

## ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗРАХУНОК ГНУЧКИХ НИТОК ІЗ ЗОСЕРЕДЖЕНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Гнучкі нитки у вигляді тросів, канатів та ланцюгів застосовуються, як несучі елементи різноманітних конструкцій та споруд. Розрахункові моделі таких елементів покладено в основу для механічного розрахунку проводів повітряних ліній електропередач [1,2], несучих тросів канатних та підвісних доріг [3], вантових мостів тощо. Метою розрахунку систем з гнучкими нитками є визначення їх провисання та натягнення для різних умов кліматичного впливу.

В практичних розрахунках використовують моделі переважно для пологої нитки, у якій стріла провисання є суттєво меншою у порівнянні з довжиною горизонтального прогону. При такому підході вважається, що форма кривої провисання має вигляд квадратичної параболи, а сила тяжіння нитки розподіляється не по її довжині, а по горизонтальній прямій. Такі припущення дозволяють забезпечити задовільну точність та отримати рішення в зручній для розрахунків аналітичній формі [4].

Розрахункові моделі для гнучких ниток з великим провисанням у вигляді ланцюгової лінії застосовуються значно в меншій мірі, що зумовлено складнощами побудови розрахункових схем та виконанням обчислювальних процедур. Для практичного застосування необхідно створити математичну модель, що може бути реалізована на рівні інженерних розрахунків з використанням сучасних обчислювальних засобів.

В даній роботі запропоновано вирішення такого завдання шляхом розробки чисельно-аналітичного способу механічного розрахунку однорідної гнучкої нитки.

На рис. 1 наведено схему закріплення та навантаження гнучкої нитки, яка зазнає дії розподіленого навантаження від власної сили тяжіння та від вертикальних зосереджених сил  $G_1, G_2, \dots, G_k$ , що розподіляють нитку на  $n$  ділянок,  $n = k + 1$ . Форму кривої провисання на кожній ділянці прийнято у вигляді ланцюгової лінії:

$$y(x) = a \cdot ch \frac{x - C_1}{a} + C_2, \quad (1)$$

де  $a$  – параметр, що характеризує співвідношення між горизонтальною складовою натягнення нитки  $H$  і розподіленням навантаженням від сил тяжіння  $q$ :  $a = H/q$ ;

$C_1, C_2$  – константи інтегрування.

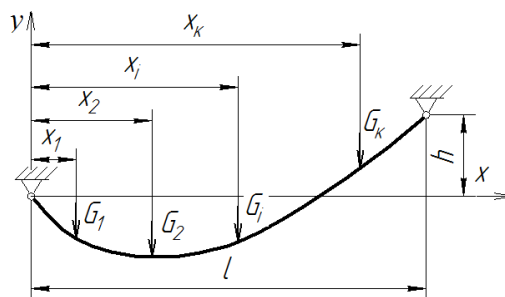


Рис. 1. – Схема навантаження гнучкої нитки

Константа  $C_1$  на кожній ділянці визначається з умови:  $y'(x = \delta) = 0$ , де  $\delta$  –  $x$ -координата вершини ланцюгової лінії  $y(x)$  на заданій ділянці. Константи  $C_2$  для першої та останньої ділянок визначаються з граничних умов, відповідно:

$$y(x=0) = 0; \quad y(x=l) = h.$$

Таким чином, для визначення функцій  $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$  слід відшукати для  $n-2$  ділянок константи  $C_2$ , для  $n$  ділянок – координати  $\delta$ . Крім того, також потрібно визначити параметр  $a$ . В результаті загальна кількість невідомих становить  $2n-1$ . Для їх визначення отримана система рівнянь (2) і (3), що укладаються для точок  $x_1, x_2, \dots, x_k$  на підставі умов рівноваги:

$$-sh((x_j - \delta_j)/a) + sh((x_j - \delta_{j+1})/a) - G_j / qa = 0, \quad (2)$$

де  $j = 1, 2, \dots, k$ ;

$x_j$  –  $x$ -координата точки прикладення зосередженої сили  $G_j$ ;

$\delta_j$  –  $x$ -координата вершини ланцюгової лінії  $y_j(x)$ ;

та умов сумісності ланцюгових ліній:

$$y_j(x_j) = y_{j+1}(x_j). \quad (3)$$

Для отримання розв'язку задачі систему рівнянь (2) і (3) слід доповнити ще одним рівнянням, що визначає, наприклад, повну довжину підвішеної нитки  $L$ :

$$\int_0^{x_1} \sqrt{1 + (y_1')^2} dx + \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + (y_2')^2} dx + \dots + \int_{x_k}^l \sqrt{1 + (y_n')^2} dx = L. \quad (4)$$

З урахуванням того, що  $n = k + 1$ , кількість рівнянь в системі (2), (3), (4) дорівнює кількості невідомих  $2n-1$ .

Реалізацію запропонованої моделі розрахунку показано на прикладі для системи з параметрами:  $x_1 = 40$  м,  $x_2 = 80$  м,  $h = 6$  м,  $l = 120$  м,  $L = 125$  м,  $G_1 = G_2 = 100$  Н,  $q = 8$  Н/м.

В результаті обчислень із застосуванням математичного пакету Mathcad отримано:

$$\delta_1 = 69,3 \text{ м}, \quad \delta_2 = 57,9 \text{ м}, \quad \delta_3 = 47,1 \text{ м}, \quad a = 51,9 \text{ м}, \quad C_2 = -100 \text{ м}.$$

Розподіл натягіння  $T$  на кожній  $i$ -й ділянці нитки в залежності від дугової координати  $s$  визначався за формулою

$$T_i(s) = \frac{q \cdot a}{\cos[\text{arctg}(A_i - s)/a]},$$

де  $i = 1, 2, \dots, n$ ;

$A_i$  – константа, що визначається для  $i$ -ї ділянки з урахуванням початкової умови  $S_i(x_{i-1}) = 0$  при інтегруванні рівняння

$$S_i(x) = \int \sqrt{1 + (y_i')^2} dx + A_i.$$

#### Список посилань

1. Бладыко Ю.В. Механический расчет гибких токопроводов при замене сосредоточенных сил распределенной нагрузкой / Ю.В. Бладыко // Энергетика. Изв.высш. учеб.заведений и энерг. объединений СНГ. 2018. Т.61, №2. С. 97-107.
2. Петров В.С., Дубровская Т.И. Механический расчет проводов и тросов воздушных линий как основа расчета надежности конструкций // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 7, №6 (2015).
3. Скворцов А.В. Расчетные модели гибкой нити применительно к висячим мостам и вантово-балочным системам : Дис. ... канд. техн. наук : 05.23.17 Москва, 2005 248 с.
4. Меркин Д.Р. Введение в механику гибкой нити. – М.:Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. –240 с.