

## РОЗДІЛ I. МЕХАНІКА

УДК 539.3

**О.О. Балюнов**, канд. фіз.-мат. наук

Чернігівський національний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

### ДЕЯКІ РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРУЖНОГО СТАНУ ГНУЧКОЇ ПЛАСТИНИ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ

**А.А. Балюнов**, канд. фіз.-мат. наук

Черниговский национальный технологический университет, г. Чернигов, Украина

### НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УПРУГОГО СОСТОЯНИЯ ГИБКОЙ ПЛАСТИНЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

**Oleksii Baliunov**, PhD in Physical and Mathematical Sciences

Chernihiv National Technological University, Chernihiv, Ukraine

### SUM RESULTS OF INVESTIGATION OF A ELASTIC STATE OF FLEXIBLE PANEL IN A MAGNETIC FIELD

*У межах геометрично нелінійної теорії тонких оболонок досліджується зв'язана задача магнітопружності. Пов'язані поля в ізотропних середовищах зумовлені тензором натягів Максвелла і силою Лоренца. Оцінено кількісний і якісний вплив параметрів магнітного поля на деформоване тіло. Результати дозволяють оптимізувати пружно-деформований стан пластини за заданими зовнішніми навантаженнями, що може знайти широке застосування на практиці, зокрема в задачах електромагнітного екранування.*

**Ключові слова:** теорія тонких оболонок, задача магнітопружності, гнучка пластина.

*В рамках геометрически нелинейной теории тонких оболочек исследуется связанная задача магнитоупругости. Связанные поля в изотропных средах обусловлены тензором натяжений Максвелла и силой Лоренца. Оценено количественное и качественное влияние параметров магнитного поля на деформированное тело. Результаты позволяют оптимизировать напряженно-деформированное состояние пластины по заданным внешним нагрузкам, что может найти широкое применение на практике, в частности в задачах электромагнитного экранирования.*

**Ключевые слова:** теория тонких оболочек, задача магнитоупругости, гибкая пластина.

*The related problem of magnetic elasticity is studied in the framework of geometrically nonlinear theory of thin shells. Linked fields in isotropic medium are specified by Maxwell tensor of tension and the Lorentz force. Quantitative and qualitative impact of these forces on the deformed body in the magnetic field is reviewed. The results allow to optimize the stress-strain state of the plate for given external loads, which can be widely applied in practice, particularly in problems of electromagnetic shielding.*

**Key words:** the theory of thin shells, the problem of magnetic elasticity, flexible plate.

**Постановка проблеми.** Однією із галузей механіки сполучених полів є теорія магнітопружності. Якщо тіло, що знаходиться в сильному магнітному полі, привести в стан руху під дією зовнішнього навантаження, то разом з полем деформацій утворюється індуктивне магнітне поле. Обидва поля пов'язані, впливаючи одне на одного.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідження ефектів взаємодії механічних полів деформування з електромагнітними полями детально висвітлюються в роботах [1; 6; 9]. Пов'язані задачі магнітопружності тонких оболонок і пластин розглядаються в геометрично нелінійній постановці під дією нестационарних електромагнітних полів.

**Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми.** У роботах [2; 8; 9] досліджувалась задача щодо оцінювання дії на пластину різних факторів результуючого магнітного поля таких, як зовнішнє магнітне поле, власне магнітне поле, зумовлене стороннім струмом та їх комбінації в поєднанні з дією механічного навантаження. Явища і ефекти, які характерні для пружно-деформованого стану пластини під дією стороннього струму з врахуванням власного магнітного поля без врахування зовнішнього магнітного поля, описані недостатньо.

**Мета статті.** Метою цієї роботи є визначення початкового власного магнітного поля, зумовленого стороннім струмом у пластині, а також дослідження особливостей впливу на пружно-деформований стан пластини дії стороннього струму з врахуванням власного магнітного поля.

**Виклад основного матеріалу.** Розглядається пружно-деформований стан нескінченно довгої пластини-полоси з алюмінію сталюї товщини  $h$ , прямокутна декартова система координат обрана так, як на рис. 1. Правий контур жорстко закріплений, лівий – шарнірний і вільний у напрямку осі  $OZ$ . Нехай також у незбуреному стані сторонній струм рівномірно розподілений по пластині; зовнішні електричні і магнітні поля відсутні. Розв’язувальна система диференціальних рівнянь в нормальному вигляді Коші [5] має вигляд:

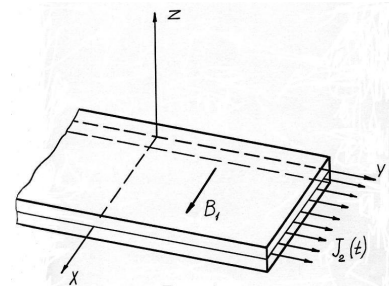


Рис. 1. Нескінченна пластинка-полоса у магнітному полі

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{1-\nu^2}{Eh} N_1 - \frac{\vartheta_1^2}{2}; & \frac{\partial Q_1}{\partial x} &= \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho f_3 - p_3; \\ \frac{\partial w}{\partial x} &= \vartheta_1; & \frac{\partial M_1}{\partial x} &= N_1 \vartheta_1 + Q_1 + \frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial \vartheta_1}{\partial x} &= \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} M_1; & \frac{\partial B_3}{\partial x} &= \sigma \mu \left( -E_2 + \frac{\partial u}{\partial t} B_3 - \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial t} (B_1^+ + B_1^-) \right) + \mu J_2; \\ \frac{\partial N_1}{\partial x} &= \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - p_1 - \rho f_1; & \frac{\partial E_2}{\partial x} &= -\frac{\partial B_3}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\beta$  – координата дуги,  $u$ ,  $w$  – переміщення та вигин,  $N_1, Q_1, M_1$  – відповідно нормальне тангенціальне та поперечне зусилля в перерізі  $x = const$ , згинаючий момент,  $\vartheta_1$  – кут повороту нормалі до серединної поверхні в перерізі  $y = const$ ;  $E_2$  – компонента вектора напруження електричного поля;  $\rho$  – густина матеріалу пластини;  $E, \nu$  – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона;  $\mu, \sigma, J_2$  – магнітна проникність, електропровідність та компонента вектора густини стороннього струму;  $B_i$  – компоненти вектора магнітної індукції;  $p_1, p_3$  – компоненти вектора інтенсивності поверхневих механічних навантажень,  $t$  – час. Вирази для компонент пондеромоторної сили Лоренца

$$\begin{aligned} \rho f_1 &= \frac{\sigma h}{2} \frac{\partial w}{\partial t} (B_1^+ + B_1^-) B_3 - \sigma h \frac{\partial u}{\partial t} B_3^2 + \sigma h E_2 B_3 + h J_2 B_3, \\ \rho f_3 &= \frac{\sigma h}{2} \frac{\partial u}{\partial t} (B_1^+ + B_1^-) B_3 - \sigma h \frac{\partial w}{\partial t} \left( \frac{1}{12} (B_1^+ - B_1^-)^2 + \frac{1}{4} (B_1^+ + B_1^-)^2 \right) + \frac{\sigma h}{2} E_2 (B_1^+ + B_1^-) + \\ &+ \frac{1}{12} \sigma h^2 \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} B_3 (B_1^+ - B_1^-) - \frac{h}{2} J_2 (B_1^+ + B_1^-) \end{aligned} \quad (2)$$

Граничні умови запишемо у вигляді:

$$u = Q_1 = M_1 = 0 \text{ при } x = x_0; \quad u = w = \vartheta_1 = 0 \text{ при } x = x_N. \quad (3)$$

Крім того, на контурі  $x = x_0$  заданий закон зміни нормальної складової вектора магнітної індукції

$$B_3 = B_{30} \sin \omega t, \quad (4)$$

де  $\omega$  – кругова частота,  $t$  – час.

Граничні умови для електромагнітної групи рівнянь задають значення напруження електричного поля:

$$E_2 = -\frac{\partial w}{\partial t} B_3 \vartheta_1 + \frac{\partial u}{\partial t} B_3 \text{ при } x = x_0; \quad E_2 = 0 \text{ при } x = x_N. \quad (5)$$

**Методика розв’язання.** Процес руху пластинки розіб’ємо на окремі малі за часом етапи і розглянемо деформування пластинки, послідовно розв’язуючи задачі на кожному проміжку часу з використанням стійкої скінченно-різницевої схеми Ньюмарка

$$\ddot{x}^{t+\Delta t} = \dot{x}^t + \dot{x}^t \Delta t + \left[ (0,5 - \gamma) \ddot{x}^t + \gamma \ddot{x}^{t+\Delta t} \right] (\Delta t)^2, \quad \dot{x}^{t+\Delta t} = \dot{x}^t + 0,5 (\ddot{x}^t + \ddot{x}^{t+\Delta t}) \Delta t,$$

де  $\Delta t$  – крок інтегрування,  $\gamma$  – параметр схеми. Тоді систему (1) запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{du}{dx} &= \frac{1-\nu^2}{Eh} N_1 - \frac{\vartheta_1^2}{2}; & \frac{dw}{dx} &= -\vartheta_1; & \frac{d\vartheta_1}{x} &= \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} M_1; \\ \frac{dM_1}{dx} &= N_1 \vartheta_1 + Q_1 + \frac{\rho h^3}{12} \dot{\vartheta}_1^{t+\Delta t}; \\ \frac{dN_1}{dx} &= -p_1 + \rho h \ddot{u}^{t+\Delta t} - \rho f_1; \\ \frac{dQ_1}{dx} &= \rho h \ddot{w}^{t+\Delta t} - \rho f_3 - p_3; \\ \frac{dB_3}{dx} &= \sigma \mu (E_1 + \dot{u}^{t+\Delta t} B_3 - \dot{w}^{t+\Delta t} B_1) + \mu J_1; \\ \frac{dE_2}{dx} &= -\dot{B}_3^{t+\Delta t}; \end{aligned} \tag{6}$$

компоненти сили Лоренца

$$\begin{aligned} \rho f_1 &= \sigma h (\dot{w}^{t+\Delta t} B_1 B_3 - \dot{u}^{t+\Delta t} B_3^2 + E_2 B_3) + h J_2 B_3, \\ \rho f_3 &= \sigma h (\dot{w}^{t+\Delta t} B_1^2 - \dot{u}^{t+\Delta t} B_1 B_3 + E_2 B_1) + \frac{\sigma h^2}{12} \dot{\vartheta}_1^{t+\Delta t} B_1 B_3 - h J_2 B_1. \end{aligned} \tag{7}$$

Для розв'язку нелінійної граничної задачі (3)-(7) скористаємося методом лінеаризації [3; 5], побудувавши ітераційний процес, на кожному кроці якого розв'язується лінійна гранична задача за схемою

$$d\bar{y}_{k+1}/dx = \Gamma(x, \bar{y}_k) \bar{y}_{k+1} + \bar{f}(x, \bar{y}_k) - \Gamma(x, \bar{y}_k) \bar{y}_k,$$

де  $\Gamma(x, \bar{y}_k) = (\partial \bar{f} / \partial y_1, \partial \bar{f} / \partial y_2, \dots, \partial \bar{f} / \partial y_n)$ .

Лінійна гранична задача розв'язувалась з використанням стійкого чисельного методу дискретної ортогоналізації Годунова [4].

При розв'язанні задачі параметри пластини і величини зовнішніх навантажень мали значення:

$h = 5 \times 10^{-4}$ ;  $x_0 = 0$ ,  $x_N = 0,745$ ;  $E = 7,1 \times 10^{10}$ ;  $\nu = 0,34$ ;  $\mu = 1,256 \times 10^{-6}$ ;  $\sigma = 3,63 \times 10^7$ ;  $B_3 = 0,5$   
 $\rho = 2670$ ;  $\omega = 314,16$ , крок інтегрування за часом у схемі Ньюмарка приймався  $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$ . З метою зрушення пластини із рівноваги та початку процесу колювання до поверхні прикладене розподілене механічне навантаження  $p_3 = -10$ .

Початкове власне магнітне поле, зумовлене стороннім електричним струмом, визначається із розв'язку задачі магнітостатики [5] і становить:

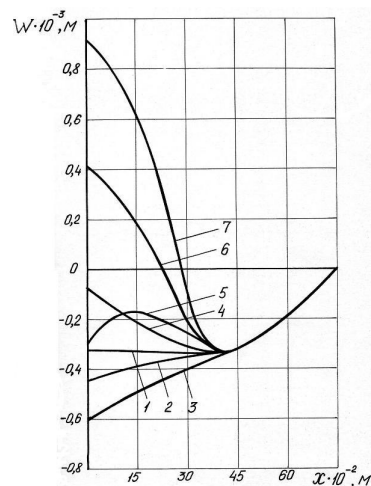
$$B_{10}^+ = \frac{h\mu}{2} J_{20}. \tag{8}$$

З урахуванням (8) а також розподілу компоненти  $B_1$  магнітного поля по поверхні пластини [6]:

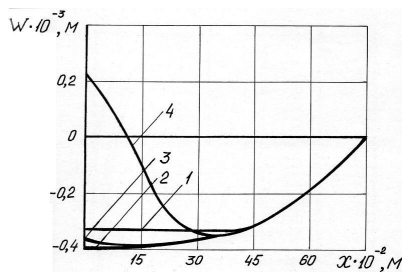
$B_1^+ = B_{10}^+ - (B_{30} - B_3) \vartheta_1$ , де  $B_{10}^+$ ,  $B_{30}$  – компоненти магнітної індукції початкового власного магнітного поля, зумовленого електричним струмом, компоненти пондеромоторної сили Лоренца набудуть вигляду:

$$\begin{aligned} \rho f_1 &= \sigma h (\dot{w}^{t+\Delta t} B_3^2 \vartheta_1 - \dot{u}^{t+\Delta t} B_3^2 + E_2 B_3) + h J_2 B_3, \\ \rho f_3 &= \sigma h \left( \dot{w}^{t+\Delta t} \left( \frac{\mu^2 h^2 J_2^2}{12} + B_3^2 \vartheta_1^2 \right) - \frac{1}{2} \dot{u}^{t+\Delta t} \vartheta_1 B_3^2 + E_2 B_3 \vartheta_1 \right) + \frac{\mu \sigma h^2}{12} \dot{\vartheta}_1^{t+\Delta t} B_3 J_2 - h J_2 B_3 \vartheta_1. \end{aligned} \tag{9}$$

На рис. 2 представлено залежності  $w = w(x)$  у кінцевий момент часу  $t = 0,01$  для значень густини стороннього струму  $J_2$ . Криві 1-7 на рис. 2, а відповідають значенням струму  $J_2 = \{0; 0,25 \times 10^6; 0,5 \times 10^6; 2,5 \times 10^6; 4,0 \times 10^6; 4,5 \times 10^6; 5,0 \times 10^6\}$ ; криві 1-4 на рис. 2, б відповідають значенням струму  $J_2 = \{0; -0,5 \times 10^6; -2,5 \times 10^6; -5,0 \times 10^6\}$ .



а



б

Рис. 2. Значення вигину

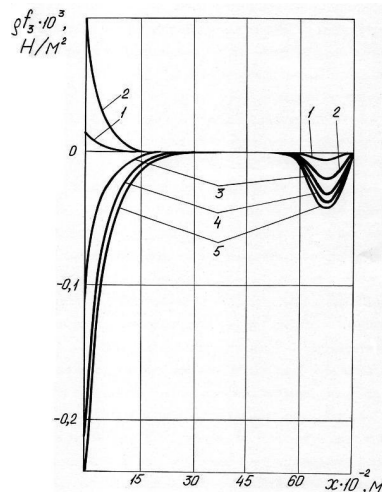
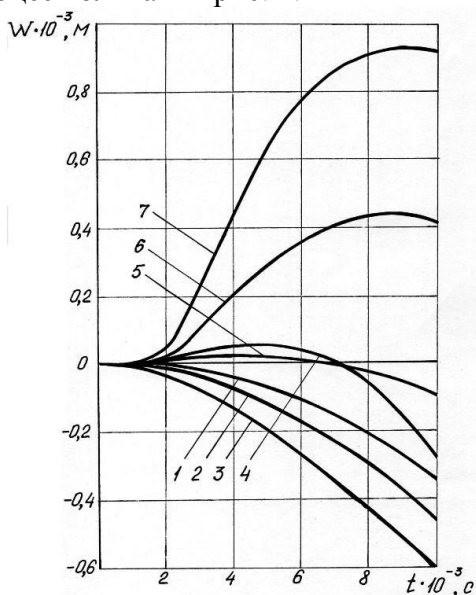


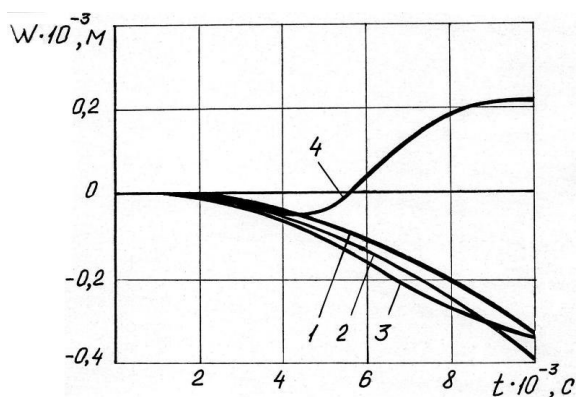
Рис. 3. значення компоненти сили Лоренца

Із рис. 2, а випливає, що дія стороннього струму стає суттєвою, починаючи із значень струму порядку  $5 \times 10^5$  (крива під номером 3), у випадку  $|w/h|=1,2$ . Порівнюючи рис. 2, а і рис. 2, б, встановлюємо, що для такого характеру механічного навантаження від'ємні значення  $J_2$  впливають на пружний стан пластинки несуттєво в порівнянні з рівними за абсолютною величиною додатніми значеннями  $J_2$ . Зазначимо також, що для обраної геометрії пластинки є точка  $x = 0,375$ , починаючи з якої вигин  $w$  залежить лише від механічного навантаження і не залежить від стороннього струму. Такий характер вигину підтверджується даними нормальної складової масової електромагнітної сили, представленими на рис. 3, номери кривих відповідають значенням  $J_2 = \{0,5 \times 10^6; 2,5 \times 10^6; 4,0 \times 10^6; 4,5 \times 10^6; 5,0 \times 10^6\}$ , зі зростанням  $J_2$  стає суттєвим вплив компоненти сили Лоренца  $\rho f_3$ , яка входить у рівняння (6) з від'ємним знаком.

Досліджуючи залежності  $w = w(t)$  на лівому контурі пластинки для тих же значень струму  $J_2$ , що і для рис. 2, можна зробити оцінювання впливу величини і знака  $J_2$  на процес коливання рис. 4.



а



б

Рис. 4. Значення вигину залежно від часу

Зазначимо, що із збільшенням абсолютних значень  $J_2$  період коливань зменшується, а амплітуда зростає.

**Висновки і пропозиції.** Таким чином, можна зробити висновок: для вигинів, сумірних із товщиною панелі, значення складових власного магнітного поля великі і мають суттєвий вплив на пружно-деформований стан панелі. Цей факт необхідно враховувати у сучасних технологіях під час створення конструкційних матеріалів, технічних пристроїв, де виявляються ефекти взаємодії механічних і електромагнітних полів.

#### Список використаних джерел

1. Амбарцумян С. А. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин / С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян. – М. : Наука, 1977. – 272 с.
2. Балюнов О. О. Один з підходів до розв'язку нелінійної задачі про рух довгої прямокутної пластинки в нестационарному магнітному полі / О. О. Балюнов // Вісник Київського університету. – 1989. – Вип. 31. – С. 3-6.
3. Беллман Р. Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи / Р. Беллман, Р. Калаба. – М. : Мир, 1968. – 184 с.
4. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений / С. К. Годунов // Успехи математических наук. – 1964. – Т. 16, вып. 3(99). – С. 171-174.
5. Григоренко Я. М. Решение нелинейных задач теории оболочек на ЭВМ / Я. М. Григоренко, А. П. Мукоед. – К. : Вища школа, 1984. – 286 с.
6. Мольченко Л. В. Магнитоупругость нелинейных токнесущих оболочек / Л. В. Мольченко // Новое в науке и технике. Магнитоупругость нелинейных токнесущих оболочек и газодинамика струйных течений. – К. : Вища школа, 1989. – Вип. 8. – С. 3-60.
7. Мольченко Л. В. Математические основы магнитоупругости теории оболочек / Л. В. Мольченко. – К., 1988. – 48 с. – (препринт/АН УССР. Институт математики: 88.47).
8. Мольченко Л. В. Численное решение нелинейной задачи о движении длинной прямоугольной пластинки в переменном магнитном поле / Л. В. Мольченко, О. О. Балюнов // Вычислительная и прикладная математика. – 1990. – Вип. 72. – С. 43-49.
9. Улітко А. Ф. Магнітопружність при динамічному навантаженні / А. Ф. Улітко, Л. В. Мольченко, В. Ф. Ковальчук. – К., 1994. – 155 с.

УДК 620.179:534.6

**О.П. Космач**, канд. техн. наук

Чернігівський національний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

#### КЛАСТЕРНИЙ АНАЛІЗ ПАРАМЕТРІВ СИГНАЛУ АКУСТИЧНОЇ ЕМІСІЇ ПІД ЧАС ТЕРТЯ ПОВЕРХОНЬ З КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

**А.П. Космач**, канд. техн. наук

Черниговский национальный технологический университет, г. Чернигов, Украина

#### КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ ПРИ ТРЕНИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

**Oleksandr Kosmach**, PhD in Technical Sciences

Chernihiv National Technological University, Chernihiv, Ukraine

#### CLUSTER ANALYSIS OF ACOUSTIC EMISSION SIGNALS PARAMETERS IN FRICTION OF COMPOSITE MATERIALS SURFACES

*Представлено результати статистичного аналізу амплітудних та енергетичних параметрів результуючих сигналів акустичної емісії, які формуються під час тертя поверхонь із композиційних матеріалів в умовах зміни швидкості обертання пари тертя, а також величини прикладеного навантаження до поверхонь фрикційного контакту. Показано, що кластерний аналіз дозволяє виявити групи параметрів (кластерів) результуючих сигналів акустичної емісії, які відповідають їх різній інформативності до процесів, що виникають у процесі тертя поверхонь із компо-*