

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФЕРРОМАГНИТНОЙ СРЕДЫ НА ВЕЛИЧИНУ СОСТАВЛЯЮЩИХ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА

Пентегов И.В., д.т.н., проф.

Институт электросварки им. Е.О.Патона НАН Украины, Украина, 03680, Киев-150, ул. Боженко, 11
тел. +38(044) 287-23-88, e-mail: penteg@i.com.ua

Красножон А.В.

Черниговский государственный технологический университет, Украина, Чернигов, ул. Шевченко, 95
тел. +38(04622) 3-22-99, e-mail: red_john@ngs.ru

Показано можливість розрахунку поверхневого імпедансу ферромагнітного середовища на основі універсальних апроксимацій модуля та аргументу комплексної магнітної проникності. Побудовані сімейства коефіцієнтів поверхневого імпедансу для різних конструкційних матеріалів та проведено їх аналіз.

Показана можливість расчета поверхностного импеданса ферромагнитной среды на основе универсальных аппроксимаций модуля и аргумента комплексной магнитной проницаемости. Построены семейства коэффициентов поверхностного импеданса для различных конструкционных материалов и проведен их анализ.

ВВЕДЕНИЕ

На практике часто возникают задачи, связанные с оценкой поведения объектов из конструкционной стали в переменных электромагнитных полях. Одним из наиболее характерных примеров может служить классическая задача расчета потерь, возникающих в стальной конструкции под действием поля, которая в конечном итоге сводится к расчету поверхностного импеданса ферромагнитной среды. Однако, решение подобных проблем представляет значительную сложность, поскольку в данном случае мы имеем дело с проявлением поверхностного эффекта, следовательно, необходимо учитывать существенно нелинейные гистерезисные процессы, протекающие в стали при ее перемагничивании.

Поверхностным импедансом среды называется отношение амплитуды напряженности электрического поля на поверхности ферромагнитного тела к амплитуде напряженности магнитного поля:

$$Z_{\text{пов}} = \frac{\dot{E}_{1m}}{\dot{H}_{1m}}. \quad (1)$$

Так как поверхностный импеданс является комплексным числом, то он может быть представлен в виде суммы активной и реактивной составляющих, и в случае распространения плоской электромагнитной волны в линейной проводящей полубесконечной среде может быть найден из следующего соотношения:

$$Z_{\text{пов}} = R_{\text{пов}} + j \cdot X_{\text{пов}} = (1 + j) \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu}{2 \cdot \gamma}}, \quad (2)$$

где ω – циклическая частота изменения поля, μ – абсолютная магнитная проницаемость среды, γ – удельная электрическая проводимость среды.

Однако, рассмотрение ферромагнитной среды как линейной, когда магнитная проницаемость считается постоянной и не зависящей от напряженности магнитного поля, не позволяет учитывать потери на гистерезис, поэтому поверхностный импеданс реальной ферромагнитной среды находят по формуле [1, 2]:

$$Z_{\text{пов}} = (k_R + j \cdot k_X) \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu(0)}{2 \cdot \gamma}}, \quad (3)$$

где $\mu(0)$ – магнитная проницаемость на поверхности среды, k_R и k_X – коэффициенты поверхностного импеданса, показывающие, во сколько раз изменяются соответственно активная и реактивная составляющие поверхностного импеданса данной нелинейной ферромагнитной среды по сравнению с линейной средой с теми же значениями магнитной проницаемости и напряженности магнитного поля на поверхности.

В реальных ферромагнетиках величина магнитной проницаемости и коэффициенты поверхностного импеданса сильно зависят от напряженности магнитного поля. По Нейману $k_R \approx 1.4$.

Удельные потери в ферромагнитном полупространстве пропорциональны k_R и равны [1,2]:

$$P_{\text{уд}} = k_R \cdot \frac{H_{1m}^2(0)}{2} \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu(0)}{2 \cdot \gamma}}, \quad (4)$$

где $H_{1m}^2(0)$ – напряженность магнитного поля на поверхности ферромагнитной среды.

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА

При рассмотрении процессов симметричного перемагничивания принято пользоваться так называемой комплексной магнитной проницаемостью материала по первой гармонике [2]. Комплексная магнитная проницаемость определяется как отношение амплитуды первой гармоники индукции магнитного поля к амплитуде первой гармоники напряженности. Следует помнить, что введение комплексной магнитной проницаемости соответствует замене петли гистерезиса эквивалентным по площади эллипсом, соответственно, кривые индукции и напряженности заменяются синусоидами. Комплексная магнитная проницаемость позволяет учесть потери на гистерезис и как функция амплитуды напряженности первой гармоники магнитного поля H_{1m} может быть представлена в виде [2, 3]:

$$\dot{\mu}_1(H_{1m}) = \mu_1(H_{1m}) \cdot e^{-j \cdot \psi_1(H_{1m})}, \quad (5)$$

где $\mu_1(H_{1m})$ – модуль комплексной магнитной проницаемости, $\psi_1(H_{1m})$ – аргумент комплексной магнитной проницаемости. Для расчета коэффициентов поверхностного импеданса необходимо знать нелинейные зависимости $\mu_1(H_{1m})$ и $\psi_1(H_{1m})$.

Авторы статьи для получения модуля и аргумента комплексной магнитной проницаемости пользовались универсальными аппроксимациями модуля и аргумента комплексной магнитной проницаемости конструкционных сталей по первой гармонике. Основы такого подхода рассмотрены в [4] и получили дальнейшее развитие в работе [5] поэтому перейдем к рассмотрению самих аппроксимаций.

Универсальная аппроксимация модуля комплексной магнитной проницаемости для конструкционных сталей и других магнитомягких материалов имеет вид (нормировка максимума на единицу):

$$\mu_{-}(H_{*}) = \left[\frac{1}{1 - \frac{1}{\mu_m}} + \frac{(H_{*} - 1)^2}{1 - \mu_{-n} \cdot K_0 - 0.08 \cdot H_{*}^{1-H_{*}^2} - 1 + \frac{H_{*} \cdot B_{s0}}{k(H_{*})}} \right]^{-1} + \frac{1}{\mu_m}, \quad (6)$$

здесь

$$K_0 = \frac{1 - \frac{1}{\mu_m} \cdot \left(1 + \frac{1}{\mu_{-n}}\right) + \frac{1}{\mu_m^2 \cdot \mu_{-n}}}{1 - \frac{1}{\mu_m} \cdot (1 + \mu_{-n}) + \frac{1}{\mu_m^2}}, \quad (7)$$

$$\mu_{-n} = \frac{\mu_n}{\mu_m}, \quad (8)$$

$$B_{s0} = \frac{B_{s1}}{\mu_0 \cdot \mu_m \cdot H_{\mu m}}, \quad (9)$$

$$B_{s1} = \frac{4}{\pi} \cdot B_s, \quad (10)$$

$$k(H_{*}) = \left(1 + 500 \cdot e^{-10 \cdot H_{*}^2}\right) \cdot \left[1 + \frac{0.85}{H_{*}^{0.5} + 0.001}\right], \quad (11)$$

где $\mu_{-}(H_{*})$ – относительное нормированное безразмерное значение модуля комплексной магнитной проницаемости, зависящее от безразмерного нормированного значения напряженности магнитного поля $H_{*} = H_{1m}/H_{\mu m}$ ($H_{\mu m}$ – абсолютное значение амплитуды напряженности поля по первой гармонике, при котором относительная магнитная проницаемость по первой гармонике μ_1 достигает максимального значения μ_m), μ_{-n} – относительная нормированная безразмерная начальная магнитная проницаемость по первой гармонике, μ_n – относительная начальная магнитная проницаемость по первой гармонике, K_0 – поправочный коэффициент, вычисляемый из соотношения (7), $k(H_{*})$ – поправочная функция, вычисляемая из соотношения (11), μ_0 – магнитная постоянная, B_s – индукция насыщения материала, B_{s1} – индукция насыщения по первой гармонике.

Переход от универсальной аппроксимации (6) к реальной зависимости модуля комплексной магнитной проницаемости по первой гармонике от амплитуды напряженности первой гармоники магнитного поля производится из соотношения:

$$\mu_1(H_{1m}) = \mu_0 \cdot \mu_m \cdot \mu_{-} \left(\frac{H_{1m}}{H_{\mu m}} \right), \quad (12)$$

где $\mu_1(H_{1m})$ – абсолютное значение модуля комплексной магнитной проницаемости, зависящее от

$$\psi_{-}(H_{**}) = \left[1 + \frac{(1 - H_{**}^2)^2}{1 - \psi_{-n} - 0.07 \cdot H_{**}^{1-H_{**}^2} - 1 + \frac{H_{**}^4}{k1(H_{**})} \cdot \arcsin\left(\frac{5.15}{H_{**} + 9.63}\right)} \right]^{-1}, \quad (13)$$

здесь

$$\psi_{-n} = \frac{\psi_n}{\psi_m}, \quad (14)$$

амплитуды напряженности первой гармоники магнитного поля H_{1m} .

Функция (6), предложенная в качестве аппроксимации модуля комплексной магнитной проницаемости, имеет следующие особенности и достоинства:

1) данная аппроксимационная зависимость может быть применена для большого количества конструкционных сталей и других магнитомягких материалов, поскольку является универсальной;

2) зависимость (6) представляет собой гладкую неразрывную кривую, что дает возможность при проведении различных расчетов применять методы, в которых необходимо дифференцировать зависимость $\mu_1(H_{1m})$;

3) в качестве исходных параметров для построения зависимости $\mu_1(H_{1m})$ для каждого конкретного конструкционного материала необходимо знать величины только табличных характеристик материала, таких как μ_n , μ_m , $H_{\mu m}$ и B_s ;

4) аппроксимация обеспечивает строгое совпадение μ_1 с кривой для реального материала (согласно (6) – (12)) в точках:

– $\mu_{-} = \mu_{-n}$ при $H_{*} = 0$, что на реальной кривой соответствует $\mu_1 = \mu_n$ при $H_{1m} = 0$ (совпадение обеспечивает поправочный коэффициент K_0);

– $\mu_{-} = 1$ при $H_{*} = 1$, что на реальной кривой соответствует максимуму $\mu_1 = \mu_m$ при $H_{1m} = H_{\mu m}$;

– $\mu_{-} \rightarrow \frac{1}{\mu_m}$ при $H_{*} \rightarrow \infty$, что на реальной кривой соответствует $\mu_1 \rightarrow \mu_0$ при $H_{1m} \rightarrow \infty$ (в зоне больших напряженностей магнитная проницаемость любого ферромагнетика должна стремиться к магнитной проницаемости вакуума);

– в остальных точках совпадение обеспечивается поправочной функцией $k(H_{*})$.

Проверка аппроксимации (6) проводилась для конструкционной стали Ст.3 согласно данным [6] и для электротехнических сталей в работе [5], при этом экспериментальные зависимости $\mu_1(H_{1m})$ и зависимости, полученные при помощи рассмотренной выше аппроксимации, совпадали с большой степенью точности.

Универсальная аппроксимация аргумента комплексной магнитной проницаемости для конструкционных сталей и других магнитомягких материалов может быть построена по следующим соотношениям (нормировка максимума на единицу):

$$k1(H_{**}) = 1 - \left[1.1 + \frac{H_{**}}{2.35}\right]^{-0.8}, \quad (15)$$

где $\psi_{-}(H^{**})$ – относительное нормированное безразмерное значение аргумента комплексной магнитной проницаемости, зависящее от безразмерного нормированного значения напряженности магнитного поля $H_{1m} = H^{**}/H_{\psi m}$ ($H_{\psi m}$ – абсолютное значение амплитуды напряженности поля по первой гармонике, при котором абсолютное значение аргумента комплексной магнитной проницаемости по первой гармонике ψ_1 достигает максимального значения ψ_m), ψ_{-n} – относительное нормированное безразмерное начальное значение аргумента комплексной магнитной проницаемости по первой гармонике, ψ_n – абсолютное начальное значение аргумента комплексной магнитной проницаемости по первой гармонике, $k_1(H^{**})$ – поправочная функция, вычисляемая из соотношения (15).

Переход от универсальной аппроксимации (13) к реальной зависимости аргумента комплексной магнитной проницаемости по первой гармонике от амплитуды напряженности первой гармоники магнитного поля производится из соотношения:

$$\psi_1(H_{1m}) = \psi_m \cdot \psi_{-} \left(\frac{H_{1m}}{H_{\psi m}} \right), \quad (16)$$

где $\psi_1(H_{1m})$ – абсолютное значение аргумента комплексной магнитной проницаемости.

Функция (13), предложенная в качестве аппроксимации аргумента комплексной магнитной проницаемости, имеет следующие особенности и достоинства:

1) данная аппроксимационная зависимость может быть применена для большого количества конструктивных сталей и других магнитомягких материалов, поскольку является универсальной;

2) зависимость (13) представляет собой гладкую неразрывную кривую, что дает возможность при проведении различных расчетов применять методы, в которых необходимо дифференцировать зависимость $\psi_1(H_{1m})$;

3) в качестве исходных параметров для построения зависимости $\psi_1(H_{1m})$ для каждого конкретного конструктивного материала необходимо знать величины таких табличных характеристик материала: ψ_n , ψ_m , $H_{\psi m}$;

4) аппроксимация обеспечивает строгое совпадение ψ_1 с кривой для реального материала (согласно (13) – (16)) в точках:

– $\psi_{-} = \psi_{-n}$ при $H^{**} = 0$, что на реальной кривой соответствует $\psi_1 = \psi_n$ при $H_{1m} = 0$;

– $\psi_{-} = 1$ при $H^{**} = 1$, что на реальной кривой соответствует максимуму $\psi_1 = \psi_m$ при $H_{1m} = H_{\psi m}$;

– $\psi_{-} \rightarrow 0$ при $H^{**} \rightarrow \infty$, что на реальной кривой соответствует $\psi_1 \rightarrow 0$ при $H_{1m} \rightarrow \infty$ (в зоне больших напряженностей абсолютное значение аргумента комплексной магнитной проницаемости стремится к нулю);

– в остальных точках совпадение обеспечивается поправочной функцией $k_1(H^{**})$.

Проверка аппроксимации (13) проводилась для конструкционной стали Ст.3 согласно данным [6], при этом было получено очень хорошее совпадение экспериментальной зависимости $\psi_1(H_{1m})$ и зависимости, полученной при помощи рассмотренной выше аппроксимации (13).

Как известно, процесс распространения плоской электромагнитной волны в проводящем полупространстве описывается следующим уравнением в комплексной форме [1,2,3]:

$$\frac{d^2 \dot{H}_{1m}}{dx^2} - j \cdot \omega \cdot \dot{\mu}_1(H_{1m}) \cdot \dot{H}_{1m} = 0, \quad (17)$$

где ω – циклическая частота первой гармоники поля, γ – удельная электрическая проводимость ферромагнетика; x – координата, нормальная к поверхности ферромагнитного полупространства.

Решение уравнения (17) в значительной степени осложняется наличием нелинейного коэффициента $\dot{\mu}_1(H_{1m})$ – комплексной магнитной проницаемости по первой гармонике. В настоящее время для решения данного уравнения чаще всего используются численные методы с применением компьютеров либо метод Л.Р. Неймана. Однако любой из этих подходов имеет ряд недостатков – численные методы не дают возможности делать аналитические обобщения и требуют точного знания экспериментально снятых кривых намагничивания (или семейства петель гистерезиса) конкретного ферромагнитного материала, что возможно далеко не всегда, а метод Л.Р. Неймана справедлив лишь в зоне глубокого насыщения материала и дает значительную погрешность в слабых полях.

Способ аналитического решения уравнения (17), предложенный в работе [3], заключается в применении математического аппарата ВКБ-метода. Одним из неоспоримых преимуществ такого подхода является тот факт, что для построения решения на основе ВКБ-метода нет необходимости рассматривать поведение электромагнитной волны в металле, а достаточно знать лишь величину напряженности поля и параметры среды на поверхности ферромагнетика. Ограниченный объем данной статьи не позволяет полностью привести все математические выкладки, сделанные в [3], поэтому перейдем к рассмотрению полученных в этой работе результатов.

Согласно [3], коэффициенты поверхностного импеданса могут быть найдены по следующим формулам:

$$k_R(H_{1m}) = \sqrt{2} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\psi_1(H_{1m})}{2} \right) \cdot \left[1 - \left[1 + 4 \cdot \frac{\mu_1(H_{1m})}{H_{1m} \cdot \frac{d\mu_1(H_{1m})}{dH_{1m}}} \right]^{-1} \right], \quad (18)$$

$$k_X(H_{1m}) = \sqrt{2} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi_1(H_{1m})}{2} \right) + \frac{1}{4} \cdot H_{1m} \cdot k_R(H_{1m}) \cdot \frac{d\psi_1(H_{1m})}{dH_{1m}}. \quad (19)$$

В работе [3] приведены зависимости $k_R(H_{1m})$ и $k_X(H_{1m})$ для конструкционной стали Ст.3, построенные по соотношениям (18) и (19) на основе приведенных в [6] экспериментальных зависимостей $\mu_1(H_{1m})$

и $\psi_1(H_{1m})$. Однако, при написании работы [3] расчет коэффициентов поверхностного импеданса представлял собой сложную процедуру, связанную с необходимостью графоаналитического определения производных в (18) и (19) по имеющимся опытным кривым

$\mu_1(H_{1m})$ и $\psi_1(H_{1m})$.

Наличие же современных компьютеров и применение для расчета универсальных аппроксимаций модуля и аргумента комплексной магнитной проницаемости по первой гармонике открывает новые возможности использования ВКБ-метода для расчета коэффициентов поверхностного импеданса.

Во-первых, возможно построение автоматизированной методики расчета величин $k_R(H_{1m})$ и $k_X(H_{1m})$. Во-вторых, за счет универсальности применяемых аппроксимаций можно легко рассчитывать коэффициенты поверхностного импеданса любой конструкционной стали или другого магнитомягкого ферромагнетика путем изменения входящих в зависимости (6) – (16) табличных параметров ферромагнитного материала.

ПОСТРОЕНИЕ СЕМЕЙСТВ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА

С помощью полученных выше формул было проведено построение семейств коэффициентов поверхностного импеданса с целью исследования поведения последних в зависимости от параметров ферромагнетика. В качестве опорных были приняты следующие параметры конструкционной стали Ст.3 (согласно данным [6]): $\mu_n = 0.16$, $H_{\mu m} = 386.2$ А/м, $H_{\psi m} = 176.2$ А/м, $\mu_m = 1551.6$, $B_s = 2.16$ Тл, $\psi_n = 0.618$, $\psi_m = 0.625$ рад.

Семейства коэффициентов строились в математическом пакете MathCad, при этом каждое семейство получалось путем изменения одного из параметров материала (кроме индукции насыщения B_s , поскольку

ку она очень незначительно отличается у различных конструкционных материалов), а остальные параметры при этом имели опорные значения. Результат показан на рис. 1 и 2.

1) рост максимального значения аргумента комплексной магнитной проницаемости ψ_m приводит к небольшому увеличению активной составляющей (рис. 1,г) и к сильному снижению реактивной составляющей импеданса (рис. 2,г);

2) рост относительной нормированной безразмерной начальной магнитной проницаемости μ_n приводит к увеличению k_R и k_X на начальном участке (рис. 1,д и 2,д) при малых напряженностях поля, по мере роста напряженности поля величина μ_n перестает заметно влиять на поведение коэффициентов поверхностного импеданса;

3) увеличение ψ_n влияет на величины k_R и k_X лишь на начальном участке в области слабых полей (рис. 1,е и 2,е), причем k_R увеличивается, а k_X уменьшается.

Ввиду того, что величина μ_m оказывает значительное влияние на активную составляющую импеданса, было построено дополнительное семейство значений коэффициентов k_R при разных значениях ψ_m и $\mu_m = 5000$. Это семейство показано на рис.3, из которого видно, что совместное увеличение μ_m и ψ_m приводит к значительному росту k_R , который приближается к теоретическому максимуму, равному 1.8834 [7].

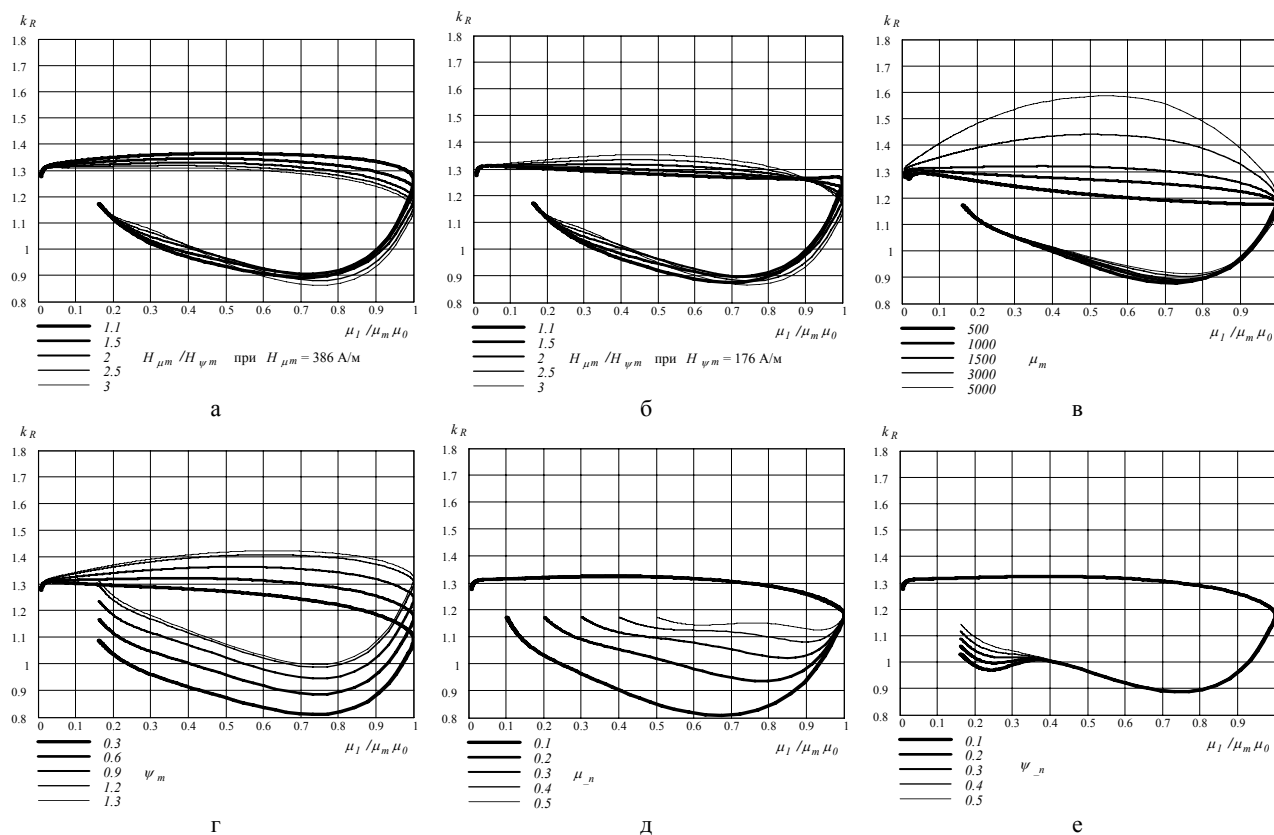


Рис. 1. Коэффициент k_R при активной составляющей поверхностного импеданса:

а – при изменении $H_{\mu m}/H_{\psi m}$ ($H_{\mu m} = const$), б – при изменении $H_{\mu m}/H_{\psi m}$ ($H_{\psi m} = const$), в – при изменении μ_m , г – при изменении ψ_m , д – при изменении μ_n , е – при изменении ψ_n

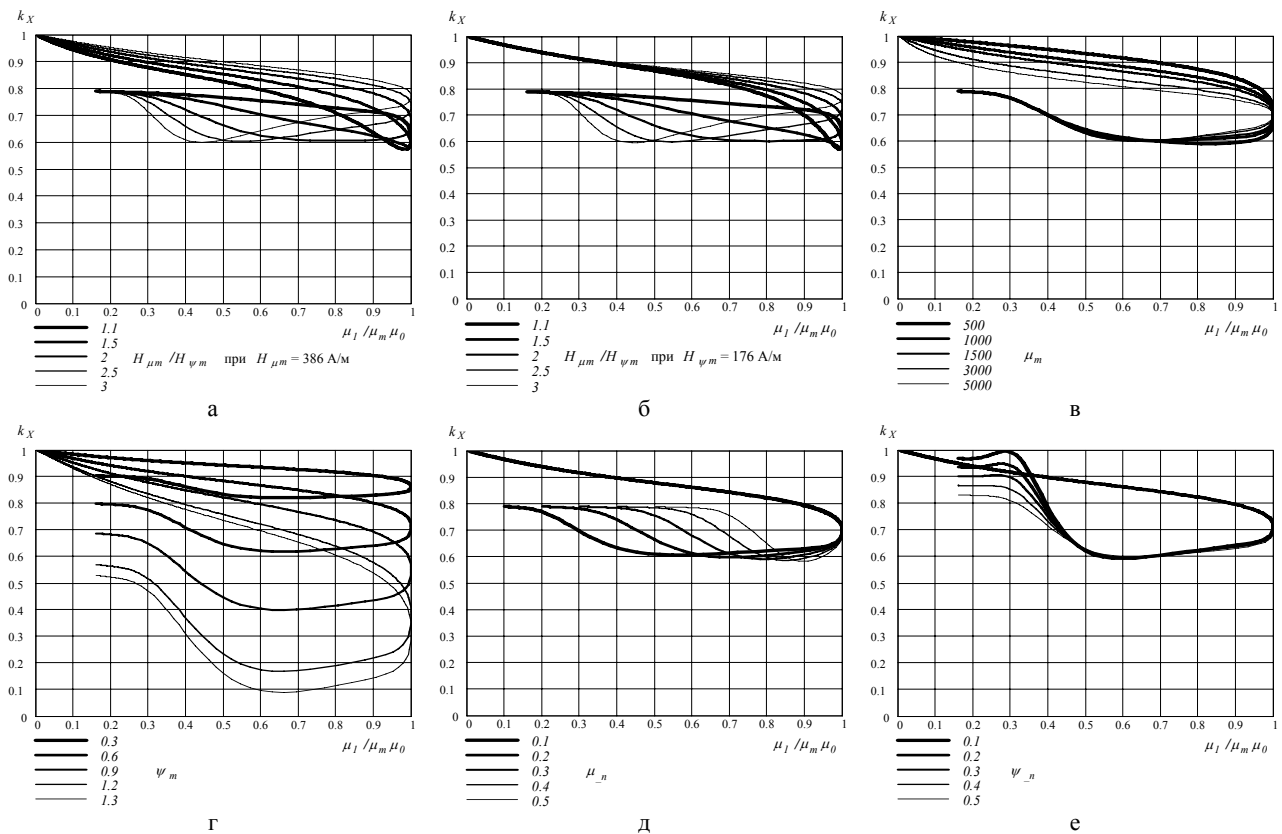


Рис. 2. Коэффициент k_X при реактивной составляющей поверхностного импеданса:

а – при изменении $H_{\mu m} / H_{\psi m}$ ($H_{\mu m} = const$), б – при изменении $H_{\mu m} / H_{\psi m}$ ($H_{\psi m} = const$), в – при изменении μ_m , г – при изменении ψ_m , д – при изменении μ_n , е – при изменении ψ_n

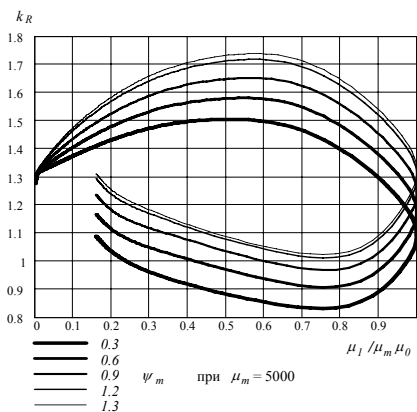


Рис. 3. Семейство кривых коэффициента k_R при изменении ψ_m ($\mu_m = 5000$)

ВЫВОДЫ

Показана возможность получения коэффициентов поверхностного импеданса на основе универсальных аппроксимаций модуля и аргумента комплексной магнитной проницаемости, справедливых для большого числа конструкционных сталей и других магнитомягких материалов на всем диапазоне изменения амплитуды напряженности магнитного поля.

На основе приведенных зависимостей выполнено построение семейств коэффициентов поверхностного импеданса в зависимости от параметров ферромагнитного материала и проведен анализ полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Нейман Л.Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. – Л.-М.: ГЭИ, 1949. – 190 с.
- [2] Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т.2. Ч.4. – М.-Л.: Энергия, 1966. – 408 с.
- [3] Пентегов И.В. Возможности использования ВКБ-метода при исследовании поверхностного эффекта в ферромагнитных телах // Изв. АН СССР "Энергетика и транспорт". – 1988. - №1
- [4] Демирчян К.С. Моделирование магнитных полей. – Л.: Энергия, 1974. – 288 с.
- [5] Пентегов И.В., Красножон А.В. Универсальная аппроксимация кривых намагничивания электротехнических сталей // Электротехника и электромеханика. – 2006. - №1. - С.66-70.
- [6] Кравченко А.Н. Краевые характеристики в задачах электродинамики. – Киев: Наук. думка, 1989.–224 с.
- [7] Пентегов И.В., Красножон А.В. Особенности расчета потерь в магнитомягких материалах на высоких частотах // Сборник научных работ. – Николаев: НУК, 2004. - №3. - С.70-76.

Поступила 29.08.2006