};\frac{3}{4};1)$.

2. Дослідити системи рівнянь та знайти розв'язок системи в залежності від параметру α.

1) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 = \alpha \end{cases}$

Відповідь: система має розв'язки при довільному α.

$$x_1 = \frac{-3+\alpha}{4}; \quad x_2 = \frac{9-\alpha}{2}; \quad x_3 = \frac{3-\alpha}{4}.$$

2) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 3 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 15 \\ 3x_1 + 7x_2 - 5x_3 = \alpha \end{cases}$

Відповідь: система має розв'язки при $\alpha = 18;\ x_1 = -15 + 18x_3,\ x_2 = 9 - 7x_3$, де x_2,x_3-довільні числа.

3) $\begin{cases} \alpha x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + \alpha x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + \alpha x_3 = 6 \end{cases}$

Відповідь: система не сумісна при α=-2. При $\alpha = 1;\ x_1 = 6 - x_2 - x_3$, де x_2,x_3-довільні числа.

4) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 + 5x_4 = 13 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \alpha x_4 = 9 \end{cases}$

Відповідь: система несумісна при $\alpha \neq 4$, при $\alpha = 4$, $x_1 = -3 - 2x_2 - x_4$; $x_3 = 4 - x_4$,де x_2, x_4 – довільні числа.

3. Розв’язати системи рівнянь:

1) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = p \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = q \\ -2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = r \end{cases}$ Відповідь: $\begin{bmatrix} 11 & 6 & 8 \\ -4 & -2 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$.

2) $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = p \\ 3x_1 - 4x_2 - 7x_3 = q \\ x_1 - x_2 + x_3 = r \end{cases}$ Відповідь: $\frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 11 & 8 & 1 \\ 10 & 7 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$.

VI

Застосування лінійної алгебри в економіці

Задача 1. Підприємство виготовляє n типів виробів, використовуючи m видів сировини. Норми витрат a_{ij} сировини i-го виду для виробництва одиниці продукції j-го типу задані матрицею витрат $A = a_{ij}\ {}_{m\times n}$. План випуску виробів кожного типу задано матрицею B розміру $1\times n$. Вартість одиниці сировини кожного виду в грошових одиницях (гр.од.) задано матрицею P розміру $1\times m$. Знайти: а) матрицю C витрат сировини при заданому плані випуску виробів; б) загальну вартість S необхідної сировини.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix},\ B = \ 30 \quad 50\ ,\ P = \ 10 \quad 12 \quad 8\ .$$

Р о з в’я з а н н я.

а) $C = AB^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 30 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot 30 + 3\cdot 50 \\ 4\cdot 30 + 1\cdot 50 \\ 5\cdot 30 + 3\cdot 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 210 \\ 170 \\ 300 \end{pmatrix}$,

тобто при заданому плані випуску $B = (30 \quad 50)$ потрібно 210 од. сировини 1-го виду, 170 од. – 2-го виду і 300 од. – 3-го виду.

б) $S = PC = (10 \quad 12 \quad 8) \begin{pmatrix} 210 \\ 170 \\ 300 \end{pmatrix} = 10\cdot 210 + 12\cdot 170 + 8\cdot 300 = 6540$ (гр.од.).

Задача 2. Швейна фабрика на протязі трьох днів виготовляла плащі, костюми і куртки. Відомі об'єми випуску продукції за три дні та грошові витрати на виробництво за ці дні:

День	Об'єм випуску продукції (одиниць)			Витрати (гр. од.)
	плащі	костюми	куртки	
Перший	25	35	20	16800
Другий	10	50	30	17600
Третій	20	40	30	18400

Знайти собівартість одиниці продукції кожного виду.

Р о з в ' я з а н н я. Позначимо через x_1, x_2, x_3 відповідно собівартість плаща, костюма та куртки. Згідно поданої таблиці складемо систему рівнянь для знаходження невідомих x_1, x_2, x_3:

$$\begin{cases} 25x_1 + 35x_2 + 20x_3 = 16800 \\ 10x_1 + 50x_2 + 30x_3 = 17600 \\ 20x_1 + 40x_2 + 30x_3 = 18400. \end{cases}$$

Розв'яжемо дану систему методом Гаусса. Випишемо розширену матрицю системи і виконаємо над нею потрібні перетворення:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 25 & 35 & 20 & 16800 \\ 10 & 50 & 30 & 17600 \\ 20 & 40 & 30 & 18400 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 10 & 50 & 30 & 17600 \\ 25 & 35 & 20 & 16800 \\ 20 & 40 & 30 & 18400 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 10 & 50 & 30 & 17600 \\ 0 & -90 & -55 & -27200 \\ 0 & -60 & -30 & -16800 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 10 & 50 & 30 & 17600 \\ 0 & 2 & 1 & 560 \\ 0 & -90 & -55 & -27200 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 10 & 50 & 30 & 17600 \\ 0 & 2 & 1 & 560 \\ 0 & 0 & -10 & -2000 \end{array}\right).$$

За отриманою розширеною матрицею випишемо відповідну систему рівнянь:

$$\begin{cases} 10x_1 + 50x_2 + 30x_3 = 17600 \\ \qquad 2x_2 + x_3 = 560 \\ \qquad\quad -10x_3 = -2000. \end{cases}$$

З останнього рівняння цієї системи знаходимо, що $x_3 = 200$; з другого – $x_2 = \frac{1}{2}\ 560 - x_3\ = \frac{1}{2}\ 560 - 200\ = 180$; з першого – $x_1 = \frac{1}{10}\ 17600 - 50x_2 - 30x_3\ = \frac{1}{10}\ 17600 - 50 \cdot 180 - 30 \cdot 200\ = 260$.

Отже собівартість плаща становить 260 ум. од., костюма – 180 ум. од., куртки – 200 ум. од.

Задача 3. На двох пунктах відправлення $П_1$ і $П_2$ зосереджено відповідно 350 і 150 одиниць деякої продукції, яку потрібно відправити двом споживачам C_1 і C_2. Споживачі потребують відповідно 200 і 300 одиниць цієї продукції. Відомі витрати на перевезення одиниці продукції з пункту $П_i$ $i = 1, 2$ до споживача C_j $j = 1, 2$, які подані у таблиці.

Пункт відправлення	Витрати на перевезення одиниці продукції до споживачів (гр. од.)	
	C_1	C_2
$П_1$	15	20
$П_2$	8	25

Потрібно скласти план перевезень так, щоб загальна вартість перевезень була мінімальною.

Р о з в'я з а н н я. Позначимо через x_1, x_2, x_3, x_4 кількість одиниць продукції, яку слід перевезти відповідно від $П_1$ до C_1, від $П_1$ до C_2, від $П_2$ до C_1 і від $П_2$ до C_2. Згідно умови задачі повинні виконуватись рівності:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 350 \\ x_3 + x_4 = 150 \\ x_1 + x_3 = 200 \\ x_2 + x_4 = 300. \end{cases}$$

Розв'яжемо дану систему методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & 350 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 150 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 200 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 300 \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & 350 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 200 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 300 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 150 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & 350 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -150 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 300 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 150 \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & 350 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -150 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 150 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 150 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & 350 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -150 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 150 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$

За отриманою розширеною матрицею випишемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 350 \\ -x_2 + x_3 = -150 \\ x_3 + x_4 = 150. \end{cases}$$

Невідомому x_4 можемо надати будь-якого числового значення c: $x_4 = c$. Тоді з рівнянь системи, починаючи з останнього, послідовно знаходимо: $x_3 = 150 - c$, $x_2 = 300 - c$, $x_1 = 50 + c$. Отже розв'язок системи має вигляд:

$x_1 = 50 + c$, $x_2 = 300 - c$, $x_3 = 150 - c$, $x_4 = c$,

де по змісту задачі c – довільне число, яке лежить в межах від нуля до 150.

Завдання для самостійної роботи

1.

Знайти $C = AB^T$ та $S = PC$, якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix},\ B = \ 10 \quad 20 \quad 15\ ,\ P = \ 5 \quad 2\ .$$

2.

Підприємство виготовляє три види продукції $П_1$, $П_2$, $П_3$, використовуючи три види сировини $С_1$, $С_2$, $С_3$. Необхідні характеристики виробництва подані у таблиці. Знайти об'єм випуску продукції кожного виду при заданих запасах сировини.

Вид сировини	Витрати сировини на одиницю продукції (у вагових одиницях)			Запаси сировини (ваг. од.)
	Π_1	Π_2	Π_3	
C_1	3	5	4	2700
C_2	1	2	1	800
C_3	2	3	2	1600

3.

На двох пунктах відправлення Π_1 і Π_2 зосереджено відповідно a_1 і a_2 одиниць деякої продукції, яку потрібно відправити двом споживачам C_1 і C_2. Споживачі потребують відповідно b_1 і b_2 одиниць цієї продукції. Витрати на перевезення одиниці продукції з пунктів відправлення до споживачів подані у таблиці. Скласти план перевезень, при якому загальна вартість перевезень буде мінімальною.

Пункт відправлення	Витрати на перевезення одиниці продукції до споживачів (гр. од.)	
	C_1	C_2
Π_1	12	8
Π_2	9	10

$$a_1 = 150\,,\ a_2 = 250\,;\ b_1 = 180\,,\ b_2 = 220\,.$$

VII

Розрахунково-графічні завдання

7.1. Матриці і визначники

I

Обчислити визначник 4-го порядку розклавши його за елементами i-го рядка (j-го стовпця); зробивши нулі в n-му рядку (k-му стовпці); привівши його до трикутного виду.

1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ **j = 2; k = 4;**

2. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{vmatrix}$ **j = 1; n = 3;**

3. $\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 2 \\ 8 & 5 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$ **j = 2; k = 1;**

4. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 7 & 3 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ **i = 3; n = 1;**

5. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ -3 & 0 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 2 & -2 \\ 5 & 1 & 0 & 7 \end{vmatrix}$ **i = 1; n = 4;**

6. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & -2 & -4 \\ -1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 3 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & -2 & -3 \end{vmatrix}$ **i = 4; k = 3;**

7. $\begin{vmatrix} -7 & 3 & -2 & -4 \\ -5 & 2 & 0 & 2 \\ 12 & -5 & 3 & 3 \\ 2 & -1 & 6 & 8 \end{vmatrix}$ **j = 3; n = 1;**

8. $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & -1 \\ -4 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$ **j = 4; k = 3;**

9. $\begin{vmatrix} 6 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ **i = 2; k = 3;**

10. $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 3 \\ 6 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ **i = 2; n = 3;**

11. $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ **j = 1; n = 3;**

12. $\begin{vmatrix} 6 & 4 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ **j = 4; k = 1;**

13. $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ **i = 3; n = 3;**

14. $\begin{vmatrix} 4 & 6 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ **i = 1; k = 2;**

15. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & -3 \\ 2 & -3 & 3 & -2 \\ 2 & -9 & 3 & -8 \\ 1 & 6 & -4 & 8 \end{vmatrix}$ **j = 3; k = 2;**

16. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -3 & 3 \\ 9 & 9 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ **j = 2; n = 1;**

17. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & -3 \\ 9 & 9 & 4 & 4 \\ 3 & -3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$ **j = 1; n = 3;**

18. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 7 & -2 \\ 2 & -3 & 8 & -4 \\ 4 & 2 & 19 & 1 \\ 6 & -5 & 11 & -3 \end{vmatrix}$ **i = 2; k = 2;**

19. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 2 & 8 \\ 4 & 3 & 4 & -4 \\ 1 & 6 & -1 & 12 \end{vmatrix}$ **i = 3; k = 1;**

20. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 & 6 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ **i = 4; n = 1;**

21. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 6 & 3 \\ 0 & 5 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$ **j = 1; k = 4;**

22. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 5 \end{vmatrix}$ **j = 3; n = 2;**

23. $\begin{vmatrix} 1 & 7 & 1 & 1 \\ 2 & 14 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ **i = 1; n = 3;**

24. $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 & 1 \\ 6 & 3 & -1 & 2 \\ 12 & 5 & -3 & 4 \\ 6 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$ **i = 3; k = 4;**

25. $\begin{vmatrix} 7 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 8 \\ 9 & 2 & 4 & 5 \\ 6 & 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ **i = 2; n = 2;**

26. $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & -1 \\ -4 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$ **i = 3; n = 2;**

27. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & -3 \\ 2 & -3 & 3 & -2 \\ -3 & -9 & 1 & -8 \\ 4 & 6 & -4 & 8 \end{vmatrix}$ **j = 3; n = 1;**

28. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & -3 & 3 \\ 13 & 9 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ **j = 2; k = 3;**

29. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & 4 & -4 \\ -6 & 16 & 1 & 1 \\ 7 & -16 & 4 & -4 \end{vmatrix}$ **j = 1; k = 4;**

30. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & -3 & 2 & 8 \\ 0 & 3 & 4 & -4 \\ 6 & 6 & -1 & 12 \end{vmatrix}$ **i = 3; n = 2;**

II

Для даних матриць A, B, C, D, E знайти всі можливі добутки; знайти A^{-1} і B^{-1} методом Гауса і за допомогою приєднаної матриці, зробити перевірку. Розв'язати матричні рівняння: $X \cdot A = B; B \cdot X = C$, де X – невідома матриця.

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 7 & -8 & 4 \\ 0 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$; $D = \begin{bmatrix} 0 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix}$; $E = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$;

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$; $D = \begin{bmatrix} 8 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}$; $E = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$;

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & -1 & 1 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$; $D = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$; $E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$;

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$; $D = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$; $E = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$;

5. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -5 & 1 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$; $D = \begin{bmatrix} 4 \\ -7 \\ 0 \end{bmatrix}$; $E = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$;

6. $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -3 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 7 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$; $D = \begin{bmatrix} 7 \\ -6 \\ 1 \end{bmatrix}$; $E = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$;

7. $.A=\begin{bmatrix}1&2&-1\\1&3&2\\-2&-5&0\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}1&2&1\\3&-1&3\\2&1&-2\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}3&0\\-2&4\\1&-1\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}3\\-3\\2\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}0&2\\-1&-3\end{bmatrix}$;

8. $A=\begin{bmatrix}4&2&3\\4&-5&1\\-2&-3&1\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}0&3&0\\-1&3&2\\1&-2&4\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}-4&1\\3&-2\\1&0\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}7\\-5\\-1\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}3&2\\4&3\end{bmatrix}$;

9. $A=\begin{bmatrix}5&2&4\\3&-2&0\\1&-1&1\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}-2&1&1\\-1&0&1\\5&-1&-3\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}5&-5\\6&0\\8&-1\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}11\\0\\-7\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}1&-1\\4&5\end{bmatrix}$;

10. $A=\begin{bmatrix}2&1&3\\3&2&0\\2&3&-13\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}1&4&-5\\4&-1&0\\6&1&3\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}3&-1\\2&7\\-3&5\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}-5\\3\\-4\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}1&0\\-3&3\end{bmatrix}$;

11. $A=\begin{bmatrix}3&2&1\\-5&7&2\\3&-1&1\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}2&-1&1\\1&3&1\\3&1&-1\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}-2&6\\1&-2\\9&0\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}6\\8\\-3\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}-3&2\\0&-4\end{bmatrix}$;

12. $A=\begin{bmatrix}-4&2&10\\-4&3&7\\-3&1&7\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}2&-5&3\\1&5&-3\\-4&0&4\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}6&2\\-5&-7\\-3&0\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}2\\-2\\9\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}3&1\\4&-1\end{bmatrix}$;

13. $A=\begin{bmatrix}1&2&-1\\-2&1&7\\2&-2&2\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}7&-3&0\\1&3&5\\-6&4&2\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}4&10\\-10&1\\0&4\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}13\\1\\-2\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}2&3\\2&-4\end{bmatrix}$;

14. $A=\begin{bmatrix}-2&2&3\\1&0&1\\-4&2&5\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}-1&7&8\\1&-3&4\\5&3&-2\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}1&-1\\5&7\\-8&1\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}4\\-3\\5\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}1&1\\-2&5\end{bmatrix}$;

15. $A=\begin{bmatrix}1&2&3\\2&5&1\\2&4&-1\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}-1&0&2\\1&-2&5\\3&9&4\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}2&-3\\2&0\\-5&1\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}1\\20\\-6\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}-1&3\\1&2\end{bmatrix}$;

16. $A=\begin{bmatrix}2&5&-1\\1&-1&1\\-3&4&0\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}2&3&4\\0&2&6\\3&7&1\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}2&4\\-6&-2\\0&2\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}5\\-7\\0\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}-5&0\\4&2\end{bmatrix}$;

17. $A=\begin{bmatrix}3&0&0\\1&2&1\\-1&0&3\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}-2&6&0\\4&-3&2\\4&-4&1\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}3&0\\-2&1\\-7&5\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}15\\-1\\1\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}2&0\\-6&1\end{bmatrix}$;

18. $A=\begin{bmatrix}2&3&5\\0&1&4\\-7&4&-3\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}3&-1&4\\1&-1&5\\6&1&4\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}1&-9\\0&4\\-4&2\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}-4\\-7\\1\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}-2&2\\-1&3\end{bmatrix}$;

19. $A=\begin{bmatrix}-2&1&3\\-1&2&1\\-1&1&2\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}2&4&1\\1&-3&1\\1&-1&8\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}11&-2\\3&1\\-2&-1\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}5\\-4\\0\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}-7&1\\-3&7\end{bmatrix}$;

20. $A=\begin{bmatrix}1&-9&0\\3&2&1\\-2&3&1\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}-1&3&2\\2&-1&1\\8&0&5\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}0&9\\-5&6\\9&-2\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}-1\\22\\-4\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}-3&0\\10&1\end{bmatrix}$;

21. $A=\begin{bmatrix}1&-1&1\\3&4&8\\2&0&-1\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}3&-1&2\\2&-3&1\\4&0&11\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}4&-5\\-3&-1\\-4&2\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}6\\-3\\2\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}5&-2\\1&8\end{bmatrix}$;

22. $A=\begin{bmatrix}2&4&1\\3&4&2\\4&1&-3\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}8&1&2\\-4&5&1\\-1&2&-3\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}0&-5\\2&7\\-8&1\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}4\\3\\-2\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}-1&9\\0&2\end{bmatrix}$;

23. $A=\begin{bmatrix}3&8&-1\\-1&4&1\\1&1&2\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}5&10&3\\4&-7&1\\0&2&-2\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}2&-4\\3&1\\-2&7\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}-5\\4\\-1\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}9&0\\-7&1\end{bmatrix}$;

24. $A=\begin{bmatrix}6&4&2\\7&5&1\\3&2&4\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}1&2&3\\-2&-8&4\\1&1&2\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}1&-1\\0&11\\-8&2\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}8\\-2\\3\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}7&-1\\0&2\end{bmatrix}$;

25. $A=\begin{bmatrix}-2 & 6 & 2\\ 2 & -1 & 15\\ 4 & 0 & 8\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}1 & 3 & 4\\ 1 & -1 & 4\\ -1 & 2 & -3\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -5 & 4\\ 1 & -2\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}-1\\ 9\\ -5\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}-5 & 0\\ 2 & 3\end{bmatrix}$;

26. $A=\begin{bmatrix}1 & -3 & 1\\ -8 & 1 & 3\\ 6 & -1 & 3\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & 3 & 1\\ 4 & 5 & 1\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 3 & -3\\ -4 & 2\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}10\\ -1\\ 2\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}4 & 5\\ -1 & 2\end{bmatrix}$;

27. $A=\begin{bmatrix}4 & -2 & 4\\ 10 & 2 & 12\\ 1 & 2 & 2\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}2 & 7 & -1\\ 3 & 3 & -5\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}3 & 6\\ -2 & 5\\ 0 & 1\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}0\\ -8\\ 9\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -3 & 1\end{bmatrix}$;

28. $A=\begin{bmatrix}1 & -7 & 9\\ 2 & 2 & 3\\ -3 & 5 & 1\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & -3 & 1\\ 3 & 2 & -1\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}5 & 0\\ -6 & 7\\ -3 & 1\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}4\\ -3\\ -3\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}9 & 1\\ -2 & 4\end{bmatrix}$;

29. $A=\begin{bmatrix}3 & 2 & 1\\ -3 & -2 & 3\\ 5 & 4 & 2\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}3 & -8 & 4\\ 5 & -5 & 2\\ 2 & -9 & 3\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}2 & 0\\ -3 & 8\\ 1 & -2\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}-5\\ -2\\ 7\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}-6 & 2\\ 1 & -3\end{bmatrix}$;

30. $A=\begin{bmatrix}5 & 2 & 1\\ 1 & 4 & 3\\ -3 & 2 & 1\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}1 & 4 & 3\\ -2 & 2 & -3\\ 3 & -3 & 5\end{bmatrix}$; $C=\begin{bmatrix}5 & 0\\ -1 & 1\\ 3 & -4\end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix}-12\\ 8\\ -1\end{bmatrix}$; $E=\begin{bmatrix}3 & -1\\ -1 & 11\end{bmatrix}$;

7.2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь

Дослідити систему рівнянь на сумісність. Якщо вона сумісна, розв’язати її за формулами Крамера, матричним методом, методом Гауса.

I

1. $\begin{cases} 5x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 7 \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 23 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 8 \\ 4x_1 + 5x_2 + x_3 = -16 \\ -3x_1 \quad - 4x_3 = 17 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 3 \\ 4x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2 \\ -6x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 52 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -7 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$

6. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = -5 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 3 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -6 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 9 \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 = -5 \end{cases}$

11. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$

12. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 = -7 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 9 \end{cases}$

13. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -5 \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -9 \end{cases}$

14. $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 4 \\ 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$

15. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 9 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 10 \end{cases}$

16. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 2 \end{cases}$

17. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$

18. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 4 \\ 2x_1 + 6x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + 8x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$

19. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \\ 6x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$

20. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -4 \\ 5x_1 - 7x_2 + 8x_3 = -7 \end{cases}$

21. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 11 \end{cases}$

22. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 8 \\ 4x_1 + x_2 - 6x_3 = 21 \end{cases}$

23. $\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -1 \\ 7x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0 \\ -9x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$

24. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -3 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$

25. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 = 2 \\ 3x_1 - 6x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$

26. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$

27. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$

28. $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 16 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 16 \end{cases}$

29. $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 15 \\ 10x_1 - 11x_2 + 5x_3 = 36 \end{cases}$

30. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ -2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -2 \end{cases}$

II

1. $\begin{cases} x_1 + 7x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - 8x_3 = 0 \\ 5x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 6x_2 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$

3. $\begin{cases} -2x_1+3x_2+5x_3=0 \\ x_1-3x_2+4x_3=0 \\ 7x_1+8x_2-x_3=1 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=0 \\ 3x_1-5x_2+3x_3=0 \\ 2x_1+7x_2-x_3=0 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3x_1+2x_2-3x_3=0 \\ -4x_1+3x_2+2x_3=0 \\ 5x_1-2x_2-3x_3=0 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 3x_1+4x_2+x_3=0 \\ 2x_1+6x_2-3x_3=0 \\ x_1+8x_2-x_3=0 \end{cases}$

7. $\begin{cases} x_1+x_2+2x_3=0 \\ 2x_1-x_2+3x_3=0 \\ 4x_1+3x_2+7x_3=0 \end{cases}$

8. $\begin{cases} -2x_1+3x_2+5x_3=0 \\ 3x_1-4x_2-7x_3=0 \\ x_1-x_2+x_3=0 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=0 \\ 3x_1+x_2+2x_3=0 \\ 2x_1+3x_2+x_3=0 \end{cases}$

10. $\begin{cases} 2x_1+x_2+2x_3=0 \\ x_1+2x_2+2x_3=0 \\ 2x_1+2x_2+x_3=0 \end{cases}$

11. $\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=0 \\ 2x_1+x_2+x_3=0 \\ x_1+x_2+2x_3=0 \end{cases}$

12. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=0 \\ 6x_1+3x_2+x_3=0 \\ 8x_1-4x_2-2x_3=0 \end{cases}$

13. $\begin{cases} x_1+x_2=0 \\ x_1-2x_2+x_3=0 \\ x_1-2x_3=0 \end{cases}$

14. $\begin{cases} 2x_1+3x_2+4x_3=0 \\ x_1-6x_2-2x_3=0 \\ 4x_1-3x_2+8x_3=0 \end{cases}$

15. $\begin{cases} x_1+4x_2-x_3=0 \\ 3x_1+2x_2+2x_3=0 \\ 6x_1+4x_2-2x_3=0 \end{cases}$

16. $\begin{cases} 2x_1+7x_3=0 \\ -x_1+4x_2-8x_3=0 \\ 3x_1+5x_2-4x_3=0 \end{cases}$

17. $\begin{cases} 2x_1+2x_2-3x_3=0 \\ x_1+3x_2+2x_3=0 \\ -2x_2-3x_3=0 \end{cases}$

18. $\begin{cases} x_1+x_2-2x_3=0 \\ 2x_1+3x_2-5x_3=0 \\ -2x_1+x_2+2x_3=0 \end{cases}$

19. $\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ \quad -4x_2 - 7x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 \quad = 0 \end{cases}$

20. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

21. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 \quad = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

22. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \quad = 0 \\ -9x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

23. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 0 \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 0 \end{cases}$

24. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \\ -6x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \\ -3x_1 - x_2 + 8x_3 = 0 \end{cases}$

25. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

26. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 7x_1 - 8x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$

27. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 8x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$

28. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ -x_1 + 8x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$

29. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 = 0 \\ -x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

30. $\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 7x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 8x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 \quad + 4x_3 = 0 \end{cases}$

III

1. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -3 \\ 3x_1 + x_2 \qquad = 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 = -3 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 \quad = 5 \\ 4x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 7 \\ 4x_1 + 8x_2 - 12x_3 = 3 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 3 \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 2 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 7 \end{cases}$

6. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2 \\ 2x_1 + 8x_2 - x_3 = 8 \\ 9x_1 + x_2 + 8x_3 = 0 \end{cases}$

8. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 6x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 2 \\ 5x_1 - 2x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$

10. $\begin{cases} -2x_1 - 6x_2 + x_3 = 8 \\ 4x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ -4x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$

11. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$

12. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 = 4 \end{cases}$

13. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$

14. $\begin{cases} 4x_2 + 4x_3 = -2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 2 \\ 2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 1 \end{cases}$

15. $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 - 5x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$

16. $\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 + 8x_3 = 2 \\ 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 1 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 = -2 \end{cases}$

17. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = -5 \\ -5x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$

18. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 9x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$

19. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = -3 \\ 8x_1 + 9x_2 + 17x_3 = 0 \end{cases}$

20. $\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 3 \\ 6x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -5 \end{cases}$

21. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -1 \\ -3x_1 + 4x_2 + x_3 = 2 \\ -x_1 + x_2 = 5 \end{cases}$

22. $\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_3 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$

23. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -2 \\ 2x_1 - 5x_2 + 7x_3 = 8 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -1 \end{cases}$

24. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 8 \\ -5x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$

25. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 9 \\ 6x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 1 \\ -3x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$

26. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \\ -2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases}$

27. $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 7 \\ -x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ -3x_1 + 9x_3 = -5 \end{cases}$

28. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 8 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -1 \\ -x_1 + x_2 = 3 \end{cases}$

29. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -5 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \\ 6x_1 + x_2 + 7x_3 = 1 \end{cases}$

30. $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 11 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -2 \\ 3x_1 + 10x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$

IV

1. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + 7x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + 8x_3 = 0 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 0 \\ -x_1 - 4x_2 - 7x_3 = 0 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1 + 6x_2 + 8x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 + 9x_2 + 20x_3 = 0 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ 6x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 8x_3 = 0 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 4x_1+5x_2+9x_3 =0 \\ -5x_1+7x_2-8x_3=0 \\ -9x_1+2x_2-17x_3=0 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 2x_1+x_2-6x_3=0 \\ x_1-2x_2+4x_3=0 \\ 5x_1-3x_2+2x_3=0 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x_1-2x_2+4x_3 =0 \\ 3x_1-6x_2 +x_3=0 \\ 6x_1-12x_2+13x_3=0 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x_1+4x_2-x_3 =0 \\ 6x_1+4x_2-2x_3=0 \\ -8x_1-12x_2+4x_3=0 \end{cases}$

11. $\begin{cases} 2x_1-3x_2+3x_3=0 \\ 9x_2-10x_3=0 \\ 2x_1+6x_2-7x_3=0 \end{cases}$

12. $\begin{cases} 3x_1-2x_2+x_3=0 \\ -x_1-x_2-5x_3=0 \\ -5x_1+5x_2+3x_3=0 \end{cases}$

13. $\begin{cases} x_1-4x_2+6x_3=0 \\ x_1+6x_2+8x_3=0 \\ 10x_2+2x_3=0 \end{cases}$

14. $\begin{cases} -2x_1-3x_2+4x_3=0 \\ 5x_1+7x_2-8x_3=0 \\ 3x_1+4x_2-4x_3=0 \end{cases}$

15. $\begin{cases} x_1+x_2-7x_3 =0 \\ 5x_1-x_2-x_3 =0 \\ 3x_1-3x_2+13x_3=0 \end{cases}$

16. $\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3=0 \\ 4x_1-11x_2+10x_3=0 \\ 5x_1-9x_2+7x_3=0 \end{cases}$

17. $\begin{cases} -2x_1+x_2-3x_3=0 \\ 4x_1-5x_2+x_3 =0 \\ -2x_1+4x_2+2x_3=0 \end{cases}$

18. $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=0 \\ 2x_1-3x_2+4x_3=0 \\ 4x_1-11x_2+10x_3=0 \end{cases}$

19. $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3=0 \\ x_1-6x_2-7x_3=0 \\ 5x_1-x_2-6x_3=0 \end{cases}$

20. $\begin{cases} 3x_1-2x_2-x_3=0 \\ x_1+4x_2+9x_3=0 \\ 5x_1-x_2+3x_3=0 \end{cases}$

21. $\begin{cases} x_1-3x_2+2x_3=0 \\ 2x_1+x_2-4x_3=0 \\ 5x_1-8x_2+2x_3=0 \end{cases}$

22. $\begin{cases} x_1+2x_2-4x_3=0 \\ 2x_1+5x_2-x_3=0 \\ 3x_1+7x_2-5x_3=0 \end{cases}$

23. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ -3x_1 + x_2 - 5x_3 = 0 \\ -4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

24. $\begin{cases} x_1 + 8x_2 + 7x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 - 8x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$

25. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 0 \\ -6x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

26. $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 8x_1 + 7x_2 + 15x_3 = 0 \end{cases}$

27. $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 5x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

28. $\begin{cases} -x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 + 8x_2 - 10x_3 = 0 \\ -4x_1 - 5x_2 + 9x_3 = 0 \end{cases}$

29. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ -4x_1 + 4x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

30. $\begin{cases} -2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -7x_1 - x_2 + 10x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 10x_3 = 0 \end{cases}$

VIII
Тести з лінійної алгебри

***1*. Визначник змінює знак при:**
а) винесенні загального множника рядка за знак визначника;
б) транспонуванні;
в) перестановці двох рядків.

***2*. Визначник дорівнює нулю якщо:**
а) всі рядки різні;
б) є однакові рядки.
в) всі стовпчики різні

***3*. Відмінність мінору від алгебраїчного доповнення:**
а) немає відмінностей;
б) конкретним значенням;
в) наявністю знака.

4. **Відмінність матриці від визначника:**
а) немає відмінностей;
б) тільки знаком;
в) матриця - таблиця, визначник - число.

5. **Для якої матриці існує обернена до неї:**
а) прямокутної;
б) квадратної;
в) довільної.

6. **Квадратна матриця називається невиродженою, якщо її визначник:**
а) дорівнює нулю;
б) відмінний від нуля;
в) величина визначника не має значення.

7. **Система лінійних рівнянь називається несумісною, якщо вона має:**
а) безліч розв'язків;
б) не має розв'язків;
в) єдиний розв'язок.

8. **Система сумісна і має єдиний розв'язок, якщо:**
а) її визначник відмінний від нуля;
б) її визначник дорівнює нулю;
в) величина визначника не має значень.

9. **Система лінійних однорідних рівнянь має безліч розв'язків, якщо:**
а) її визначник відмінний від нуля;
б) її визначник дорівнює нулю;
в) величина визначника не має значення.

10. **Якщо у системі лінійних однорідних рівнянь її визначник дорівнює нулю, то система має:**
а) безліч розв'язків;
б) не має розв'язків;
в) єдиний розв'язок.

11. **За методом Гаусса елементарні перетворення виконуються над:**
а) матрицею з коефіцієнтів при невідомих;

б) розширеною матрицею;
в) довільно складеною матрицею.

***12.* Однорідна система m рівнянь з n невідомими має:**
а) єдину систему функціональних рішень;
б) не має системи функціональних рішень;
в) має кілька систем функціональних рішень.

***13.* Система лінійних однорідних рівнянь має тривіальний розв'язок, якщо:**
а) її визначник відмінний від нуля;
б) її визначник дорівнює нулю;
в) величина визначника не має значення.

***14.* Як зміниться визначник матриці четвертого порядку, якщо кожен її елемент помножити на 2?**

а) збільшиться в 4 рази;
б) не зміниться;
в) збільшиться в 16 разів;
г) збільшиться у 8 разів;
д) збільшиться в 2 рази.

***15.* Як зміниться визначник, якщо з його першого рядка відняти третій, який помножений на три?**

а) змінить свій знак;
б) не зміниться;
в) збільшиться в 3 рази;
г) стане рівним нулю;
д) інша відповідь.

***16.* Рішенням рівняння XA = B, де A, B - квадратні матриці одного і того ж порядку, причому A - невироджена матриця, є матриця X.**

а) $X = A^{-1} \cdot B$
б) $X = B \cdot A$
в) $X = A \cdot B$
г) $X = B \cdot A^{-1}$
д) $X = B^{-1} \cdot A$

17. **Якому числу дорівнює алгебраїчне доповнення елемента a_{23} визначника**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 8 \\ 5 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

а) -14;
б) 32;
в) 14;
г) 8;
д) -32.

Рекомендована література

1. Барабаш О. В., Дзядик С. Ю., Жданова Ю. Д., Омецинська О. Б., Онищенко В. В., Шевченко С. М. Вища математика. Частина 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функції однієї та багатьох змінних. Київ : ДУТ, 2015. – 435 с.
2. Барковський В. В., Барковська Н. В. Вища математика для економістів: 5-те вид. Навч. посіб. – К.: Центр учбової літератури, 2010.
3. Вища математика : базовий підручник для студентів ВНЗ / [Пономаренко В. С., Малярець Л. М., Бойко А. В. та ін.]; за ред. І. М. Коваль– Харків: Фоліо, 2014. – 667 с.
4. Городнов В. П. Вища математика (популярно, із прикладами) Харків : Вид-во НУА, 2005. 383с.
5. Дубовик В. П. , Юрик І. І. Вища математика: Навч. посібник. – К.: Видавництво А. С. К., 2003. – 648 с.
6. Лавренчук В.П., Настасієв П.П., Мартинюк О.В., Кондур О.С. Вища математика. Загальний курс. Чернівці : Книги – XXI, 2010. 556с.
7. Лиман Ф. Вища математика: навч. посіб. у 2-х частинах / Ф. Лиман, В.Власенко, С. Петренко. – К.: Вид-во. «Університетська книга», 2018. – 614 с.
8. Ляшенко О. І., Кравець Т. В. та ін. Вища математика для економістів. Підручник за ред. О. І. Ляшенко, О. І. Черняка. – Київ, 2007.
9. Рудницький В.Б., Діхтярук М.М., Рамський А.О. Курс вищої математики для студентів економічного і технологічного напрямків навчання. – Хмельницький, 2017. – 456 с
10. Турчанінова Л.І. Вища математика в прикладах і задачах: навч. посіб. / Л.І. Турчанінова, О.В. Доля. – К.: Вид-во «Ліра-К», 2018. – 348 с.
11. Соколенко О. І. Вища математика: Підручник. – К.: „Академія”, 2002. – 432 с.