

## РОЗДІЛ IV. ЕНЕРГЕТИКА, ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА

DOI: 10.25140/2411-5363-2024-1(35)-240-250

УДК 629.374.7

**Юрій Денисов<sup>1</sup>, Віталій Скугарев<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри електроніки, автоматики, робототехніки та мехатроніки  
Національний університет “Чернігівська політехніка” (Чернігів, Україна)  
E-mail: [den711td@gmail.com](mailto:den711td@gmail.com). ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2293-7964>  
ResearcherID: G-1144-2016. Scopus Author ID: 56338219200

<sup>2</sup>аспірант кафедри електричної інженерії та інформаційно-вимірювальних технологій  
Національний університет “Чернігівська політехніка” (Чернігів, Україна)  
E-mail: [v.skugarev88@gmail.com](mailto:v.skugarev88@gmail.com). ORCID <https://orcid.org/0009-0008-2538-6997>. ResearcherID: JOK-0150-2023

### ВПЛИВ ПУЛЬСАЦІЙ АВТОНОМНОГО ІНВЕРТОРА НАПРУГИ НА ПОХИБКУ ЗА ФАЗОЮ РОБОЧОГО ОРГАНУ БОРТОВОЇ АВІАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ СЛІДКУВАННЯ

На борту літального апарату забезпечення оптимальних режимів роботи авіаційного двигуна відбувається за допомогою автоматичної системи управління. Її функції пов'язані з моніторингом поточних параметрів режимів роботи авіадвигуна, їх індикацією управління окремими робочими органами, які забезпечують подачу палива, повітря запал за командами бортового комп'ютера. Ці команди виконують автоматизовані електроприводи малої потужності. Вони входять до систем відповідних виконавчих органів, що слідкують за параметрами режимів роботи авіадвигуна. Сучасні бортові електроприводи виконують на основі безколекторних двигунів, які працюють у режимі електромашини постійного струму або в синхронному режимі, як машина змінного струму. Ці електроприводи слідкують за заданими законами зміни окремих параметрів, наприклад, за фазовим положенням робочих органів механізмів, що забезпечують задані режими роботи авіадвигуна. Живлення бортового електропривода системи слідування відбувається від акумулятора через автономний інвертор напруги, якщо безколекторна електромашинка працює в синхронному режимі, або ж в режимі колектора, якщо вона працює в режимі машини постійного струму.

Точність виконання заданих законів слідування є головним показником таких систем. На цей показник впливають багато чинників, одним з головних серед них є пульсації напруги живлення, які є наслідком дискретного режиму роботи автономного інвертора, що висуває актуальну проблему аналізу їхнього впливу на точність виконання законів слідування.

**Ключові слова:** літальний апарат; електроприводи, що слідкують; автономний інвертор напруги; пульсації напруги живлення; процеси кінцевої тривалості.

Рис.: 3. Бібл.: 14.

**Постановка проблеми.** Враховуючи суттєвий вплив пульсацій напруги автономного інвертора (АІН) на точність відстежувального електропривода, виникає актуальна проблема оцінки рівня їх впливу та пошук шляхів його зменшення.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз сучасних публікацій з тематики досліджень [1-7] показав, що в процесі розробки електроприводів, що стежать, їх точність оцінюють за основною гармонікою без врахування впливу пульсацій напруги живлення. Припущення про синусоїдальну форму напруги на виході інвертора [8] суттєво спрощує аналіз основних характеристик відстежувального електропривода. Але реальна прямокутна форма напруги на виході інвертора впливає на плавність обертання ротора електродвигуна, знижує точність слідування. Причиною цього є пульсуючі моменти, що виникають в результаті взаємодії поля основної гармоніки з полями струму вищих гармонік. Найбільшу амплітуду пульсуючому моменту створюють струми п'ятої на сьомої гармонік. Загалом найбільша амплітуда пульсацій моменту в зоні нелінійних навантажень становить до 10 % від номінального моменту. Тому актуальною є проблема дослідження впливу форми напруги АІН на похибку електропривода, що слідує за законом зміни відповідного параметра в системі управління режимами роботи авіадвигуна [9].

**Метою роботи** є аналіз похибки слідування за законом зміни фази відповідного робочого органу в системі управління авіаційним двигуном та пошук шляхів її мінімізації.

**Виклад основного матеріалу.**

**1. Загальні припущення.** Досягнення поставленої мети ускладнюються такими факторами.

Дискретна нелінійність АІН, яка є наслідком закону перемикання силових транзисторів та мікропроцесами, які його супроводжують, наявністю інтервалів обміну енергії між навантаженням та джерелом живлення.

Суттєвою нелінійністю безколекторного двигуна з постійними магнітами, наявністю цифрових ланок. Це аналого-цифрові перетворювачі (АЦП) цифро-аналогові перетворювачі (ЦАП), мікропроцесори в інформаційних складових електроприводу, у яких відбувається квантування за часом та за рівнем.

Нелінійністю фазового дискримінатора, який в електроприводах, що слідкують за фазою, виконує функцію елемента порівняння. Суттєвим впливом пульсації напруги, що живить електродвигун, на похибку слідкування за законом, що задано на вході системи.

З урахуванням наведених факторів мету, що поставлена, не можна досягти порівняно просто та з достатньою точністю. Якщо виходити з того, що рішення, яке треба знайти, повинно бути з мінімальною похибкою, то можна запропонувати такі шляхи його пошуку. Спочатку лінеаризується вся нелінійна ланка системи в зоні робочих точок, а потім реалізується процес аналітичного пошуку бажаного рішення. Аналітичне рішення лінеаризованої дискретної системи можна знайти за допомогою математичного апарату лінійних дискретних систем ( $Z$  – перетворення), який дозволяє в загальному вигляді знайти вплив дискретності системи слідкування (пульсації) на її похибку.

Для реалізації запропонованого шляху прийнято такі припущення: транзистори інвертора вважаються ідеальними ключами з нульовим часом перемикання; безколекторний двигун з постійними магнітами в синхронному режимі вважається коливальною ланкою з постійними параметрами; в цифрових блоках системи управління не враховується ефект квантування за часом та за рівнем; складна імпульсна модуляція, що відбувається в межах робочої точки, замінюється еквівалентною амплітудо-імпульсною модуляцією. Структурна схема автоматизованого електроприводу для слідкування за фазою виконавчого органу бортової системи слідкування представлена на рис. 1.

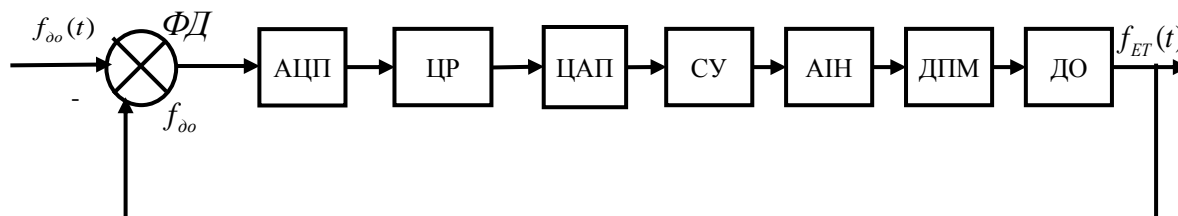


Рис.1 Структурна схема автоматизованого електропривода,

де АЦП – аналого-цифровий перетворювач з передаточним коефіцієнтом  $\delta_1 \frac{\text{код}}{\text{напруга}}$ ;

ЦР – цифровий регулятор;

ЦАП – цифро-аналоговий перетворювач, дискретна передаточна функція якого

$$K_{\text{ЦАП}}(z) = \delta_2 \frac{z-1}{zq},$$

де  $\delta_2 \frac{\text{код}}{\text{напруга}}$  – коефіцієнт передачі;

АІН – автономний інвертор напруги;

ДПМ – двигун з постійними магнітами, який може працювати в режимі електромашини постійного струму, або ж у синхронному режимі;

ДО – датчик одного оберту;

ФД – фазовий дискримінатор, на вхід якого надходять дві імпульсні послідовності еталонна  $f_{ET}(t)$ , що звичайно стабілізується кварцем, і частота з давача одного оберту  $f_{oo}$ , яка фіксує поточну фазу ротора двигуна. У процесі обчислення помилки слідкування частота імпульсів, що надходять з давача одного оберту, змінюється під впливом збурень, одним з основних серед яких є пульсації живлячої напруги. Залежно від знака помилки в системі

реалізується режим підвищення швидкодій  $f_{ET} > f_{\text{до}}$  або гальмування  $f_{ET} < f_{\text{до}}$ . При цьому буде змінюватися і знак фазової розбіжності. Для забезпечення адекватної реакції ланцюга зворотного зв'язку ФД повинен виконувати дві функції: обчислення абсолютного значення фази розбіжності та розбіжності за частотою ( $f_{ET} - f_{\text{до}}$ ), обчислення фази розбіжності виконується за допомогою RS тригера, різницю частот обчислює фазовий детектор, що є складовою часткою фазового дискримінатора. Знак різниці частот ( $f_{ET} - f_{\text{до}}$ ) дозволяє адекватно реагувати системі регулювання на зміну її фазової розбіжності, тобто реалізувати розгін або гальмування електродвигуна.

На виході RS тригера, що є часткою ФД, формуються прямокутні імпульси зі шпаруватістю  $\gamma = \frac{\Delta t_{cp}}{T}$ , де  $\Delta t_{cp}$  – фазова розбіжність,  $T = \frac{1}{f_{ET}}$ . Така ситуація характерна для ве-

ликих значень збурюючих впливів. Коли збурення незначні, то різним рівням фазової розбіжності на виході відповідають різні рівні постійної напруги, яка надходить до системи, що управляє АІН. Силова складова системи слідкування, рис. 1, включає в себе автономний інвертор напруги та безколекторний двигун з постійними магнітами (БДПМ).

Згідно з теорією лінійних імпульсних систем [10; 11] АІН, як ланку системи, представляємо сукупністю імпульсного елемента (ІЕ) миттєвої дії та формуючого елемента (ФЕ), на виході якого присутня реальна форма вихідної фазної напруги АІН. Оскільки вплив обох напівхвиль вихідної напруги АІН на електродвигун рівнозначний, то звичайно вважають, що на нього надходить одна півхвиля з частотою, яка вдвічі вище за частоту АІН (рис. 2).

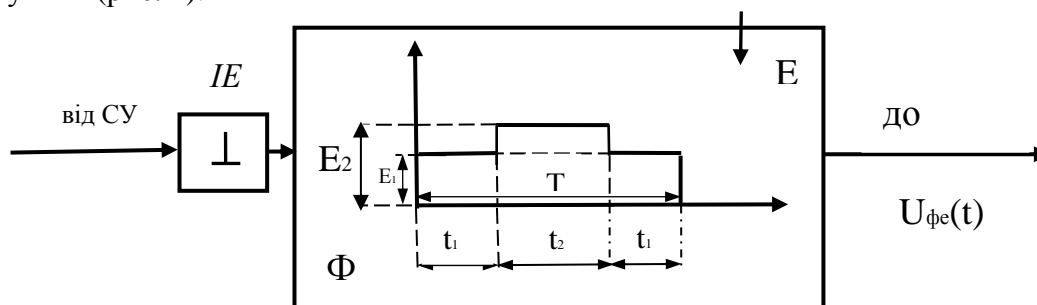


Рис. 2. Структурна схема автономного інвертора як ланки системи управління:

СУ – система управління, ІЕ – імпульсний елемент, ФЕ – формуючий елемент, БДПМ – безколекторний двигун з постійними магнітами, E – напруга на вході АІН

Форму напруги на виході формуючого елемента (рис. 2) можна представити сукупністю ступеневих функцій:

$$U_{\Phi E}(t) = \bar{E}_1 [1(t) - 1(t - t_1)] + \bar{E}_2 [1(t - t_1) - 1(t - t_1 - t_2)] + \bar{E}_1 [1(t - t_1 - t_2) - 1(t - T) - 1(t - T)], \quad (1)$$

де  $\bar{E}_1 = \frac{E_1}{E}$ ,  $\bar{E}_2 = \frac{E_2}{E}$ ; T – період роботи формуючого елемента; E – рівень напруги живлення, що надходить від акумулятора.

Передаточна функція формуючого елемента є перетворення Лапласа від (1).

$$K_{\Phi E}(p) = \frac{\bar{E}_1 (1 - e^{-pt_1}) + \bar{E}_2 (1 - e^{-pt_2}) e^{-pt_1} + \bar{E}_1 (1 - e^{-pT}) e^{-p(t_1 + t_2)}}{p} \quad (2)$$

Коефіцієнт передачі імпульсного елемента  $K_{IE} = 1$ .

У синхронному режимі роботи передаточна функція лінеаризованого безколекторного двигуна з постійними магнітами має другий порядок:

$$K_{\Phi E}(p) = \frac{a_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}. \quad (3)$$

Такий режим роботи є характерним для слідкуючих електроприводів. Але запуск відбувається в режимі безколекторного двигуна постійного струму, в якому АІН виконує функцію колектора. У цьому режимі безколекторний двигун має хороший пускові та регульовальні характеристики, але його механічна характеристика м'яка. У синхронному режимі механічна характеристика стабільна (жорстка), тому такий режим є привабливим для реалізації його в слідкуючому електроприводі. У подальшому аналізі безколекторний двигун розглядається як синхронна електрична машина, що живиться від акумулятора з вихідною напругою  $E$  через автономний інвертор.

**2. Похибка слідкування з врахуванням реальної форми напруги на виході АІН.**

Передаточна функція силових ланок системи слідкування:

$$K_c(p) = K_{\Phi E}(p)K_q(p).$$

Для відносного значення комплексного змінного  $q = pT$

$$K_c(q) = \frac{1}{T} K_{\Phi E}\left(\frac{q}{T}\right)K_q\left(\frac{q}{T}\right).$$

З врахуванням (2), (3) та полюса дискретної передаточної функції ЦАП маємо:

$$\frac{K_c(q)}{q} = a_0 T \frac{\bar{E}_1(1 - e^{-\gamma_1 q}) + \bar{E}_2(1 - e^{-\gamma_2 q})e^{-\gamma_1 q} + \bar{E}_1(1 - e^{-\gamma_1 q})e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)q}}{q^2(\bar{a}_2 q^2 + \bar{a}_2 q + a_0)}.$$

де  $\gamma_1 = \frac{t_1}{T}$ ,  $\gamma_2 = \frac{t_2}{T}$ ,  $\bar{a}_2 = \frac{a_2}{T^2}$ ,  $\bar{a}_1 = \frac{a_1}{T^2}$ .

Ця функція має такі полюси:

$$q_{1,2} = 0, \quad q_{3,4} = c + jb. \quad \text{де } c = -\frac{\bar{a}_1}{2\bar{a}_2}, \quad b = \frac{1}{2\bar{a}_2} \sqrt{4a_0\bar{a}_2 - \bar{a}_1^2}.$$

Лишки для полюсів:

$$A_1 = \frac{1}{a_0}, \quad A_2 = -\frac{\bar{a}_1}{a_0}, \quad A_3 = \frac{1}{(c + jb)^2 2jb}, \quad A_4 = \frac{-1}{(c - jb)^2 2jb}.$$

Дискретна передаточна функція розімкненої системи:

$$W_p^*(z, \varepsilon) = Z_M \left\{ \frac{K_c(q)}{q} \right\} \delta_1 K_p(z) \frac{1}{T_i} \delta_2 K_{ЦАП}(z) K_{cy} K_{q0}.$$

Для інтегрального регулятора в результаті модифікованого Z-перетворення отримуємо:

$$W_p^*(z, \varepsilon) = K_0 \left[ A_1 \frac{M_{A1}^*(z, \varepsilon)}{z-1} + A_2 + 2A_0 \frac{z^2 M_2^*(z, \varepsilon) + z^2 M_1^*(z, \varepsilon) + M_0^*(z, \varepsilon)}{z^2 + 2ze^c \cos b + e^{+2c}} \right], \quad (4)$$

де  $K_0 = \frac{a_0 T \delta_1 K_{cy} K_{q0}}{T_i}$ ,  $\gamma_1 + \gamma_2 \leq \varepsilon \leq 1$ .

$$A_0 = \frac{1}{\sqrt{16c^2 b^4 - 4a^2(c^2 - b^2)^2}}, \quad M_{A1}^*(z, \varepsilon) = \bar{E}_1 [1 - \varepsilon + z(\varepsilon - \gamma_2)] + \bar{E}_2 z \gamma_2;$$

$$M_2^*(z, \varepsilon) = \bar{E}_1 e^{+c\varepsilon} \cos(b\varepsilon + \varphi) + (\bar{E}_2 - \bar{E}_1) e^{+c(\varepsilon - \gamma_1)} \cos[b(\varepsilon - \gamma_1) + \varphi] + (\bar{E}_2 - \bar{E}_1) e^{+c(\varepsilon - \gamma_1 - \gamma_2)} \cos[b(\varepsilon - \gamma_1 - \gamma_2) + \varphi]$$

$$M_1^*(z, \varepsilon) = \bar{E}_1 e^{+c(\varepsilon - \gamma_1)} \cos[b(\varepsilon - \gamma_1) + \varphi] + (\bar{E}_1 - \bar{E}_2) e^{+c(\varepsilon - \gamma_1 + 1)} \cos[b(\varepsilon - \gamma_1 - 1) + \varphi] +$$

$$+ [\bar{E}_2 - \bar{E}_1] e^{+c(\varepsilon - \gamma_1 - \gamma_2 + 1)} \cos[b(\varepsilon - \gamma_1 - \gamma_2 - 1) + \varphi] + \bar{E}_1 \left[ e^{+c(\varepsilon + 1)} \cos(b(\varepsilon - 1) + \varphi) - e^{+c(\varepsilon + 1)} \cos(b\varepsilon + \varphi) \right];$$

$$M_0^*(\varepsilon) = \bar{E}_1 e^{+c(\varepsilon + 1)} \cos[b(\varepsilon - 1) + \varphi]; \quad \gamma = \arctan \frac{c^2 - b^2}{2cb}.$$

Дискретна передаточна функція розімкненої системи слідкування на момент спрацювання імпульсного елемента:

$$W_p^*(z, 0) = Z^{-1} \lim_{\varepsilon \rightarrow 1} W_p^*(z, \varepsilon).$$

З врахуванням (4) маємо:

$$W_p^*(z, 0) = K_0 \left[ \frac{A_1}{z} + \frac{M_{A1}^*(z, 1)}{z(z-1)} + 2A_0 \frac{z^2 M_2^*(z, 1) + z M_1^*(z, 1) + M_0^*(z, 1)}{z(z^2 - 2ze^{-c} \cos b + e^{-2c})} \right] \quad (5)$$

Дискретна передаточна функція системи слідкування за помилкою:

$$W_{II}^*(z, 0) = \frac{1}{1 + W_p^*(z, 0)}$$

З врахуванням (5) отримаємо:

$$W_{II}^*(z, 0) = \frac{z(z-1)B^*(z, 0)}{(z-1)B^*(z, 0)K_0 \left[ A_2(z-1)B^*(z, 0) + A_1 M_{A1}(z, 0)B^*(z, 0) + (z-1)F^*(z, 0) \right]}, \quad (6)$$

де  $B^*(z, 0) = z^2 - 2ze^{-c} \cos b + e^{-2c}$ ,  $F^*(z, 0) = z^2 M_2^*(z, 0) + z M_1^*(z, 0) + M_0^*(z, 0)$

Закон слідкування  $U_s^*(t) = \alpha t$  - лінійний його  $Z$ -зображення для відносного

$\bar{t} = \frac{t}{T}$  часу є таким:  $U_s^*(z, 0) = \frac{\alpha}{(z-1)^2}$ .

На виході елемента порівняння  $Z$  зображенням помилки  $\Delta^*(z, 0) = \frac{\alpha}{(z-1)^2} W_{II}^*(z, 0)$

З врахуванням (6) маємо;

$$\Delta^*(z, 0) = \frac{\alpha z B^*(z, 0)}{(z-1) \left[ (z-1)B^*(z, 0) + K_0 \left[ A_2(z-1)B^*(z, 0) + A_1 M_{A1}(z, 0)B^*(z, 0) + (z-1)F^*(z, 0) \right] \right]}.$$

Для сталого режиму оригінал похибки слідкування

$$\Delta_{CT}^*(n, 0) = (z-1) \lim_{z \rightarrow 1} \Delta^*(z, 0) = \frac{\alpha B^*(1, 0)}{K_0 A_1 M_{A1}^*(1, 0) B^*(1, 0)}, \text{ де: } M_{A1}^*(1, 0) = \bar{E}_1 [(1-\gamma_2)] + \bar{E}_2 \gamma_2$$

Переходячи до реального часу  $t = \bar{t}T$ , та враховуючи, що  $\delta_1 = \frac{1}{\delta_2}$ , маємо значення

сталой похибки слідкування для моменту спрацювання імпульсного елемента:

$$\Delta^*(nT) = \frac{\alpha T_n}{K_{cy} a_0 K_{q0} \left[ \bar{E}_1 [(1-\gamma_2)] + \bar{E}_2 \gamma_2 \right]}, \quad (7)$$

де  $\bar{E}_2 > \bar{E}_1; \bar{E}_2 < 1$ .

З (7) видно що похибку слідкування суттєво збільшують показники реальної форми напруги на виході АІН ( $\gamma_2, \bar{E}_1, \bar{E}_2$ ).

### 3. Похибка слідкування без врахування реальної форми напруги на виході АІН.

Якщо аналіз похибки слідкування проводити без врахування реальної форми вихідної напруги АІН, а проводити аналіз за основною гармонікою, то коефіцієнт передачі АІН буде:

$$K_{AII} = \frac{U_{q1}}{U_{cy}}, \text{ де } U_{q1} \text{ діюче значення основної гармоніки на виході АІН.}$$

Передаточна функція розімкненої системи слідкування:

$W_p^*(z, \varepsilon) = \frac{K_0}{p(p^2 a_2 + p a_1 + a_0)}$  – для інтегрального регулятора, як у попередньому розгляді, де  $K_0 = \frac{K_{cy} K_{AIIH} d_0 K_{\partial o}}{T_I}$ .

Передаточна функція системи слідкування за помилкою:

$$W_{II}(p) = \frac{1}{1 + W_p(p)} = \frac{p(p^2 a_2 + p a_1 + a_0)}{p(p^2 a_2 + p a_1 + a_0) + K_0}.$$

Якщо слідкування реалізується за лінійним законом  $U_3(t) = \alpha t$ , зображення якого  $U_3(p) = \frac{\alpha}{p^2}$ , то зображення помилки  $\Delta(p) = \frac{\alpha}{p^2} = \frac{p(p^2 a_2 + p a_1 + a_0)}{p(p^2 a_2 + p a_1 + a_0) + K_0}$ .

Стале значення помилки

$$\Delta_{CT} = p \lim_{p \rightarrow 0} \Delta p = \frac{\alpha T_I}{K_{cy} K_{AIIH} d_0 K_{\partial o}} \tag{8}$$

Якщо порівняти (7), (8), то очевидно, що вони відрізняються між собою двома показниками: у (7) у знаменнику множник  $\overline{E}_1(1-\gamma) + \overline{E}_2\gamma_2 < 1$  а у (8) у знаменнику множник  $K_{AIIH} > 1$ . Завжди помилка з врахуванням пульсації буде вище ніж без їх врахування, навіть для випадку  $\overline{E}_1 = \overline{E}_2 = 1$ , коли  $\gamma_2 = 1$ , чинник  $\overline{E}_1(1-\gamma) + \overline{E}_2\gamma_2 = 1$

Розглянутий варіант системи слідкування з пропорційно-інтегральним регулятором має недолік його неможливо налаштувати на процес кінцевої тривалості. Таку можливість надає пропорційно-інтегральний (ПІ) регулятор.

**4. Слідкуючий електропривід з ПІ регулятором.**

Якщо в системі реалізовано пропорційно-інтегральний регулятор (ПІ), то він описується рівнянням:

$y = K_p(x + \frac{1}{T_I} \int x dt)$ . Для моменту часу, що відповідає n-тому періоду, вихідний сигнал регулятора

$$y_n = K_p(x_n + \frac{1}{T_I} \int x_n dt) = K_p(x_{n-1} + \frac{x_n T}{T_I}) \tag{9}$$

а для моменту

$$n-1. \quad y_{n-1} = K_p(x_{n-1} + \frac{1}{T_I} \int x_{n-1} dt) = K_p(x_{n-1} + \frac{x_n 2T}{T_I}). \tag{10}$$

Якщо взяти різницю між (9) (10), то отримаємо таке різнічне рівняння:

$$y_n - y_{n-1} = K_p(x - x_{n-1}) + \frac{K_p T}{T_I} x_n, \tag{11}$$

де  $K_p$  – коефіцієнт передачі регулятора,  $T_I$  – стала інтегрування,  $x$  – сигнал на вході регулятора – помилка системи слідкування,  $y$  – вихідний сигнал регулятора.

Піддаючи (11) перетворенню Лапласа маємо:

$$y_n \frac{1 - e^{-pT}}{p} = K_p x_n \frac{1 - e^{-pT}}{p} + \frac{x_n T K_p}{T_I p},$$

звідки

$$y_n = K_p x_n + \frac{x_n T}{T_I} K_p \frac{1}{1 - e^{-pT}} = \frac{x_n}{1 - e^{-pT}} \left( K_p - K_p e^{-pT} + \frac{TK_p}{T_I} \right) = x_n \frac{1}{1 + C_1 e^{-pT}} (d_0 + d_1 e^{-pT}) \quad (12)$$

де  $d_0 = K_p \left( 1 + \frac{T}{T_I} \right)$ ,  $d_1 = -K_p$ ,  $C_1 = -1$ .

Для (12) справедлива структурна схема цифрового ПІ-регулятора, рис. 3.

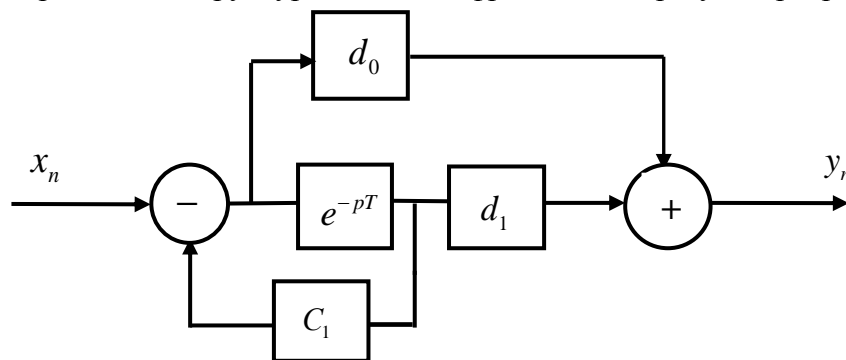


Рис. 3. Структурна схема цифрового ПІ регулятора

Структурній схемі рис. 3 відповідає така дискретна передаточна функція:

$$K_{III}(z) = \frac{y(z)}{x(z)} = K_p \frac{d_0 z + d_1}{z - 1}$$

У системі (рис. 1) помилку обчислює фазовий дискримінатор (ФД), що дозволяє реалізувати принцип фазового автоналаштування частоти (ФАНЧ). Знайдемо похибку слідкування у сталому режимі. Дискретна передаточна функція системи слідкування:

$$W_{p2}^*(z, \varepsilon) = Z_M \left\{ \frac{K_c(q)}{q} \right\} \delta_1 \delta_2 K_{ЦАП}(z) K_{III}(z) K_{cy} K_{q0},$$

де  $K_{ЦАП}(z) = \frac{z-1}{qz}$ , його полюс  $q = 0$  враховано, як і в попередньому випадку, у передато-

чній функції силової складової електроприводу;  $K_{III}(z) = K_p \frac{zd_0 + d_1}{z-1}$  – передаточна функція ПІ регулятора. У результаті модифікованого Z-перетворення маємо:

$$W_{p2}^*(z, \varepsilon) = K_{02} \left[ A_1 + \frac{M_{A1}^*(z, \varepsilon)}{z-1} + A_2 + 2A_0 \frac{z^2 M_{2}^*(\varepsilon) + z M_{1}^*(\varepsilon) + M_{0}^*(\varepsilon)}{z^2 - 2ze^c \cos b + e^{2c}} \right] \frac{d_0 z + d_1}{z},$$

де  $K_{02} = K_0 K_p$ .

Передатна функція розімкнутої системи в момент спрацювання імпульсного елемента

$$W_{p2}^*(z, 0) = Z^{-1} \lim_{\varepsilon \rightarrow 1} W_p^*(z, \varepsilon). \quad (13)$$

Використовуючи отриманий результат і реалізуючи таку ж процедуру, як і у випадку системи з інтегральним регулятором, маємо значення сталої помилки системи слідуючого електроприводу з ПІ регулятором:

$$\Delta^*(kT) = \frac{\alpha T_I}{K_{cy} a_0 K_{q0} \left[ \overline{E_1} [(1 - \gamma_0)] + \overline{E_2} \gamma_2 \right] (d_0 + d_1)}.$$

Очевидно, що похибка слідкування в системі з ПІ-регулятором у  $(d_0 + d_1)$  разі менше, ніж у системі з інтегральним регулятором, до того ж у такій системі можна реалізувати процес кінцевої тривалості. Розглянемо реалізацію такої можливості [10; 11; 12; 13].

### 5. Процес кінцевий тривалості в слідкуючій системі з ПІ регулятором.

Передаточна функція (13) розімкненої системи в момент спрацювання імпульсного елемента після відповідних перетворень:

$$W_{p2}^*(z, 0) = K_{02} \frac{z^4 N_4^*(1) + z^3 N_3^*(1) + z^2 N_2^*(1) + z N_1^*(1) + N_0^*(1)}{z^4 - z^3 (2e^c \cos b + 1) + z^2 (e^{2c} + 2e^{2c} \cos b) - ze^{2c}}, \quad (14)$$

де

$$N_4^*(1) = [A_2 \bar{E}_1 d_0 + 2d_0 A_0 M_2^*(1)];$$

$$N_3^*(1) = [d_1 - d_0 - 2d_0 e^c \cos b] A_2 \bar{E}_1 + M_{A1}^*(1) d_1 + 2A_0 [d_0 M_1^*(1) - 2d_0 M_2^*(1) + M_2^*(1) d_1];$$

$$N_2^*(1) = -2M_{A1}^*(1) d_0 e^c \cos b + A_2 \bar{E}_1 [d_0 e^c \cos b - d_1 + 2d_0 e^c \cos b] + 2A_0 [d_0 M_2^*(1) - d_0 M_1^*(1) + d_0 M_0^*(1) - 2d_1 M_2^*(1) + d_1 M_1^*(1)];$$

$$N_1^*(1) = M_{A1}^*(1) [d_0 e^c - 2d_1 e^c \cos b] + A_2 \bar{E}_1 [d_1 e^{2c} + 2d_1 e^c \cos b - d_0 e^c] + 2A_0 [d_1 M_2^*(1) - d_0 M_0^*(1) - d_1 M_1^*(1) + M_0^*(1) d];$$

$$N_0^*(1) = M_{A1}^*(1) d_1 e^{2c} - A_2 \bar{E}_1 d_1 e^{2c} - 2A_0 M_0^*(1) d.$$

Дискретна передаточна функція замкненої системи слідкування з ПІ регулятором у момент спрацювання імпульсного елемента:

$$W_3^*(z, 0) = \frac{W_{p2}^*(z, 0)}{1 + W_{p2}^*(z, 0)}.$$

З врахуванням (14) маємо:

$$W_3^*(z, 0) = K_{02} \frac{z^4 N_4^*(1) + z^3 N_3^*(1) + z^2 N_2^*(1) + z N_1^*(1) + N_0^*(1)}{z^4 (1 + N_4^*(1) K_{02}) - z^3 (N_3^*(1) K_{02} - 2e^c \cos b - 1) + z^2 (e^{2c} + 2e^c \cos b + N_2^*(1) K_{02}) - z (N_1^*(1) K_{02} - e^{2c}) + K_{02} N_0^*(1)} \quad (15)$$

У системі з передаточною функцією (15) можна завершити процес за чотири інтервали, що вона буде такою:

$$W_3^*(z, 0) = K_{02} \frac{z^4 N_4^*(1) + z^3 N_3^*(1) + z^2 N_2^*(1) + z N_1^*(1) + N_0^*(1)}{z^4 (1 + N_4^*(1) K_{02})}. \quad (16)$$

Дискретна передаточна функція замкненої системи слідкування буде мати вигляд (16) якщо виконати умови:

$$N_3^*(1) K_{02} - 2e^c \cos b - 1 = 0 \quad (17)$$

$$e^{2c} + 2e^c \cos b + K_{02} N_2^*(1) = 0 \quad (18)$$

$$N_1^*(1) K_{02} - e^{2c} = 0 \quad (19)$$

$$K_{02} N_0^*(1) = K_{02} [M_{A1}^*(1) d_1 e^{2c} - A_2 \bar{E}_1 d_1 e^{2c} - 2A_0 M_0^*(1) d_1] = 0, \text{ тобто сума}$$

$$M_{A1}^*(1) e^{2c} - A_2 \bar{E}_1 d_1 e^{2c} - 2A_0 M_0^*(1) = 0 \quad (20)$$

З урахуванням значень  $M_{A1}^*$ ,  $M_0^*(1)$  рівняння (20) буде мати такий вигляд:

$$\bar{E}_1 (1 - \gamma_2) + E_2 \gamma_2 - A_2 \bar{E}_1 - 2A_0 \bar{E}_1 \cos \varphi = 0,$$

звідки встановлюється співвідношення між рівнями ступеневих функцій вихідної напруги АІН:

$$\bar{E}_1 = \frac{\bar{E}_2 \gamma_2}{1 - \gamma_2 - A_2 - 2A_0 e^{2c} \cos \varphi} \quad (21)$$

Співвідношення (21) встановлює вплив форми напруги на виході АІН на умови реалізації процесу кінцевої тривалості. Але при цьому не вирішується проблема якісної енергетики, що негативно впливає і на показники динаміки електроприводу. Прямокутна форма напруги



на виході АІН є причиною появи пульсуючого моменту електродвигуна, що негативно впливає на точність слідкування. Найбільшу амплітуду пульсуючого моменту створюють струми п'ятої та сьомої гармонік. Для зменшення негативного впливу на виході АІН можна включити резонансні фільтри, налаштовані на частоту цих гармонік [14]. Таке рішення набагато простіше, ніж широтно-імпульсна модуляція вихідної напруги АІН за синусоїдальним законом. У результаті вирішення системи трьох рівнянь з трьома невідомими (17) ÷ (19), можна знайти параметри налаштування ПІ регулятора ( $K_{02}, d_0, d_1$ ), що забезпечують оптимальний за довжиною перехідний процес без перерегулювання:

$$H^*(n, 0) = \frac{K_{02}}{1 + K_{02}N_4^*(1)} [N_4^*(1)[n] + N_3^*(1)[n+1] + N_2^*(1)[n-2] + N_1^*(1)[n-3] + N_0^*(1)[n-4]],$$

де  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

**Висновки.** Аналіз, що проведено, показав суттєвий вплив пульсації джерела живлення на головний показник слідкуючого електропривода – точність слідкування. Підвищення точності слідкування бортового авіаційного комплексу запропоновано за рахунок реалізації процесу кінцевої тривалості. Умови реалізації процесів кінцевої тривалості, в слідкуючих електроприводах, що знайдені, є універсальними для широкого кола бортових систем слідкування. Вони дозволяють реалізувати оптимальне управління параметрами палива, що вприскується, повітря, запалення з мінімальними втратами палива. Реалізація процесів кінцевої тривалості необхідно супроводжувати мінімізацією негативного впливу п'ятої та сьомої гармонік на виході інвертора за допомогою резонансних фільтрів.

#### Список використаних джерел

1. Moir, L. *Military Avionics Systems* / L. Moir, A. Seabridge. – John Wiley Sons; Ltd, 2006. – 520 p.
2. A matrix converter based permanent magnet motor drive for an electro-hydrostatic aircraft actuator / P. W. Wheeler, J. C. Clare, L. Empringham, M. Apap // *IECON'03 : 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society* (IEEE Cat. No.03CH37468). – Roanoke, VA, USA, 2003. – Vol. 3. – P. 2072-2077. DOI: 10.1109/IECON.2003.1280562.
3. Hybrid Five-Level Active Neutral Point Clamped Inverter for Electric Aircraft Propulsion Drives / M. T. Fard, A. Livingood, J. He, B. Mirafzal // *IECON 2020 The 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. – Singapore, 2020. – Pp. 3727-3732. DOI: 10.1109/IECON43393.2020.9254908.
4. Hybrid Virtual Coordinate-Driven CBPWM Strategy of Three-Level T-Type NPC Converters for Electric Aircraft Propulsion Applications / F. Guo, Z. Ma, F. Diao, Y. Zhao, P. Wheeler // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. – 2024. – Vol. 71, № 3. – Pp. 2309-2319. DOI: 10.1109/TIE.2023.3266552.
5. Distributed Back-EMF-based Position Self-Sensing of Fault-Tolerant Permanent Magnet Modular Motor Drives for Electrical Aircraft Propulsion / H. Zeng, T. M. Jahns, B. Sarlioglu // *2022 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*. – Detroit, MI, USA, 2022. – Pp. 1-8. DOI: 10.1109/ECCE50734.2022.9947626
6. Control of MW-Scale High-Frequency “SiC+Si” Multilevel ANPC Inverter in Pump-Back Test for Aircraft Hybrid-Electric Propulsion Applications / D. Pan, D. Zhang, J. He, C. Immer, M. E. Dame // *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*. – 2021. – Vol. 9, № 1. – Pp. 1002-1012. DOI: 10.1109/JESTPE.2020.2963890
7. Fault-Tolerant Current Control of Six-Phase Permanent Magnet Motor With Multifrequency Quasi-Proportional-Resonant Control and Feedforward Compensation for Aerospace Drives / J. Xu, S. Guo, H. Guo, X. Tian // *IEEE Transactions on Power Electronics*. – 2023. – Vol. 38, № 1. – Pp. 283-293. DOI: 10.1109/TPEL.2022.3202929.
8. Lower Output Voltage Harmonics With Optimum Switching Angles of Single PV-Source Based Reduced Switch Multilevel Inverter Using BWO Algorithm / R. Mohanty, D. Chatterjee, S. Mohanty, S. Shrivastava // *IEEE Access*. – 2024. – Vol. 12. – Pp. 5054-5065. DOI: 10.1109/ACCESS.2023.3349185.
9. Gonna, G. Control of Two 3-Phase BLDC Motor Drives Using a Five-Leg Inverter / G. Gonna // *2023 IEEE 3rd International Conference on Sustainable Energy and Future Electric Transportation (SEFET)*. – Bhubaneswar, India, 2023. – Pp. 1-6, DOI: 10.1109/SeFeT57834.2023.10244837.

10. Discrete Optimization of Weighting Factor in Model Predictive Control of Induction Motor / S. A. Davari, V. Nekoukar, S. Azadi, F. Flores-Bahamonde, C. Garcia, J. Rodriguez // *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*. – 2023. – Vol. 4. – Pp. 573-582. DOI: 10.1109/OJIES.2023.3333873.
11. Lago, V. G. Additions to z-transformation theory for sampled-data systems / V. G. Lago // *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part II: Applications and Industry*. – 1955. – Vol. 73, № 6. – P. 403-408. doi: 10.1109/TAI.1955.6367090.
12. Denisov, Y. O. Synthesis of the digital regulator of the main contour of the three-circuit system of the linear electric drive of the working body of the mechanism of onboard aviation equipment / Y. O. Denisov, O. I. Denisov, O. O. Bursala // *Electrical Engineering & Electromechanics*. – 2021. – № 4. – Pp. 39-45. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2021.4.05>.
13. Chen, W. -J. Digital Low-Dropout Regulator Design Methodology for Performance Assessment in Early Stages of Integrated Circuit Design / W. -J. Chen, C. -H. Huang // *2021 IEEE International Future Energy Electronics Conference (IFEEEC)*. – Taipei, Taiwan, 2021. – Pp. 1-4. DOI: 10.1109/IFEEEC53238.2021.9661996.
14. Geng, W. Analysis and Experimental Verification of a Conventional Inverter With Output LC Filter to Drive Ironless Stator Axial-Flux PM Motor / W. Geng, Z. Zhang, Q. Li // *IEEE Transactions on Transportation Electrification*. – 2021. – Vol. 7, № 4. – Pp. 2600-2610. DOI: 10.1109/TTE.2021.3062090.

### References

1. Moir, L., Seabridge, A. (2006). *Military Avionics Systems*. John Wiley Sons, Ltd.
2. Wheeler, P.W., Clare, J.C., Empringham, L., Apap, M. (2003). A matrix converter based permanent magnet motor drive for an electro-hydrostatic aircraft actuator. *IECON'03. 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society* (IEEE Cat. No.03CH37468), Roanoke, VA, USA (pp. 2072-2077, Vol. 3). DOI: 10.1109/IECON.2003.1280562.
3. Fard, M.T., Livingood, A., He, J., Mirafzal, B. (2020). Hybrid Five-Level Active Neutral Point Clamped Inverter for Electric Aircraft Propulsion Drives. *IECON 2020 The 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Singapore*, 3727-3732. DOI: 10.1109/IECON43393.2020.9254908.
4. Guo, F., Ma, Z., Diao, F., Zhao, Y., Wheeler, P. (March 2024). Hybrid Virtual Coordinate-Driven CBPWM Strategy of Three-Level T-Type NPC Converters for Electric Aircraft Propulsion Applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 71(3), 2309-2319. DOI: 10.1109/TIE.2023.3266552.
5. Zeng, H., Jahns, T.M., Sarlioglu, B. (2022). Distributed Back-EMF-based Position Self-Sensing of Fault-Tolerant Permanent Magnet Modular Motor Drives for Electrical Aircraft Propulsion. *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)* (pp. 1-8). Detroit, MI, USA. DOI: 10.1109/ECCE50734.2022.9947626.
6. Pan, D., Zhang, D., He, J., Immer, C., Dame, M.E. (2021). Control of MW-Scale High-Frequency “SiC+Si” Multilevel ANPC Inverter in Pump-Back Test for Aircraft Hybrid-Electric Propulsion Applications. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 9(1), 1002-1012. doi: 10.1109/JESTPE.2020.2963890.
7. Xu J., Guo, S., Guo, H., Tian, X. (2023). Fault-Tolerant Current Control of Six-Phase Permanent Magnet Motor With Multifrequency Quasi-Proportional-Resonant Control and Feedforward Compensation for Aerospace Drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 38(1), 283-293. DOI: 10.1109/TPEL.2022.3202929.
8. Mohanty, R., Chatterjee, D., Mohanty, S., Shrivastava, S. (2024). Lower Output Voltage Harmonics With Optimum Switching Angles of Single PV-Source Based Reduced Switch Multilevel Inverter Using BWO Algorithm. *IEEE Access*, 12, 5054-5065. DOI: 10.1109/ACCESS.2023.3349185.
9. Gonna, G. (2023). Control of Two 3-Phase BLDC Motor Drives Using a Five-Leg Inverter. *2023 IEEE 3rd International Conference on Sustainable Energy and Future Electric Transportation (SEFET)*. Bhubaneswar, India (pp. 1-6). DOI: 10.1109/SeFeT57834.2023.10244837.
10. Davari, S.A., Nekoukar, V., Azadi, S., Flores-Bahamonde, F., Garcia, C., Rodriguez, J. (2023). Discrete Optimization of Weighting Factor in Model Predictive Control of Induction Motor. *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*, 4, 573-582. DOI: 10.1109/OJIES.2023.3333873.
11. Lago, V.G. (1955). Additions to z-transformation theory for sampled-data systems. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part II: Applications and Industry*, 73(6), 403-408. DOI: 10.1109/TAI.1955.6367090.

12. Denisov, Y.O., Denisov, O.I., Bursala, O.O. (2021). Synthesis of the digital regulator of the main contour of the three-circuit system of the linear electric drive of the working body of the mechanism of onboard aviation equipment. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 4, 39-45. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2021.4.05>.

13. Chen, W.-J., Huang, C.-H. (2021). Digital Low-Dropout Regulator Design Methodology for Performance Assessment in Early Stages of Integrated Circuit Design. *2021 IEEE International Future Energy Electronics Conference (IFEEEC)* (pp. 1-4). Taipei, Taiwan. DOI: 10.1109/IFEEEC53238.2021.9661996.

14. Geng, W., Zhang, Z., Li, Q. (2021). Analysis and Experimental Verification of a Conventional Inverter With Output LC Filter to Drive Ironless Stator Axial-Flux PM Motor. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 7(4), 2600-2610. DOI: 10.1109/TTE.2021.3062090.

Отримано 01.03.2024

UDC 629.7:621.314.572

**Yuri Denisov<sup>1</sup>, Vitalii Skuhariiev<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Electronics, Automation, Robotics and Mechatronics  
Chernihiv Polytechnic National University (Chernihiv, Ukraine)

**E-mail:** [den71ltd@gmail.com](mailto:den71ltd@gmail.com). **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0003-2293-7964>

**ResearcherID:** [G-1144-2016](https://orcid.org/0000-0003-2293-7964). **Scopus Author ID:** [56338219200](https://orcid.org/0000-0003-2293-7964)

<sup>2</sup>PhD Student of Department of Electronics, Automation, Robotics and Mechatronics  
Chernihiv Polytechnic National University (Chernihiv, Ukraine)

**E-mail:** [v.skugarev88@gmail.com](mailto:v.skugarev88@gmail.com). **ORCID:** <https://orcid.org/0009-0008-2538-6997>. **ResearcherID:** [JOK-0150-2023](https://orcid.org/0009-0008-2538-6997)

## THE INFLUENCE OF PULSATIONS OF AN AUTONOMOUS VOLTAGE INVERTER ON THE PHASE OF THE OPERATING ORGAN OF THE ON-BOARD AVIATION FOLLOWING SYSTEM

*On board an aircraft, an automatic control system ensures optimal aircraft engine operation. Its functions are related to monitoring the current parameters of the aircraft engine operating modes, their indication and control of individual working bodies that provide fuel, air and ignition supply according to the commands of the onboard computer. These commands are executed by automated low-power electric drives that are part of the systems of the relevant executive bodies that monitor the parameters of the engine's operating modes. Modern on-board electric drives are based on brushless motors that operate in DC mode, or in synchronous mode as an AC machine. These electric drives follow the specified laws of change of certain parameters, such as the phase position of the working bodies, which ensure the specified operating modes of the aircraft engine. The on-board electric drive of the tracking system is powered by the battery through an autonomous voltage inverter if the collectorless electric machine operates in synchronous mode, or in collector mode if it operates as a DC machine. The accuracy of the implementation of the specified tracking laws is the main indicator of such systems. This indicator is influenced by many factors, one of the main ones being the supply voltage fluctuations, which are a consequence of the discrete mode in the inverter operation, which raises the urgent problem of analysing their impact on the accuracy of the tracking laws. Given the significant impact of the inverter output voltage fluctuations on the accuracy of the tracking process by the executing electric drive, there is an urgent problem of assessing the level of its influence and finding ways to minimise it. An analysis of modern publications on the subject of the study has shown that in the process of developing tracking electric drives, their main accuracy indicator is estimated by the fundamental harmonic of the supply voltage without taking into account its actual shape. This approach greatly simplifies the analysis of the processes of the AC drive system powered by an inverter. However, the real rectangular shape of the motor supply voltage affects the smoothness of its rotor rotation, which worsens the accuracy of the tracking process as a result of the appearance of a pulsating torque. The reason for this is the result of the interaction of the fundamental harmonic field with the fields of higher harmonic currents; the largest amplitude of the pulsating torque is created by the currents of the fifth and seventh harmonics, and in general, the largest amplitude of torque pulsation in the rated load zone is up to 10% of the rated torque. This raises the urgent problem of studying the effect of voltage fluctuations at the inverter output on the error of the electric drive following the law of change of the corresponding parameter in the aircraft engine operation mode control system. The main purpose of the publication is to analyse the error of tracking the law of phase change of the actuator in the aircraft engine control system and to find ways to minimise it. As a result of the study, a comparative assessment of the tracking error was obtained, taking into account the real form of the motor supply voltage and taking into account only the fundamental harmonic the system was set up for a finite duration process. The comparison result showed a significant negative impact of the real supply voltage waveform on the tracking error.*

**Key words:** aircraft; tracking electric drives; autonomous voltage inverter; supply voltage fluctuations; transient processes of finite duration.

*Fig.: 3. References: 14.*