

УДК 528.3

С.Д. Крячок, канд. техн. наук

Чернігівський національний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

**ЗРІВНОВАЖЕННЯ ПОЛІГОНОМЕТРИЧНИХ МЕРЕЖ, ПОБУДОВАНИХ
ЗУСТРІЧНИМИ ХОДАМИ**

С.Д. Крячок, канд. техн. наук

Черниговский национальный технологический университет, г. Чернигов, Украина

**УРАВНИВАНИЕ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ, ПОСТРОЕННЫХ
ВСТРЕЧНЫМИ ХОДАМИ**

Serhii Kriachok, PhD in Technical Sciences

Chernihiv National University of Technology, Chernihiv, Ukraine

ADJUSTMENT OF TRAVERSE NETWORKS, BUILT BY COUNTER MOVES

Наведено теоретичне обґрунтування процедури зрівноваження корелатним методом полігонометричних мереж, побудованих зустрічними ходами. Отримані формули для обчислення поправок у виміряні відстані та кути. Такі мережі створюються від двох опорних пунктів прокладанням витягнутих висячих світловіддалемірних ходів рівної довжини на зустріч один одному. Координати центрального пункту, до якого прокладаються зустрічні ходи, визначається як середнє арифметичне з координат двох зустрічних ходів. Побудова полігонометричних мереж зустрічними ходами дозволяє створити геодезичні мережі, пункти яких мають точність планового положення не нижчу, ніж точність вихідних пунктів, що актуально для цілей землеустрою, кадастру населених пунктів та інженерно-геодезичних задач.

Ключові слова: полігонометрія, зрівноваження, координати пунктів, геодезичні мережі, землеустрій.

Лано теоретическое обоснование процедуры уравнивания полигонометрических сетей, построенных встречными ходами. Получены формулы для вычисления поправок в измеренные расстояния и углы. Встречные ходы прокладываются от двух опорных пунктов навстречу друг другу в виде вытянутых висячих ходов равной длины с использованием электронных дальномеров. Координаты центрального пункта определяется как среднее арифметическое из координат двух ходов. Использование встречных ходов позволяет создать геодезические сети, пункты которых имеют точность планового положения не ниже, чем точность исходных пунктов. Это актуально для землеустройства, кадастра населенных пунктов и инженерно-геодезических задач.

Ключевые слова: полигонометрия, уравнивание, координаты пунктов, геодезические сети, землеустройство.

Theoretical substantiation of adjustment's procedure of the polygonometric networks built with counter moves is provided. Formulas for calculating the corrections in the measured distances and angles were received. Such moves are laid from two basic points towards each other in the form of elongated lines of equal length with the using of electronic rangefinders. The coordinates of the central point is defined as the average arithmetical from the coordinates of two counter moves. Using such counter moves allows to create a geodetic networks points which have the accuracy of the planned position not lower than the accuracy of the original points. This is especially important for land management, cadastre settlements and engineering surveying task.

Key words: polygonometry, adjustment, point coordinates, geodetic networks, land management.

Постановка проблеми. Принцип побудови геодезичних мереж ґрунтується на правилі «від загального до окремого». У такий спосіб створюються багаторівневі мережі з можливістю переходу від вищих до нижчих класів, коли точність планового чи висотного положення пунктів знижується після переходу до нижчого класу. Передача координат на геодезичну мережу повинна виконуватись від пунктів старших класів, які можуть знаходитись на значних відстанях від району робіт.

У підсумку маємо окремі частини території, які вкриті геодезичною мережею різного ступеня точності. Такий підхід утруднює виконання вимог землеустрою щодо визначення площі земель та оцінювання їх вартості, проведення розпланувальних робіт на значних територіях та інше.

На сучасному етапі вдосконалення геодезичних приладів значно підвищилась точність вимірювання відстаней з використанням світловіддалемірів та електронних тахеометрів. Це є підґрунтям для підвищення точності визначення планового положення геодезичних пунктів, координати яких отримані полігонометричним методом.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У публікації [1] доведено, що застосування сучасних електронних тахеометрів для вимірювання відстаней у полігонометричних ходах дозволяє зменшити вимоги щодо точності кутомірних робіт.

У [2] наведено спосіб згущення геодезичної мережі від опорних пунктів прокладанням зустрічних світловіддалемірних витягнутих висячих ходів, які прокладаються від чотирьох вихідних пунктів назустріч один одному в двох взаємно перпендикулярних напрямках. Координати центрального пункту мережі визначаються як середнє з координат, отриманих з чотирьох зустрічних ходів. Вказаний спосіб згущення забезпечує побудову мереж, пункти яких мають точність планового положення не нижчу, ніж вихідні пункти.

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Згідно з [3], можна будувати такі мережі, пункти яких матимуть точність планового положення не нижчу, ніж точність вихідних пунктів, прокладанням витягнутих висячих полігонометричних ходів назустріч один одному лише від двох вихідних пунктів. Координати пункту, до якого прокладаються зустрічні ходи, визначаються як середнє з координат двох зустрічних ходів. Передачу координат можна виконувати від пунктів того ж класу, до якого належать мережі, що створюються. Недослідженою темою є процедура зрівноваження зустрічних ходів. Теоретичне обґрунтування та зрівноваження полігонометричних ходів різними способами докладно описано в багатьох джерелах. Найбільш оптимальною, на нашу думку, ця тема висвітлена у публікаціях [4; 5] з використанням корелатного методу.

Мета статті. Для практичного використання полігонометричних мереж, створених зустрічними ходами, необхідно теоретично обґрунтувати процедуру зрівноваження таких ходів.

Виклад основного матеріалу. Згідно з [3] від опорних пунктів *A* та *C* до пункту *P* прокладено назустріч один одному два світловіддалемірні витягнуті висячі ходи (рис. 1). На пункті *P* вимірюється горизонтальний кут, як і на інших пунктах зустрічних ходів. За величинами горизонтальних кутів обчислюється кутова нев'язка всього ходу та порівнюється з припустимою, але у процедурі зрівноваження та обчислення координат пунктів ходу горизонтальний кут пункту *P* участі не бере. Визначається середнє значення з координат пункту *P* з двох зустрічних ходів. Кожний зустрічний хід врівноважується окремо.

Таким чином, існує зустрічний полігонометричний хід (рис. 2), у якому виміряні горизонтальні кути β_i та горизонтальні відстані S_i . Відомими є координати пункту *A*: x_A та y_A , початковий дирекційний кут α_{II} . Дирекційні кути сторін визначаються для лівих за ходом виміряних кутів β_i за відомою формулою

$$\alpha_i = \alpha_{II} + \sum_{i=1}^i \beta_i - 180^\circ i .$$

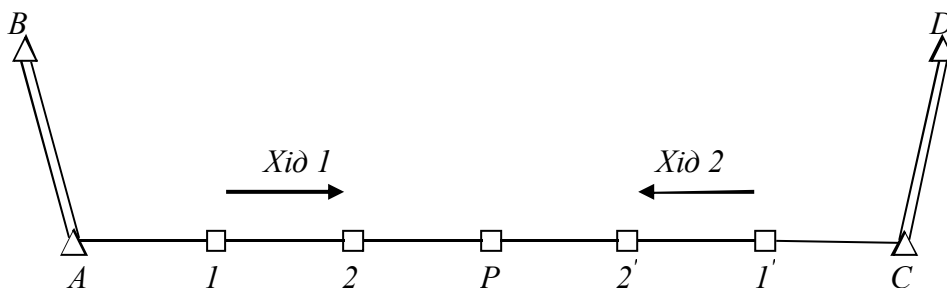


Рис. 1. Витягнутий полігонометричний хід, утворений двома зустрічними ходами до пункту *P*

Координати пунктів обчислюються за відомими формулами

$$\left. \begin{aligned} x_i &= x_{i-1} + \Delta x_i = x_{i-1} + S_i \cos \alpha_i \\ y_i &= y_{i-1} + \Delta y_i = y_{i-1} + S_i \sin \alpha_i \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

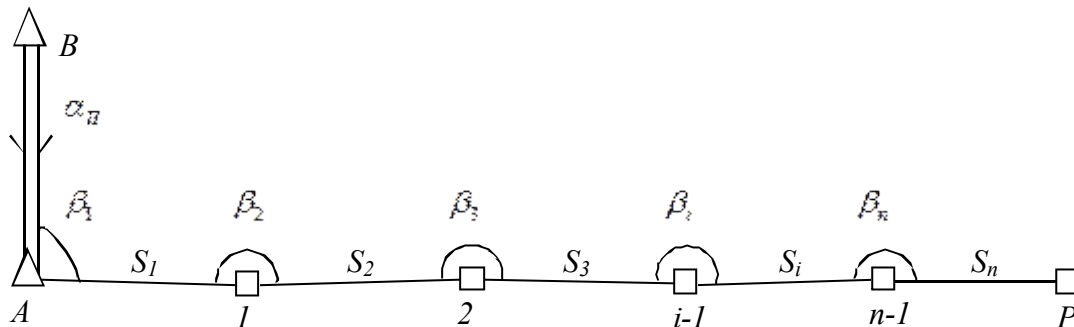


Рис. 2. Зустрічний хід з вимірними елементами

У наведений спосіб обчислюються координати пункту P: x'_P, y'_P . З другого зустрічного ходу (рис. 1) також визначаються координати пункту P: x''_P, y''_P . Для цього обчислюються дирекційні кути сторін ходу для правих вимірних кутів

$$\alpha_i = \alpha_{\Pi} - \sum_{i=1}^i \beta_i + 180^\circ i,$$

де α_{Π} – дирекційний кут напрямку D-C. Координати пунктів другого зустрічного ходу визначаються за формулою (1). Знаходяться середні значення координат для пункту P, які приймаються за остаточні

$$\left. \begin{aligned} x_P &= \frac{x'_P + x''_P}{2} \\ y_P &= \frac{y'_P + y''_P}{2} \end{aligned} \right\}. \tag{2}$$

Обчислюються нев'язки f'_x, f'_y за першим зустрічним ходом та нев'язки f''_x, f''_y за другим ходом

$$\left. \begin{aligned} f'_x &= x'_P - x_P \\ f'_y &= y'_P - y_P \end{aligned} \right\}, \tag{3}$$

$$\left. \begin{aligned} f''_x &= x''_P - x_P \\ f''_y &= y''_P - y_P \end{aligned} \right\}.$$

Визначаються загальні та відносні нев'язки у зустрічних ходах за відомими формулами, наведеними в [4], та порівнюють з припустимим значенням.

Процедура зрівноваження обох зустрічних ходів є однаковою. Тому проводиться теоретичне обґрунтування цієї процедури на прикладі першого зустрічного ходу за корелатним методом. Для спрощення можна позначити $f'_x = f_x, f'_y = f_y, S'_i = S_i$. Оскільки не визначається кутова нев'язка для кожного зустрічного ходу, то відсутня умова дирекційних кутів. Залишаються умови абсцис та ординат у вигляді

$$\left. \begin{aligned} x_P &= x_A + \sum_{i=1}^n \Delta x_i \\ y_P &= y_A + \sum_{i=1}^n \Delta y_i \end{aligned} \right\}.$$

Вони дають такі умовні рівняння [4]:

$$\left. \begin{aligned} [d\Delta x_i]_1^n + f_x &= 0 \\ [d\Delta y_i]_1^n + f_y &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

де $d\Delta x_i, d\Delta y_i$ – поправки у природи абсцис і ординат пунктів полігонометричного ходу; $[d\Delta x_i]_1^n, [d\Delta y_i]_1^n$ – суми вказаних поправок (наведені позначення сум традиційні для математичної обробки геодезичних вимірювань). Прирости координат визначаються за формулою

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_i &= S_i \cos \alpha_i \\ \Delta y_i &= S_i \sin \alpha_i \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

Після диференціювання (5) та проведення певних перетворень (4), наведених у [4], утворюються умовні рівняння поправок у вигляді

$$\left. \begin{aligned} \left[\cos \alpha_i \cdot V_{S_i} \right]_1^n - \frac{1}{\rho} [(y_n - y_{i-1}) V_{\beta_i}]_1^n + f_x &= 0 \\ \left[\sin \alpha_i \cdot V_{S_i} \right]_1^n + \frac{1}{\rho} [(x_n - x_{i-1}) V_{\beta_i}]_1^n + f_y &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

де V_{S_i} – поправки у вимірні відстані та V_{β_i} – поправки у вимірні кути, $\rho = 206265''$ – коефіцієнт переходу від градусної міри поправок V_{β_i} до радіан.

Для зрівноважування ходу необхідно визначити вагу вимірних відстаней та горизонтальних кутів. Якщо прийняти $c = m_\beta^2$, де m_β – середня квадратична похибка вимірюного горизонтального кута [5], то вагу вимірної відстані P_{S_i} можна визначити за формулою

$$P_{S_i} = \frac{c}{m_{S_i}^2} = \frac{m_\beta^2}{m_{S_i}^2},$$

а вага вимірного кута P_{β_i} буде дорівнювати

$$P_{\beta_i} = \frac{c}{m_\beta^2} = \frac{m_\beta^2}{m_\beta^2} = 1.$$

Враховуючи особливість витягнутого полігонометричного ходу, можна повернути вісь абсцис вздовж замикаючої ходу, яка з'єднує пункти A та P' (рис. 3).

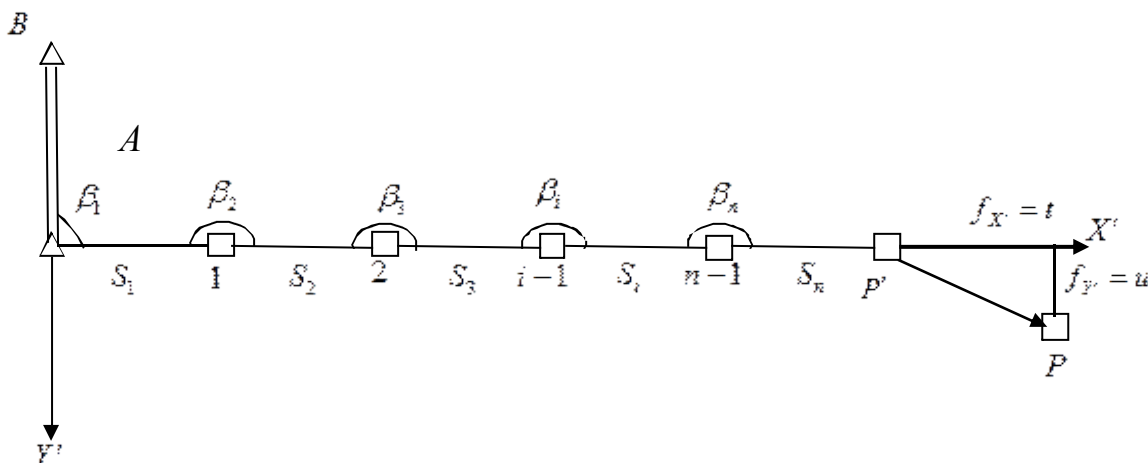


Рис. 3. Поворот осей координат

Тоді координати пунктів ходу (рис. 3) будуть дорівнювати

$$\left. \begin{aligned} X'_i &= [S_i]_1^i \\ Y'_i &= Y'_{i-1} + S_i \sin \alpha'_i \end{aligned} \right\},$$

де α'_i – дирекційні кути, які відраховуються від нової осі абсцис. Оскільки $\alpha'_i \approx 0$, $\sin \alpha'_i \approx 0$ та $Y'_0 = Y'_A = 0$, то $Y'_i \approx 0$. Тоді ординатами пунктів у новій системі координат можна знехтувати. Крім того, через $\alpha'_i \approx 0$ $\cos \alpha'_i \approx 1$. З урахуванням наведеного умовні рівняння поправок, згідно з виразом (6), набудуть вигляду:

$$\left. \begin{aligned} [V_{S_i}]_1^n + f_{X'} &= 0 \\ \frac{1}{\rho} \left[\left([S_i]_1^n - [S_i]_1^{i-1} \right) \cdot V_{\beta_i} \right]_1^n + f_{Y'} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

З рис. 3 видно, що нев'язки по осях абсцис та ординат $f_{X'}$ та $f_{Y'}$ дорівнюють, відповідно, поздовжньому t і поперечному u зсувам пункту P відносно пункту P' . Планове положення P визначається координатами, обчисленими за формулами (2). Вказані зсуви визначаються через прирости координат та нев'язки, обчислені за виразами (3) та (5), згідно з формулами, наведеними в [4], а саме

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{f_x [\Delta x_i]_1^n + f_y [\Delta y_i]_1^n}{L} \\ u &= \frac{f_y [\Delta x_i]_1^n - f_x [\Delta y_i]_1^n}{L} \end{aligned} \right\},$$

де L – довжина замикаючої ходу, яка дорівнює

$$L = \sqrt{\left(\sum_1^n \Delta x_i \right)^2 + \left(\sum_1^n \Delta y_i \right)^2}.$$

З урахуванням наведеного умовні рівняння поправок (7) матимуть вигляд

$$\left. \begin{aligned} [V_{S_i}]_1^n + t &= 0 \\ \frac{1}{\rho} \left[\left([S_i]_1^n - [S_i]_1^{i-1} \right) \cdot V_{\beta_i} \right]_1^n + u &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Перший доданок другого рівняння формули (8) можна перетворити і записати (8) у вигляді

$$\left. \begin{aligned} [V_{S_i}]_1^n + t &= 0 \\ + \frac{1}{\rho} \left[[S_i]_1^n \cdot V_{\beta_i} \right]_1^n + u &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Нормальні рівняння поправок можна скласти, користуючись даними, наведеними в таблиці. У загальному вигляді нормальні рівняння корелат записуються так [4]:

$$\left. \begin{aligned} [qaa] \cdot K_1 + [qab] \cdot K_2 + t &= 0 \\ [qab] \cdot K_1 + [qbb] \cdot K_2 + u &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Таблиця

Коефіцієнти умовних рівнянь поправок та обернені ваги

| Тип вимірювань | Лінійні вимірювання | | | | Кутові вимірювання | | | |
|---|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------|
| Поправки | V_{S_1} | V_{S_2} | V_{S_i} | V_{S_n} | V_{β_1} | V_{β_2} | V_{β_i} | V_{β_n} |
| Обернені ваги $q_j=1/P_j$ $j = \overline{1, 2n}$ | $\frac{m_{S_1}^2}{m_{\beta}^2}$ | $\frac{m_{S_2}^2}{m_{\beta}^2}$ | $\frac{m_{S_i}^2}{m_{\beta}^2}$ | $\frac{m_{S_n}^2}{m_{\beta}^2}$ | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Коефіцієнти a_j | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Коефіцієнти b_j | 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{1}{\rho} [S_i]_1^n$ | $\frac{1}{\rho} [S_i]_2^n$ | $\frac{1}{\rho} [S_i]_i^n$ | $\frac{1}{\rho} S_n$ |

У цьому випадку, користуючись значеннями коефіцієнтів a_j , b_j та q_j , наведеними у таблиці, нормальні рівняння корелат набудуть вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{m_{\beta}^2} [m_{S_i}^2]^n \cdot K_1 + t = 0 \\ \frac{1}{\rho^2} [S_i]_i^n \cdot [S_i]_i^n \cdot K_2 + u = 0 \end{aligned} \right\}, \tag{9}$$

де $i = \overline{1, n}$. З виразу (9) визначаються корелати

$$K_1 = -m_{\beta}^2 \frac{t}{[m_{S_i}^2]^n},$$

$$K_2 = -\rho^2 \frac{u}{[[S_i]_i^n \cdot [S_i]_i^n]},$$

де $i = \overline{1, n}$. Загальна формула для переходу від корелат до поправок має вигляд [4]

$$V_i = q_i \cdot (a_i K_1 + b_i K_2).$$

Тоді поправки у виміряні лінії визначаються згідно з виразом

$$V_{S_i} = -\frac{t}{[m_{S_i}^2]^n} m_{S_i}^2,$$

$$V_{\beta_i} = \rho \cdot u \frac{[S_i]_i^n}{[[S_i]_i^n \cdot [S_i]_i^n]},$$

де $i = \overline{1, n}$.

Висновки і пропозиції. Виконано теоретичне обґрунтування процедури зрівноваження полігонометричних мереж, побудованих зустрічними ходами. Наступним кроком має бути зрівноваження конкретної полігонометричної мережі з оцінювання точності планового положення пунктів.

Список використаних джерел

1. Тревого І. С. Точність полігонометрії: згущення мережі в залежності від точності кутових вимірювань / І. С. Тревого, В. О. Літинський, М. П. Газдаг // Вісник геодезії та картографії. – 2013. – № 1. – С. 14–15.
2. Пат. 93119, Україна, МПК (2011.01), G01C7/00. Спосіб згущення геодезичної мережі / Д. Ф. Байса, В. О. Боровий, В. Г. Бурачек, П. Д. Крельштейн, С. Д. Крячок; заявники та патентоволодарі Байса Д.Ф., Боровий В.О., Бурачек В.Г., Крельштейн П.Д., Крячок С.Д. – № а2009 06037; заявл. 11.06.2009; опубл. 10.01.2011, Бюл. № 1.

3. Крячок С. Д. Побудова полігонометричних мереж зустрічними ходами / С. Д. Крячок, Л. С. Мамонтова // Вісник геодезії та картографії. – 2014. – № 5. – С. 9–12.

4. Островський Ф. Л. Геодезія : підручник / А. Л. Островський, О. І. Мороз, В. Л. Тарновський. – Львів : Львівська політехніка, 2007. – Ч. II. – 508 с.

5. Селиханович В. Г. Практикум по геодезии / В. Г. Селиханович, В. Н. Козлова, Г. П. Логинова. – М. : Недра, 1970. – 288 с.

УДК 681.3.082.5

С.О. Нестеренко, канд. техн. наук

Чернігівський національний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

АЛГОРИТМ ЗШИВАННЯ ПОЛІГОНАЛЬНИХ СІТОК

С.А. Нестеренко, канд. техн. наук

Черниговский национальный технологический университет, г. Чернигов, Украина

АЛГОРИТМ СШИВАНИЯ ПОЛИГОНАЛЬНЫХ СЕТЕЙ

Serhii Nesterenko, PhD in Technical Sciences

Chernihiv National University of Technology, Chernihiv, Ukraine

THE ALGORITHM FOR POLYGONAL NETWORKS OF CROSS-LINKING

Стаття містить аналітичний виклад головних кроків алгоритму поєднання двох відкритих полігональних сіток третьою додатковою. Вирішені задачі пошуку вільного краю відкритої полісітки як просторової полілінії, визначення підмножин з'єднаних вершин на обох вільних краях та побудови проміжної поєднальної сітки, яка описується способом Б. Баумгарта.

Ключові слова: комп'ютерне геометричне моделювання, тривимірні поверхневі моделі, полігональна сітка, уявлення Баумгарта, цілісність.

Статья содержит аналитическое изложение основных этапов алгоритма соединения двух открытых полигональных сетей третьей дополнительной. Решены задачи поиска свободного края открытой полисетки как пространственной полилинии, определения подмножеств соединяемых вершин на обоих свободных краях и построения промежуточной соединяющей сети, которая описывается способом Б. Баумгарта.

Ключевые слова: компьютерное геометрическое моделирование, трехмерные поверхностные модели, полигональная сеть, представление Баумгарта, целостность.

The article contains an analytical summary of the main stages of the algorithm for connecting two open polygonal networks with third one. The problems of the search the open polymesh free edge as 3D polyline, a specific subset of connected vertices on both free ends and building the intermediate connecting network which is described in the B. Baumgart's representation are solved.

Key words: computer geometric modeling, 3D surface models, polygonal network, representation by Baumgart, integrity.

Постановка проблеми. Побудова просторових поверхневих моделей на основі полігональних сіток (мереж) для реальних тіл нерідко виконується з використанням лазерних технологій [1]. Реальне тривимірне тіло освітлюється променем лазера, координати яскравої точки на поверхні тіла від лазерного променя фіксуються тим чи іншим способом і на базі масиву координат подібних точок будується математичний опис поверхні тіла у формі полігональної сітки (полісітки). Як показує практика [2], полігональні сітки, одержані таким способом, нерідко є розривними, тобто неоднорозв'язними. Типовим варіантом результату є такий, коли замість єдиної замкненої полісітки, яка описувала б все тіло, ми маємо кілька незамкнених сегментів (відсіків) полісіток.

Звідси виникає загальна задача ремонту полісіток, що мають описані вище дефекти. Під цим розуміється одержання коректної моделі об'єкта у вигляді замкненої полігональної сітки. Цю роботу можна успішно виконати лише за умови наявності регулярного алгоритму з'єднання двох незамкнених полісіток. Дамо формальний аналітичний виклад подібного алгоритму.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Найбільш детальний огляд алгоритмів та методів роботи з просторовими полігональними сітками наведено в [3]. Разом з тим слід зазначити, що ці автори апріорі вважають просторові полігональні моделі цілісними та внутрішньо несуперечними. Проблема ремонту просторової сітки, який має на меті надання останній цілісності, не розглядається взагалі.